|  |  |
| --- | --- |
| **UBNH HUYỆN QUẢNG XƯƠNG**  **TRƯỜNG THCS NGUYỄN BÁ NGỌC** | **ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI**  **CẤP HUYỆN MÔN TOÁN 8**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **MÔN THI: TOÁN**  *Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)* |

**Bài 1:** *(4,0 điểm)* Cho biểu thức 

1) Rút gọn biểu thức 

2) Tìm  để 

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi 

**Bài 2:** *(4,0 điểm)*

**1)** Tìm đa thức  biết rằng:  chia cho  dư ,  chia cho  dư ,  chia cho  được thương là  và còn dư

**2)** Cho  đôi một khác nhau và .

Tính giá trị của biểu thức: 

**Bài 3:** *(4,0 điểm)*

**1)** Tìm  nguyên biết: 

**2)** Cho hai số tự nhiên  thỏa mãn: . Chứng minh rằng  là số chính phương.

**Bài 4:** *(6,0 điểm)* Cho hình vuông . Qua  vẽ hai đường thẳng vuông góc với nhau lần lượt cắt  tại  và , cắt  tại  và .

a) Chứng minh  và  là các tam giác cân.

b)  cắt  tại ;  là trung điểm của  và . Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.

c) Chứng minh  là trực tâm .

d) Chứng minh bốn điểm  thẳng hàng.

**Bài 5:** *(2,0 điểm)* Cho  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện: . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**-----------HẾT-----------**

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

**MÔN: TOÁN**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **BÀI** | **NỘI DUNG** | **ĐIỂM** |
| **Bài 1**  **(4,0 điểm)** | **Bài 1:** *(4,0 điểm)* Cho biểu thức  1) Rút gọn biểu thức  2) Tìm  để  3) Tìm giá trị nhỏ nhất của  khi  1) ĐKXĐ        Vậy  với | 0,25  0,25  0,25  0,5  0,25 |
| 2) Để  thì  với  thuộc ĐKXĐ    (TM ĐKXĐ)  hoặc  (không TM ĐKXĐ)  Vậy | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25 |
| 3)    Vì  nên  và . Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho hai số dương  và  ta có  Dấu “=” xảy ra khi    (vì )  (TM)  Vậy giá trị nhỏ nhất của  là  khi | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25 |
| **Bài 2**  **(4,0 điểm)** | **Bài 2:** *(4,0 điểm)*  **1)** Tìm đa thức  biết rằng:  chia cho  dư ,  chia cho  dư ,  chia cho  được thương là  và còn dư  **2)** Cho  đôi một khác nhau và .  Tính giá trị của biểu thức:  1) Giả sử  chia cho  được thương là  và cong dư là .  Khi đó  Theo đề bài, ta có:    Do đó  Vậy đa thức cần tìm có dạng: | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| 2) Ta có      Tương tự:    Do đó    Biến đổi tử:  Từ đó suy ra | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,5  0,25 |
| **Bài 3**  **(4,0 điểm)** | **Bài 3:** *(4,0 điểm)*  **1)** Tìm  nguyên biết:  **2)** Cho hai số tự nhiên  thỏa mãn: . Chứng minh rằng  là số chính phương.  1) Ta có      Vì  nguyên nên  là ước lẻ của . Xảy ra các TH sau:  TH1: . Giải được  TH2: . Giải được  TH3: . Giải được  TH4: . Giải được  Vậy các cặp nghiệm nguyên  cần tìm | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25 |
| 2) Ta có      Gọi  là ước chung của  ()  Ta có  Mà  nên  suy ra  Lại có  nên  suy ra .  Do đó  Từ (\*) suy ra  là số chính phương. | 0,25  0,25  0,5  0,25  0,25  0,25  0,25 |
| **Bài 4**  **(6,0 điểm)** | **Bài 4:** *(6,0 điểm)* Cho hình vuông . Qua  vẽ hai đường thẳng vuông góc với nhau lần lượt cắt  tại  và , cắt  tại  và .  a) Chứng minh  và  là các tam giác cân.  b)  cắt  tại ;  là trung điểm của  và . Chứng minh tứ giác  là hình chữ nhật.  c) Chứng minh  là trực tâm .  d) Chứng minh bốn điểm  thẳng hàng. |  |
| a) Vẽ hình đúng, cân đối đẹp.    vì chúng là hai tam giác vuông (hai góc có cạnh tương ứng vuông góc) và  (cạnh hình vuông).  Suy ra  nên  là tam giác vuông cân.  Chứng minh tương tự ta có:  Do đó  và  là tam giác cân tại . | 0,25  0,5  0,5  0,5  0,25 |
| b)  và  là đường trung tuyến của tam giác vuông cân  và  nên  và .  Mặt khác  nên góc  vuông.  Vậy tứ giác  có ba góc vuông, nên nó là hình chữ nhật. | 0,5  0,5  0,5 |
| c) Theo giả thiết  nên  và  là hai đường cao của .  Vậy  là trực tâm của . | 0,5  0,5 |
| d) Trong tam giác vuông cân  thì  là trung tuyến nên  , nghĩa  là cách đều  và .  Chứng minh tương tự cho tam giác vuông cân  và tam giác vuông , ta có , nghĩa là  cách đều  và . Hay  là trung trực của .  Vì  là hình vuông nên  và  cũng cách đều  và . Nói cách khác, bốn điểm  cùng cách đều  và  nên chúng phải nằm trên đường trung trực của , nghĩa là chúng thẳng hàng. | 0,5  0,5  0,5 |
| **Bài 5**  **(2,0 điểm)** | **Bài 5:** *(2,0 điểm)* Cho  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện: . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  Ta có    Vì  nên  Mặt khác    Vì  dương nên áp dụng bất đẳng thức Cosi cho các cặp số không âm ta có:      Suy ra      Do đó          Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  khi và chỉ khi . | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25 |

**Lưu ý khi chấm bài:**

- Nếu học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Bài hình không vẽ hình hoặc vẽ sai hình thì không chấm.