

TRƯỜNG THCS THẮNG LONG

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ II
MÔN TOÁN LỚP 9
Năm học 2017 – 2018

A. ĐẠI SỐ

I. CÁC BÀI TOÁN RÚT GỌN

$$P = \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-2} \quad Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}}$$

Bài 1. Cho hai biểu thức sau

a) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 49$.

b) Rút gọn biểu thức Q.

c) Tìm giá trị của x để $\frac{Q}{P} < \frac{1}{2}$.

$$A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} \right)$$

Bài 2. Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A biết $x = 7 - 4\sqrt{3}$.

c) Tìm x để $A = 2/5$

d) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

e) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$$

Bài 3. Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức B.

b) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = \frac{2}{3-\sqrt{5}}$

c) Tìm giá trị của x để $B = \frac{14}{5}$.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B.

$$D = \frac{10\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}}$$

Bài 4. Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức D.

b) Chứng minh rằng $D > -3$ với mọi x thuộc tập xác định.

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức D.

$$E = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+1} \right)$$

Bài 5. Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức E.

b) Tìm giá trị của x để $E = \sqrt{x} - 2$.

c) Tìm m để x thỏa mãn $(\sqrt{x}+1)E = m - x$

II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI – QUAN HỆ GIỮA (P) VÀ (d)

Bài 1. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 5 = 0$. (1)

- Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm m để 2 nghiệm của phương trình thỏa mãn tích hai nghiệm không lớn hơn tổng hai nghiệm.
- Tìm điều kiện của m sao cho phương trình có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm lớn hơn và một nghiệm nhỏ hơn 3.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = 4x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - (2m+3)x + m^2 - 1 = 0$. (1)

- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1 = 1$, tìm nghiệm còn lại.
- Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 11$.
- Tìm m để $A = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa 2 nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

Bài 3. Cho hàm số (P): $y = x^2$

- Vẽ đồ thị của hàm số (P).
- Xác định tọa độ A, B là giao điểm của (P) với đường thẳng $y = 2x + 3$.
- Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A và B. Tính chu vi và diện tích của tứ giác ABDC.
- Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm M(2; 4) có hệ số góc a và tiếp xúc với (P).

Bài 4. Cho hàm số (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + m + 1$

- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = -3$.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt sao cho các tung độ của hai giao điểm bằng 5.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung.
- Tìm m để (d) đi qua điểm M nằm trên (P). Biết điểm M có hoành độ bằng -2.

Bài 5. Cho hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$

- Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Gọi hoành độ giao điểm của (d) cắt (P) là x_1, x_2 .

$$Q = \frac{x_1^2 + x_1 - 4}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 4}{x_2}$$

Tính giá trị của biểu thức

- Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d). Tính diện tích tam giác AOB theo m.

- Tìm m để (P) giao với (d) tại 2 điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 2016$.

III. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ 5\sqrt{2}x - 4\sqrt{3}y = 8 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y-2} = 4 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 3\sqrt{x+5} - \frac{2}{x-y-1} = 2 \\ \sqrt{x+5} + \frac{4}{x-y-1} = 3 \end{cases} \\ & \begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases} & \end{array}$$

Bài 2. Cho hệ phương trình

- Giải hệ phương trình với $m = -2$.
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất.
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x - 3y = 1$.
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất sao cho x, y có giá trị nhỏ nhất.

- Tìm các giá trị nguyên để $\frac{x - 2y}{2x - 5y}$ nhận giá trị nguyên.

IV. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH.

Bài 1. Một xe tải đi từ A đến B cách nhau 180km. Sau đó 1 giờ một xe con cũng xuất phát từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải 10km/h và đến B sớm hơn xe tải 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài 2. Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường, người đó tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại nên người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút. Tính vận tốc dự định.

Bài 3. Một ca nô chạy xuôi dòng trên một khúc sông dài 60km. Sau đó chạy ngược dòng khúc sông đó 63km hết tất cả 6 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 3km/h.

Bài 4. Một công nhân được giao khoán sản xuất 120 sản phẩm trong thời gian nhất định. Sau khi làm được một nửa số lượng được giao, nhờ hợp lý hóa một số thao tác nên mỗi giờ người đó làm thêm được 3 sản phẩm nữa. Nhờ đó mức khoán được giao được người công nhân hoàn thành sớm hơn 1 giờ. Tính năng suất và thời gian dự định của người công nhân đó.

Bài 5. Để hưởng ứng phong trào “Vì biển đảo Trường Sa” một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. Vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu nữa và mỗi tàu chở ít hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc, biết các tàu chở số tấn hàng như nhau.

Bài 6. Trong tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 540 sản phẩm. Do cải tiến kỹ thuật nên sang tháng thứ hai, Tổ I đã vượt mức 20% và Tổ II đã vượt mức 15%. Vì vậy tháng thứ hai cả hai tổ sản xuất được 632 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 7. Hai tổ công nhân làm chung 12 giờ sẽ hoàn thành công việc đã định. Hai tổ công nhân làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác tổ thứ hai làm nốt công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi tổ thứ hai làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành.

Bài 8. Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại rồi mở vòi thứ hai trong 20 phút thì sẽ được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 9. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước trong 1 giờ thì được $\frac{11}{30}$. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, vòi thứ hai chảy trong 3 giờ thì được $\frac{9}{10}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu sẽ đầy.

B. HÌNH HỌC

Bài 1. Cho $(O;R)$ đường kính AB , M là một điểm thuộc (O) và $MA < MB$. Từ M kẻ đường vuông góc với AB tại H và cắt (O) tại điểm thứ hai là N . Trên tia đối của tia MN lấy điểm C . Nối C với B cắt đường tròn tại điểm thứ hai I . Giao điểm của AI với MN là K .

- Chứng minh tứ giác $BHIK$ nội tiếp.
- Chứng minh $CI \cdot CB = CK \cdot CH$
- Chứng minh IC là tia phân giác góc ngoài của tam giác MIN .
- Cho $AH = R/2$. Tính diện tích hình quạt giới hạn bởi OB , ON và cung nhỏ BN .

Bài 2. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB , AC với (O) . Kẻ CE vuông góc với AB , CE cắt đường tròn (O) tại M . Kẻ MD vuông góc với BC , MF vuông góc với AC .

- Chứng minh: tứ giác $MDBE$ nội tiếp.
- Chứng minh $EB^2 = EM \cdot EC$
- Gọi I là giao điểm của CE và OA . Chứng minh $BI \parallel MF$.
- Cho $OA = 2R$. Tính MC theo R .

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm $(O;R)$. Các đường cao BE , CF cắt nhau tại H và lần lượt cắt đường tròn tại M , N .

- Chứng minh: $BFEC$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh: $EF \parallel MN$
- Chứng minh: OA vuông góc EF .
- Gọi I , K lần lượt là trung điểm của AH , BC . Chứng minh: $IEKF$ là tứ giác nội tiếp.
- Cho B , C cố định, A di chuyển trên cung lớn BC . Chứng minh: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF không đổi.

Bài 4. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính BC , A là một điểm trên đường tròn (A khác B và C). Kẻ AH vuông góc BC (H thuộc BC). Đường tròn tâm (I) đường kính AH cắt AB , AC và đường tròn (O) lần lượt tại D , E , F .

- Chứng minh $AH = DE$.
- Chứng minh tứ giác $BDEC$ nội tiếp.
- Chứng minh OA vuông góc DE .
- AF cắt BC tại S . Chứng minh S , D , E thẳng hàng.
- Cho số cung $AB = 60^\circ$. Tính diện tích tứ giác $BDCE$ theo R .

$$\frac{\sqrt{2}}{AM} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$$

- Kẻ AM là phân giác của góc BAC (M thuộc BC). CMR:

Bài 5. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Gọi I là điểm cố định trên OB . Lấy điểm C nằm trên đường tròn (O) sao cho $CA > CB$. Dựng đường thẳng d vuông góc AB tại I cắt BC tại E , cắt AC tại F .

- Chứng minh tứ giác $AICE$ nội tiếp.
- Chứng minh $IE \cdot IF = IA \cdot IB$
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF cắt AE tại N . Chứng minh N thuộc đường tròn $(O;R)$.
- Gọi M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF . Chứng minh rằng khi C di chuyển trên đường tròn (O) thì M luôn thuộc đường thẳng cố định.

Bài 6. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Kẻ đường cao AD và đường kính AM . Hạ BE và CF cùng vuông góc với AM .

- Chứng minh tứ giác $ABDE$ và $ACFD$ nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh $DF \parallel BM$.

c) Cho $\angle ABC = 60^\circ$, $R = 6\text{cm}$. Tính diện tích hình quạt giới hạn bởi OC, OM và cung nhỏ CM.

d) Cho BC cố định, A chuyển động trên cung lớn BC sao cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là một điểm cố định.

Bài 7. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC tới (O) (B, C là tiếp điểm) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A, AC cắt Mx tại I. Vẽ đường kính BD. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc BD cắt MC, DC lần lượt tại K và E.

a) Chứng minh: tứ giác MOIC nội tiếp.

b) Chứng minh: OI vuông góc Mx.

c) Tính ME?

d) Cho $OM = 2R$. Khi M di chuyển thì K di chuyển trên đường nào?

Bài 8. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, C là một điểm trên nửa đường tròn ($CA < CB$). Gọi D là hình chiếu của C trên AB. Trên CD lấy E, AE cắt nửa đường tròn tại F.

a) Chứng minh: BDEF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AC^2 = AE \cdot AF$

c) Tính $AE \cdot AF + BD \cdot BA$ theo R.

d) Khi điểm E di chuyển trên CD thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF di chuyển trên đường nào? Vì sao?

C. MỘT SỐ BÀI TOÁN THAM KHẢO

Bài 1. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x - x^2 + 1} = x^2 - x + 2$

b) $x^2 - 5x + 14 = 4\sqrt{x + 1}$

c) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{6 - x} = \sqrt{x^2 - 8x + 24}$

d) $x^2 + 2x + 2 = (2x + 1)\sqrt{x + 1}$

e) $(\sqrt{x + 5} - \sqrt{x + 2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$

Bài 2. Cho $x > 0$. Tìm GTNN của biểu thức A:

$$A = 4x + \frac{1}{4x} - \frac{4\sqrt{x} + 3}{x + 1} + 2016$$

$$B = \frac{x + y}{\sqrt{x(3x + y)} + \sqrt{y(3y + x)}}$$

Bài 3. Cho $x, y > 0$. Tìm GTLN của biểu thức B:

Bài 4. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm GTNN của biểu thức A sau:

$$A = \sqrt{a^2 + ab + b^2} + \sqrt{b^2 + bc + c^2} + \sqrt{a^2 + ac + c^2}$$

TRƯỜNG THCS THẮNG LONG

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 9 HỌC KÌ II

Năm học 2017 - 2018

A. ĐẠI SỐ

I. CÁC BÀI TOÁN RÚT GỌN

Bài 1: Cho hai biểu thức sau:

$$P = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$$

$$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x}}$$

a) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 49$.

b) Rút gọn biểu thức Q.

c) Tìm giá trị của x để $\frac{Q}{P} < \frac{1}{2}$

Bài 2: Cho biểu thức $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x + \sqrt{x} - 6} + \frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} \right)$

a) Rút gọn biểu thức A

d) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

b) Tính giá trị của A biết $x = 7 - 4\sqrt{3}$.

e) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A. *lưu ý x > 0*

c) Tìm x để $A = 2/5$

Bài 3: Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{3\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{3\sqrt{x} + 1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x - 1} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x} - 2}{3\sqrt{x} + 1} \right)$

a) Rút gọn biểu thức B

b) Tính giá trị của B khi $x = \frac{2}{3 - \sqrt{5}}$

c) Tìm giá trị của x để $B = \frac{14}{5}$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B.

Bài 4: Cho biểu thức $D = \frac{10\sqrt{x}}{x + 3\sqrt{x} - 4} - \frac{2\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 4} + \frac{\sqrt{x} + 1}{1 - \sqrt{x}}$

a) Rút gọn biểu thức D.

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức D.

b) Chứng minh rằng $D > -3$ với mọi x thuộc tập xác định.

Bài 5: Cho biểu thức $E = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{x + 1} \right)$

a) Rút gọn biểu thức E

b) Tìm giá trị của x để $E = \sqrt{x} - 2$

c) Tìm m để x thỏa mãn $(\sqrt{x} + 1)E = m - x$

II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI – QUAN HỆ GIỮA (P) VÀ (d)

Bài 1.: Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + 2m - 5 = 0$.

a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

c) Tìm m để hai nghiệm của phương trình thỏa mãn tích hai nghiệm không lớn hơn tổng hai nghiệm.

d) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = 4x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$

Bài 2: Cho phương trình : $x^2 - (2m + 3)x + m^2 - 1 = 0$

- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1 = 1$, tìm nghiệm còn lại.
- Với giá trị nào của m thì $x_1^2 + x_2^2 = 11$
- Tìm m để $A = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa 2 nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m .

Bài 3: Cho hàm số (P) : $y = x^2$

- Vẽ đồ thị của hàm số (P).
- Xác định tọa độ A, B là giao điểm của (P) với đường thẳng $y = 2x + 3$.
- Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A và B ^{tên O x} lên trục hoành. Tính chu vi và diện tích của tứ giác ABDC.
- Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm M(2; 4) có hệ số góc α và tiếp xúc với (P).

Bài 4: Cho hàm số (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx + m + 1$

- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = -3$.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt sao cho ^{đúng} các tung độ của hai giao điểm bằng 5.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung.
- Tìm m để (d) đi qua điểm M nằm trên (P). Biết điểm M có hoành độ bằng -2.

Bài 5: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P) và đường thẳng $y = mx + 2$ (d)

- Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
Gọi hoành độ giao điểm của (d) cắt (P) là x_1, x_2 .
Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{x_1^2 + x_1 - 4}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 4}{x_2}$
- Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d). Tính diện tích tam giác AOB theo m .
- Tìm m để (P) giao với (d) tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho : $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 2016$.

III. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = 1 \\ 5\sqrt{2}x - 4\sqrt{3}y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y-2} = 4 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3\sqrt{x+5} - \frac{2}{x-y-1} = 2 \\ \sqrt{x+5} + \frac{4}{x-y-1} = 3 \end{cases}$$

Bài 2: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases}$

- Giải hệ phương trình với $m = -2$
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất.
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x - 3y = 1$.

d) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất sao cho x, y có giá trị nhỏ nhất.

e) Tìm các giá trị m nguyên để $\frac{x-2y}{2x-5y}$ nhận giá trị nguyên.

IV. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH:

Bài 1: Một xe tải đi từ A đến B cách nhau 180 km. Sau đó giờ một xe con cũng xuất phát từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải 10km/h và đến B sớm hơn xe tải 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài 2: Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường, người đó tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại nên người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút. Tính vận tốc dự định.

Bài 3: Một canô chạy xuôi dòng trên một khúc sông dài 60km. Sau đó chạy ngược dòng khúc sông đó 63km hết tất cả 6 giờ. Tính vận tốc riêng của canô biết vận tốc của dòng nước là 3km/h

Bài 4: Một công nhân được giao khoán sản xuất 120 sản phẩm trong thời gian nhất định. Sau khi làm được một nửa số lượng được giao, nhờ hợp lý hóa một số thao tác nên mỗi giờ người đó làm thêm được 3 sản phẩm nữa. Nhờ đó mức khoán được giao được người công nhân hoàn thành sớm hơn 1 giờ. Tính năng suất và thời gian dự định của người công nhân đó.

Bài 5: Để hưởng ứng phong trào “ Vì biển đảo Trường Sa” một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. Vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu nữa và mỗi tàu chở ít hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc, biết các tàu chở số tấn hàng như nhau.

Bài 6: Trong tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 540 sản phẩm. Do cải tiến kĩ thuật nên sang tháng thứ hai, Tổ I đã vượt mức 20% và tổ II đã vượt mức 15%. Vì vậy tháng thứ hai cả hai tổ sản xuất được 632 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 7: Hai tổ công nhân làm chung 12 giờ sẽ hoàn thành công việc đã định. Hai tổ công nhân làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác tổ thứ hai làm nốt công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi tổ thứ hai làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành.

Bài 8: Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại rồi mở vòi thứ 2 trong 20 phút thì sẽ được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 9: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước trong một giờ thì được $\frac{11}{30}$ bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, vòi thứ hai chảy trong 3 giờ thì được $\frac{9}{10}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu bể sẽ đầy.

B. HÌNH HỌC

Bài 1: Cho $(O; R)$ đường kính AB, M là một điểm thuộc (O) và $MA < MB$. Từ M kẻ đường vuông góc với AB tại H và cắt (O) tại điểm thứ hai là N. Trên tia đối của tia MN lấy điểm C. Nối C với B cắt đường tròn tại điểm thứ hai I. Giao điểm của AI với MN là K.

a) Chứng minh tứ giác BHIK nội tiếp

b) Chứng minh $CI \cdot CB = CK \cdot CH$.

c) Chứng minh IC là tia phân giác góc ngoài của tam giác MIN.

d) Cho $AH = R/2$. Tính diện tích hình quạt giới hạn bởi OB, ON và cung nhỏ BN.

Bài 2: Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với (O) . Kẻ CE vuông góc với AB, CE cắt đường tròn (O) tại M. Kẻ MD vuông góc với BC, MF vuông góc AC.

a) Chứng minh : tứ giác MDBE nội tiếp.

b) Chứng minh: $EB^2 = EM \cdot EC$

c) Gọi I là giao điểm của CE và OA. Chứng minh: $BI \parallel MF$.

d) Cho $OA = 2R$. Tính MC theo R.

Bài 3: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm (O;R). Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H và lần lượt cắt đường tròn tại M, N.

a) Chứng minh: BFEC là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $EF \parallel MN$

c) Chứng minh : OA vuông góc EF.

d) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AH, BC. Chứng minh : IEKF là tứ giác nội tiếp.

e) Cho B, C cố định , A di chuyển trên cung lớn BC. Chứng minh : bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF không đổi.

Bài 4: Cho đường tròn (O;R) đường kính BC, A là một điểm trên đường tròn (A khác B và C). Kẻ AH vuông góc BC (H thuộc BC). Đường tròn tâm (I) đường kính AH cắt AB, AC và đường tròn (O) lần lượt tại D, E, F.

a) Chứng minh $AH = DE$.

b) Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp.

c) Chứng minh OA vuông góc DE.

e) AF cắt BC tại S. Chứng minh S, D, E thẳng hàng.

f) Cho số cung $AB = 60^\circ$. Tính diện tích tứ giác BDCE theo R.

g) Kẻ AM là phân giác của góc BAC (M thuộc BC). CMR : $\frac{\sqrt{2}}{AM} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$

Bài 5: Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi I là điểm cố định trên OB. Lấy điểm C nằm trên đường tròn (O) sao cho $CA > CB$. Dựng đường thẳng d vuông góc AB tại I cắt BC tại E, cắt AC tại F.

a) Chứng minh tứ giác AICE nội tiếp

b) Chứng minh $IE \cdot IF = IA \cdot IB$.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF cắt AE tại N. Chứng minh N thuộc đường tròn (O; R).

d) Gọi M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Chứng minh rằng khi C di chuyển trên đường tròn (O) thì M luôn thuộc đường thẳng cố định.

Bài 6: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O;R). Kẻ đường cao AD và đường kính AM. Hạ BE và CF cùng vuông góc với AM.

a) Chứng minh tứ giác ABDE và ACFD nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $DF \parallel BM$.

c) Cho $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $R = 6\text{cm}$. Tính diện tích hình quạt giới hạn bởi OC, OM và cung nhỏ CM.

d) Cho BC cố định, A chuyển động trên cung lớn BC sao cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là một điểm cố định.

Bài 7: Cho đường tròn (O; R) và điểm M nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB; MC tới (O) (B, C là tiếp điểm) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A. AC cắt Mx tại I. Vẽ đường kính BD. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc BD cắt MC, DC lần lượt tại K và E.

a) Chứng minh: tứ giác MOIC nội tiếp.

b) Chứng minh: OI vuông góc Mx.

c) Tính ME ?

d) Cho $OM = 2R$, Khi M di chuyển thì K di chuyển trên đường nào?

Bài 8: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, C là một điểm trên nửa đường tròn ($CA < CB$). Gọi D là hình chiếu của C trên AB. Trên CD lấy E. AE cắt nửa đường tròn tại F.

a) Chứng minh : BDEF là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $AC^2 = AE \cdot AF$

c) Tính $AE \cdot AF + BD \cdot BA$ theo R

d) Khi điểm E di chuyển trên CD thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF di chuyển trên đường nào? Vì sao.

C. MỘT SỐ BÀI TOÁN THAM KHẢO

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x - x^2 + 1} = x^2 - x + 2$

b) $x^2 - 5x + 14 = 4\sqrt{x + 1}$

c) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{6 - x} = \sqrt{x^2 - 8x + 24}$

d) $x^2 + 2x + 2 = (2x + 1)\sqrt{x + 1}$

e) $(\sqrt{x + 5} - \sqrt{x + 2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$

Bài 2: Cho $x > 0$. Tìm GTNN của biểu thức A: $A = 4x + \frac{1}{4x} - \frac{4\sqrt{x} + 3}{x + 1} + 2016$

Bài 3: Cho $x, y > 0$. Tìm GTLN của biểu thức B: $B = \frac{x + y}{\sqrt{x(3x + y)} + \sqrt{y(3y + x)}}$

Bài 4: Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm GTNN của biểu thức A sau:

$$A = \sqrt{a^2 + ab + b^2} + \sqrt{b^2 + bc + c^2} + \sqrt{a^2 + ac + c^2}$$