

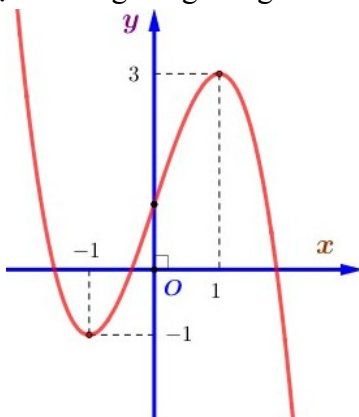
Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. (1;3)

B. (3;1)

C. (-1;-1)

D. (1;-1)

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$\nearrow +\infty$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\vec{AS} \cdot \vec{BC}$

A. $\frac{a^2}{2}$

B. a

C. $\frac{a}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - 6x - m$ thỏa mãn $\max_{[-1;0]} y = 10$, với m là tham số thực. Khi đó m thuộc khoảng

A. $(4; +\infty)$

B. $(1;4)$

C. $(-\infty; -3)$

D. $(-3;1)$

Câu 5: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ và trục hoành là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 0.

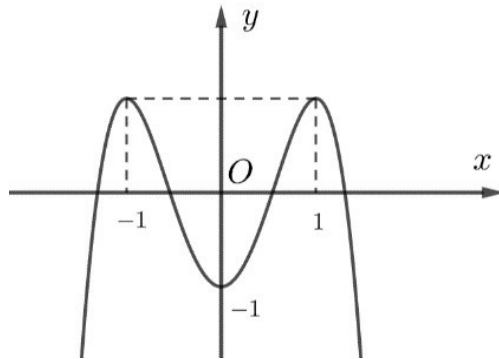
Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{10}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			$+\infty$
		$-\frac{13}{4}$			$-\frac{13}{4}$		

Phương trình $f(x)=2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

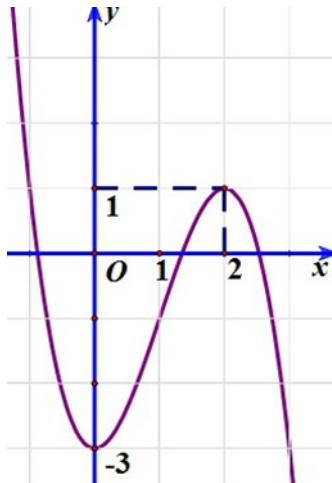
Câu 7: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

Câu 8: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(-\infty;1)$ B. $(-3;-4)$ C. $(1;+\infty)$ D. $(1;2)$

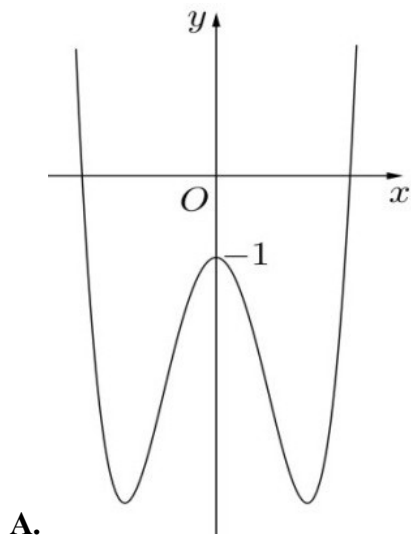
Câu 9: Theo định luật II Newton. Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật " $\vec{F}=m\vec{a}$ " (với $\vec{a}$ là vecto gia tốc (m/s^2), F là vecto lực (N))



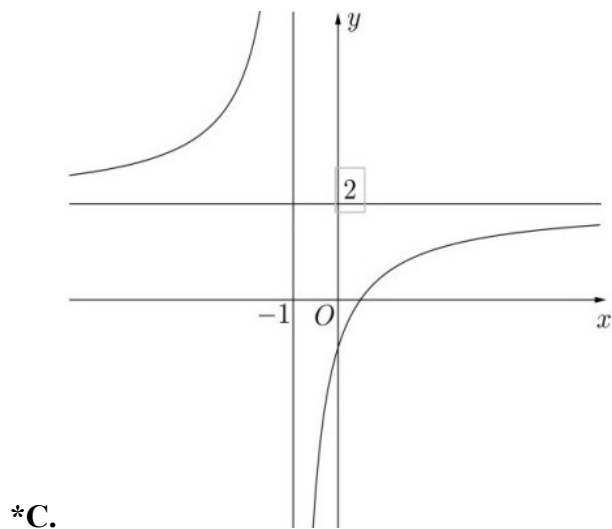
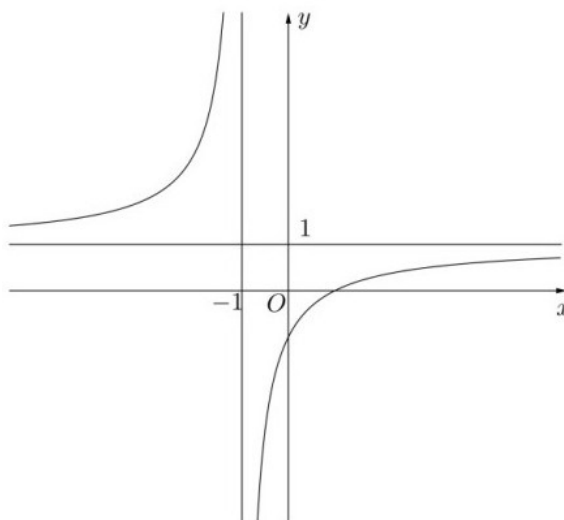
Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5kg một gia tốc $50m/s^2$ thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

- A. 25 B. 0.25 C. 0.025 D. 0.0025

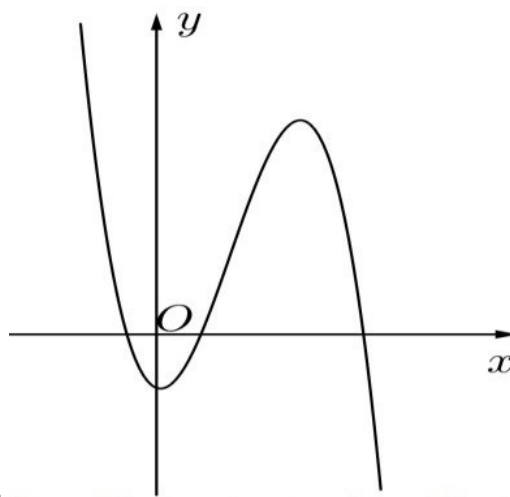
Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



B.



D.



Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 12: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

Tính $m + M$?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - bx^2 - cx + 2016$ với $b, c \in \mathbb{R}$

- (I) Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c \in \mathbb{R}$
 (II) Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c \in (-\infty; 0)$
 (III) Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c \in (0; +\infty)$
 (IV) Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c \in \mathbb{Z}$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

- (I) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
 (II) $y' > 0$, với mọi $x \neq 1$

(III) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

(IV) Hàm số không có cực trị

Câu 3: Cho các khẳng định sau:

(I) Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

(II) Tứ giác ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$

(III) Tứ giác ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

(IV) Chóp S.ABCD có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì ABCD là hình bình hành

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)=2x^3-3x^2+m$

(I) Khi $m=2$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ đạt được tại $x=0$

(II) Khi $m=2$ thì $\min_{[0;2]} f(x)=1$

(III) Khi $m>1$, nếu $\min_{[0;2]} f(x) + \max_{[0;2]} f(x) = 9$ thì $m=3$

(IV) Khi $m>1$, nếu $2 \min_{[0;2]} f(x) \vee \min_{[0;2]} f(x) + 3 \max_{[0;2]} f(x) \vee \max_{[0;2]} f(x) = -20$ thì $m=2$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

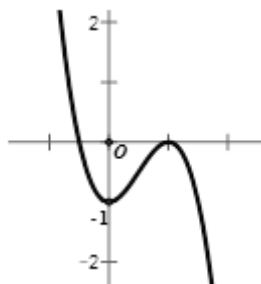
Câu 1: Một con cá bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là 300km, vận tốc nước là 6(km/h). Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức: $E(v) = c.v^3.t$, trong đó c là hằng số, E tính bằng Jun. Hỏi vận tốc bơi của cá là bao nhiêu km/h khi nước đứng yên sao cho năng lượng tiêu hao ít nhất là bao nhiêu ?

Câu 2: Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2m|x - m + 5| + m^3 - m^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị

Câu 4: Hàm số $y = \frac{mx-1}{x-m}$ với $m>1$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số luôn nằm trên một đường thẳng cố định có dạng $y=ax+b$. Khi đó tổng $a+b$ bằng:

Câu 5: Cho hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị (P) như hình vẽ.



Dùng đồ thị (P) suy ra $m \in (a; b)$ thỏa mãn phương trình $2x^3 - 3x^2 + 2m = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt. Khi đó $a.b$ bằng:

Câu 6: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD. Gọi I là trung điểm đoạn MN. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{IA} + (2k-1)\overrightarrow{IB} + k\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$?

-----**Hết**-----

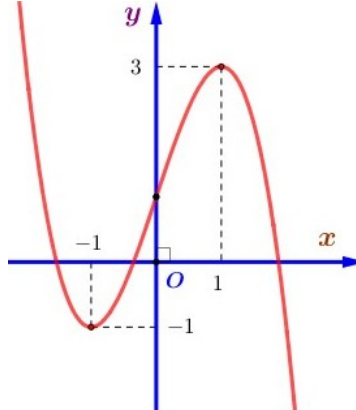
-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

-Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 06

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- *A. (1;3) B. (3;1) C. (-1;-1) D. (1;-1)

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$$

Suy ra $x=0$ là tiệm cận đứng

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$

- A. $\frac{a^2}{2}$ B. a C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải

Tam giác SAD có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều, suy ra góc SAD bằng 60 độ. Tứ giác ABCD là hình vuông nên

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}, \text{ suy ra } (\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AD}) = \text{góc SAD} = 60^\circ. \text{ Do đó } \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}$$

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - 6x - m$ thỏa mãn $\max_{[-1;0]} y = 10$, với m là tham số thực. Khi đó m thuộc khoảng

- A. (4; +∞) B. (1;4) *C. (-∞; -3) D. (-3;1)

Lời giải

Hàm số có $y' = 3x^2 - 6 < 0$ với $\forall x \in [-1; 0]$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$

$$\Rightarrow \max_{[-1;0]} y = y(-1) = -m + 5$$
$$\max_{[-1;0]} y = 10 \Rightarrow -m + 5 = 10 \Leftrightarrow m = -5$$

Mặt khác,

Vậy $m = -5 \in (-\infty; -3)$

Câu 5: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ và trục hoành là

A. 2.

B. 3.

***C.4.**

D. 0.

Lời giải

$$x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm:

Vây số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là 4.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{10}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$
		$-\frac{13}{4}$		$-\frac{13}{4}$	

Phương trình $f(x)=2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

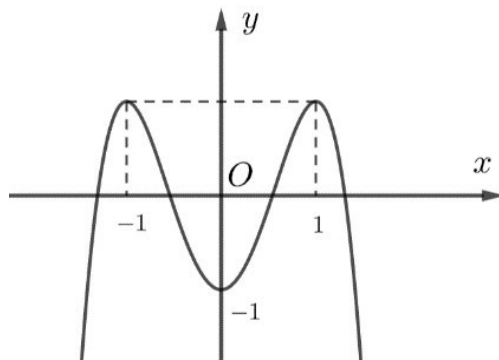
Hướng dẫn giải

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{10}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	$-\frac{13}{4}$	3	$-\frac{13}{4}$	$+\infty$

$$\rfloor_{y=2}$$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=2$ tại 2 điểm $\Rightarrow$ có 2 nghiệm

Câu 7: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



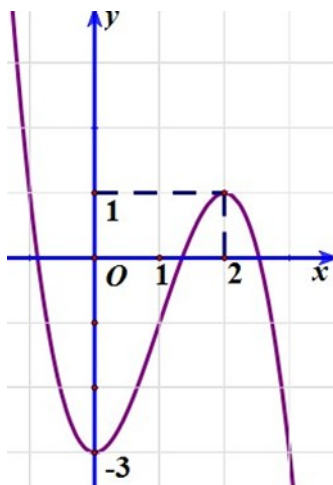
Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

Hướng dẫn giải

Giá trị $\Rightarrow$ nhìn y , điểm nhìn x

Câu 8: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(-3; -4)$ B. $(1; +\infty)$ D. $(1; 2)$

Hướng dẫn giải

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ mà $(-3; -4)$ là tập con của khoảng $(0; +\infty)$ nên cũng nghịch biến trên khoảng này

Câu 9: Theo định luật II Newton. Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2)

F là vectơ lực (N)



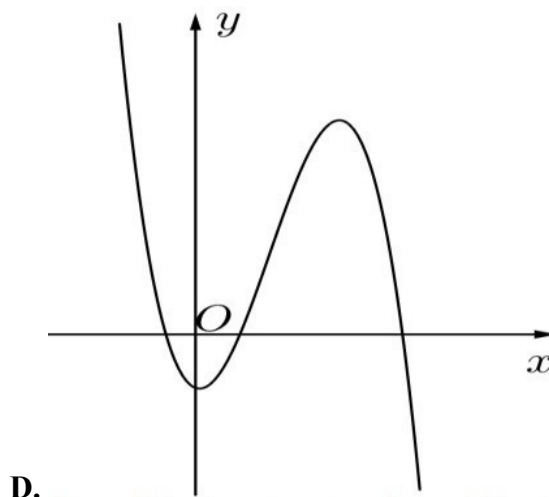
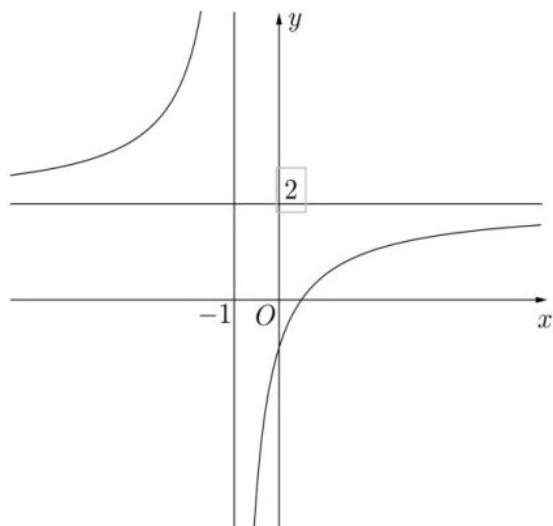
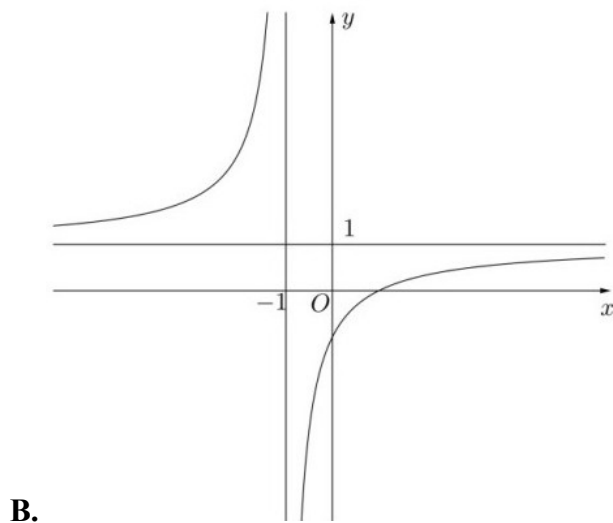
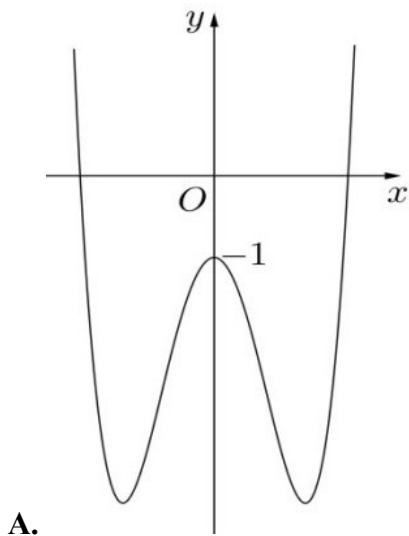
Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5kg một gia tốc 50m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

- A. 25 B. 0.25 C. 0.025 D. 0.0025

Hướng dẫn giải

Ta có $\vec{F} = m\vec{a}$, suy ra $\vec{F} \vee m \vee \vec{a} \vee 0,5.50 = 25\text{N}$

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$) nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Phương án A là đồ thị hàm bậc 4 và phương án D là đồ thị hàm bậc 3 nên không thỏa mãn.

Phương án B đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 1$ nên không thỏa mãn.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

*B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Vì hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua bốn giá trị $-2, 0, 2, 4$ nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 12: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$.
 Tính $m + M$?

A. 6.

B. 4.

C. 3.

*D. 5.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 2x - 1; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -\frac{1}{3} \notin [0; 2] \end{cases}$$

$$y(0) = 2; y(1) = 1; y(2) = 4$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là $m = 1$.

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là $M = 4$.

Vậy $m + M = 5$.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - bx^2 - cx + 2016$ với $b, c \in \mathbb{R}$

(I) Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c \in \mathbb{R}$

(II) Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c \in (-\infty; 0)$

(III) Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c \in (0; +\infty)$

(IV) Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải

(I) S (II) S (III) Đ (IV) S

Hàm số y có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 2bx - c; \Delta' = b^2 + 3c$$

Đối với các trường hợp ở nhận định (I), (II), (IV). Chọn $c = -10, b = 1$, khi đó $\Delta' < 0$, suy ra phương trình $y' = 0$ vô nghiệm, suy ra hàm số không có cực trị vậy (I), (II), (IV) sai

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

(I) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

(II) $y' > 0$, với mọi $x \neq 1$

(III) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

(IV) Hàm số không có cực trị

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) S (IV) Đ

$$\text{TXĐ } \mathbb{R} \setminus \{1\}. \text{ Ta có } y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \text{ với mọi } x \neq 1$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	1 		$+\infty$ 

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số không có cực trị

Câu 3: Cho các khẳng định sau:

- (I) Tứ giác ABCD là hình bình hành nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- (II) Tứ giác ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$
- (III) Tứ giác ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$
- (IV) Chóp S.ABCD có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$ thì ABCD là hình bình hành

Hướng dẫn giải

Tứ giác ABCD là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên (I) sai

Tứ giác ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$ nên (II) đúng

Tứ giác ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ nên (III) sai

$\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} \leftrightarrow \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} \leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \rightarrow$ ABCD là hình bình hành nên (IV) đúng

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)=2x^3-3x^2+m$

- (I) Khi $m=2$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ đạt được tại $x=0$
- (II) Khi $m=2$ thì $\min_{[0;2]} f(x)=1$
- (III) Khi $m>1$, nếu $\min_{[0;2]} f(x) + \max_{[0;2]} f(x) = 9$ thì $m=3$
- (IV) Khi $m>1$, nếu $2\min_{[0;2]} f(x) \vee +3\max_{[0;2]} f(x) \vee -20$ thì $m=2$

Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) S

$$(I) f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	2	
$f'(x)$	0	-	0	+
$f(x)$	m			$m+4$

Từ bảng biến thiên ta thấy khi $m=2$ thì $\max_{[0;2]} f(x)=6$ đạt được tại $x=2$

(II) Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy khi $m=2$ thì $\min_{[0;2]} f(x)=1=f(1)$

(III) Khi $m>1$ thì $m-1>0$, suy ra $0<m-1<m<m+4$

Suy ra: $\min_{[0;2]} f(x) \vee |m-1| = m-1$, $\max_{[0;2]} f(x) \vee |m+4| = m+4$

Ta có: $2 \min_{[0;2]} f(x) \vee -3 \max_{[0;2]} f(x) \vee = -20 \Leftrightarrow 2(m-1) - 3(m+4) = -20 \Leftrightarrow m=6$

Câu 1: Một con cá bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là 300km, vận tốc nước là 6(km/h). Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức: $E(v) = c.v^3.t$, trong đó c là hằng số, E tính bằng Jun. Hỏi vận tốc bơi của cá là bao nhiêu km/h khi nước đứng yên sao cho năng lượng tiêu hao ít nhất là bao nhiêu ?

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 6

Vận tốc thực tế của cá bơi là $v_{tt}=v-6$ (km/h) (km/h)

Suy ra thời gian để bơi là

$$T = \frac{300}{v-6} \text{ (h)} \rightarrow E = cv^3 \frac{300}{v-6} \text{ (J)}$$

$$\rightarrow E_{\min} \Leftrightarrow (cv^3 \frac{300}{v-6})_{\min}$$

$$\text{Ta có } f(v) = v^3 \frac{300}{v-6}, v>6 \rightarrow f'(v) = 300 \frac{2v^3 - 18v^2}{(v-6)^2}$$

$$v_{\max} \Leftrightarrow f'(v)=0 \Leftrightarrow \frac{2v^3 - 18v^2}{(v-6)^2} = 0 \rightarrow v=9 \text{ km/h}$$

Câu 2: Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 7

$$y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ (Dấu = xảy ra tại hữu hạn điểm)

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0 \text{ với mọi } x \text{ thuộc } \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \text{ (do } a=-3<0)$$

$\Leftrightarrow m^2+3(4m+9)\leq 0 \Leftrightarrow -9\leq m\leq -3$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=x^2-2m|x-m+5|+m^3-m^2+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;20]$ để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 23

Ta có $f(x)=x^2-2m|x-m+5|+m^3-m^2+1$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases} x^2-2m(x-m+5)+m^3-m^2+1 & \text{khi } x\geq m-5 \\ x^2+2m(x-m+5)+m^3-m^2+1 & \text{khi } x<m-5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\begin{cases} 2x-2m & \text{khi } x\geq m-5 \quad (1) \\ 2x+2m & \text{khi } x<m-5 \quad (2) \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f'(x)$ có đúng một điểm qua đó đổi dấu (*)

Nhận xét: $2x-2m=0 \Leftrightarrow x=m$ (thỏa mãn $x\geq m-5$). Do đó $x=m$ là một điểm cực trị của hàm số.

Do đó: (*) $\Leftrightarrow$ (2) vô nghiệm và y' không đổi dấu khi đi qua $x=m-5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m\geq m-5 \\ [2(m-5)-2m].[2(m-5)+2m]\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\leq \frac{5}{2} \Rightarrow m\in\{-20;\dots;2\}. \text{ Vậy có 23 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán}$$

Câu 4: Hàm số $y=\frac{mx-1}{x-m}$ với $m>1$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số luôn nằm trên một đường thẳng cố định có dạng $y=ax+b$. Khi đó tổng a+b bằng:

Hướng dẫn giải

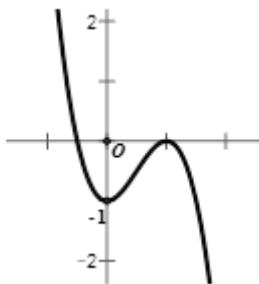
ĐÁP ÁN 1

Với $m>1$ thì hàm số đã cho không bị suy biến

$Y=m$ là tiệm cận ngang, $x=m$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Vậy giao điểm hai tiệm cận là $I(m;m)$

Ta có: $y_1=x_1$ nên điểm I thuộc đường thẳng có phương trình $y=x$. Vậy hệ số $a=1$, hệ số $b=0$

Câu 5: Cho hàm số $y=-2x^3+3x^2-1$ có đồ thị (P) như hình vẽ.



Dùng đồ thị (P) suy ra $m \in (a;b)$ thỏa mãn phương trình $2x^3-3x^2+2m=0$ (1) có ba nghiệm phân biệt. Khi đó a.b bằng:

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN: 0

Phương trình (1) $-2x^3+3x^2-1=2m-1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và d: $y=2m-1$ (là đường thẳng song song hoặc trùng với Ox).

Phương trình có ba nghiệm phân biệt (P) cắt d tại ba điểm phân biệt $-1 < 2m-1 < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2} \Leftrightarrow (0; \frac{1}{2})$. Vậy $a=0$; $b=\frac{1}{2}$

Câu 6: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD. Gọi I là trung điểm đoạn MN. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức $\vec{IA} + (2k-1)\vec{IB} + k\vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$?

Hướng dẫn giải

+ Vì M, N, I lần lượt là trung điểm của AC, BD, MN

$$\rightarrow \begin{cases} \vec{IA} + \vec{IC} = 2\vec{IM} \\ \vec{IB} + \vec{ID} = 2\vec{IN} \\ \vec{IM} + \vec{IN} = \vec{0} \end{cases} \rightarrow \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$$

+ Ta có $\vec{IA} + (2k-1)\vec{IB} + k\vec{IC} + \vec{ID} = \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} + (2k-2)\vec{IB} + (k-1)\vec{IC} = \vec{0}$

$$\rightarrow (k-1)(2\vec{IB} + \vec{IC}) = \vec{0}$$

+ Mà $2\vec{IB} + \vec{IC} \neq \vec{0} \Leftrightarrow k-1=0 \Leftrightarrow k=1$

