

DẠNG 1**Mở đầu về khối đa diện**

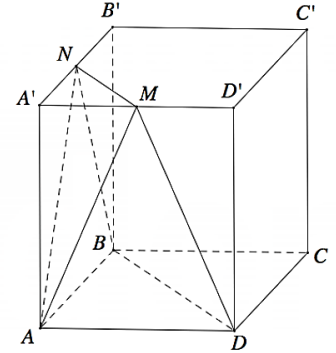
- Câu 1:** Khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V , $AB = a$, $CD = b$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD là α khoảng cách giữa chúng bằng c . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $V = \frac{abc \sin \alpha}{6}$. B. $V = \frac{abc \sin \alpha}{2}$. C. $V = \frac{abc \sin \alpha}{3}$ D. $V = abc \sin \alpha$.
- Câu 2:** Khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V , $AB = a$ góc giữa hai mặt phẳng (CAB) và (DAB) bằng α . Các tam giác CAB , DAB có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $V = \frac{2S_1 S_2 \sin \alpha}{a}$. B. $V = \frac{4S_1 S_2 \sin \alpha}{3a}$. C. $V = \frac{4S_1 S_2 \sin \alpha}{a}$ D. $V = \frac{2S_1 S_2 \sin \alpha}{3a}$.
- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của hình chóp đó bằng
- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.
- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình vuông cạnh a . Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh bên SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$.
- Câu 5:** Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích của hình chóp bằng
- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.
- Câu 6:** Nếu một hình chóp đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần thì thể tích của nó tăng lên
- A. n^2 lần. B. $2n^2$ lần. C. n^3 lần. D. $2n^3$ lần.
- Câu 7:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' , CC' , lần lượt bằng 1 và 2; khoảng cách C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
- A. 2. B. $\frac{2}{3}$. C. 4 D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 8:** Cho khối tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc thỏa mãn $OA^2 + OB^2 + OC^2 = 12$. Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $O.ABC$ bằng
- A. 8. B. $\frac{4}{3}$. C. 4 D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 9:** Thể tích của khối chóp cắt có diện tích hai đáy lần lượt là S_1, S_2 có chiều cao bằng h là
- A. $h(S_1 + S_2 - \sqrt{S_1 S_2})$. B. $\frac{h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})}{3}$. C. $\frac{h(S_1 + S_2 - \sqrt{S_1 S_2})}{3}$ D. $h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BAD = 60^\circ$ và có chiều cao bằng $2a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'D'$. Tính thể tích khối đa diện $ABDA'MN$

- A. $\frac{7a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{5a^3}{8}$ D. $\frac{2a^3}{8}$.

Câu 11: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc $BAD = 60^\circ$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh $A'D'$ và $A'B'$. Thể tích khối chóp $A.BDMN$ là:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$. B. $\frac{3a^3}{16}$.
C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$. D. $\frac{a^3}{16}$.



Câu 12: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P , Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Câu 13: Cho khối tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và thỏa mãn $OA + OB + OC = 6$. Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. 8. B. $\frac{4}{3}$. C. 4. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích đáy bằng S , chiều cao bằng h . Thể tích khối tứ diện $A'ABD$ bằng

- A. $\frac{Sh}{4}$. B. $\frac{Sh}{6}$. C. $\frac{Sh}{2}$. D. $\frac{Sh}{3}$.

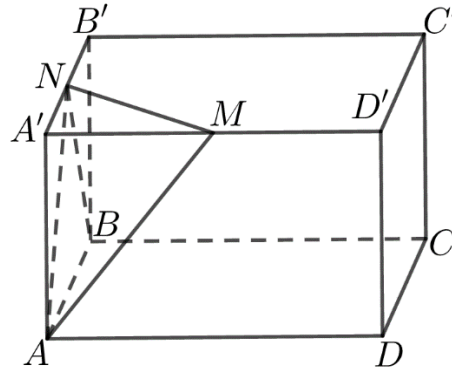
Câu 15: Cho hình lăng trụ đều có độ dài cạnh đáy bằng a . Chiều cao của hình lăng trụ bằng h , diện tích một mặt đáy là S . Tổng khoảng cách từ một điểm trong hình lăng trụ tới tất cả các mặt của hình lăng trụ bằng

- A. $h + \frac{2S}{a}$. B. $h + \frac{3S}{a}$. C. $\frac{2S}{a}$. D. $\frac{3S}{a}$.

Câu 16: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều a , $AA' = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BB' và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mặt phẳng (MNG) cắt CA, CB lần lượt tại E, F . Thể tích khối đa diện có 6 đỉnh là A, B, M, N, E, F bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{9}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{27}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{27}$.

Câu 17: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BAD = 60^\circ$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh $A'D'$ và $A'B'$. Tính thể tích khối chóp $A.BDMN$.



- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. B. $\frac{3a^3}{16}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3}{16}$.

Câu 18: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P . Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{96}$. D. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{32}$.

Câu 19: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$; $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc $BAD = 60^\circ$. Gọi $M; N$ lần lượt là trung điểm của $A'D'$; $A'B'$. Tính thể tích khối đa diện $BCD.MNB'C'D'$.

- A. $\frac{3a^3}{16}$. B. $\frac{7a^3}{32}$. C. $\frac{9a^3}{16}$. D. $\frac{17a^3}{32}$.

Câu 20: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 72. Gọi M là trung điểm của cạnh $A'B'$; các điểm N, P thỏa mãn $\overrightarrow{B'N} = \frac{3}{4}\overrightarrow{B'C'}$; $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$. Đường thẳng NP cắt BB' tại E , đường thẳng ME cắt AB tại Q . tính thể tích khối đa diện $AQPC.C'A'MN$.

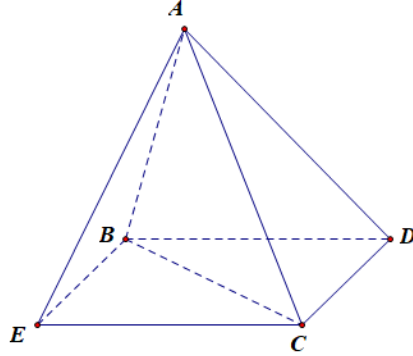
- A. 55. B. 59. C. 52. D. 56.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.D	4.A	5.A	6.C	7.A	8.B	9.B	10.A
11.B	12.C	13.B	14.B	15.A	16.A	17.B	18.C	19.D	20.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn A



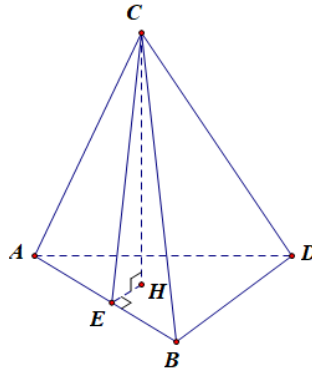
Dựng điểm E sao cho tứ giác $BDCE$ là hình bình hành. Khi đó

$$CD \parallel BE \Rightarrow CD \parallel (ABE) \Rightarrow d(AB, CD) = d(C, (ABE)) = c; (AB, CD) = (AB, BE) = \alpha.$$

$$S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot BE \cdot \sin(\angle ABE) = \frac{1}{2} ab \sin \alpha.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = V_{C.ABE} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABE} \cdot d(C, (ABE)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} ab \sin \alpha \cdot c = \frac{abc \sin \alpha}{6}.$$

Câu 2: Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên (ABD) và E là hình chiếu vuông góc của H trên AB . Khi đó

$$((CAB), (DAB)) = (\angle HE, CE) = \angle CEH = \alpha.$$

$$\begin{cases} CH \perp AB \\ HE \perp AB \end{cases} \Rightarrow CE \perp AB. \text{ Do đó } S_{\triangle ABC} = \frac{CE \cdot AB}{2} \Rightarrow CE = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB} = \frac{2S_1}{a}.$$

$$\triangle CEH \text{ vuông tại } H \text{ có } \frac{CH}{CE} = \sin \angle CEH = \sin \alpha \Rightarrow CH = CE \cdot \sin \alpha = \frac{2S_1 \sin \alpha}{a}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = V_{C.ABD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABD} \cdot CH = \frac{1}{3} \cdot S_2 \cdot \frac{2S_1 \sin \alpha}{a} = \frac{2S_1 S_2 \sin \alpha}{3a}.$$

Câu 3: Chọn D

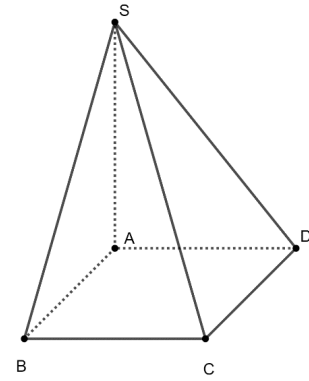
$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow CB \perp (SAB).$$

Suy ra góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) là $CSB = 30^\circ$.

Do đó, $SB = CB \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$. Suy ra

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vì vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3.$$

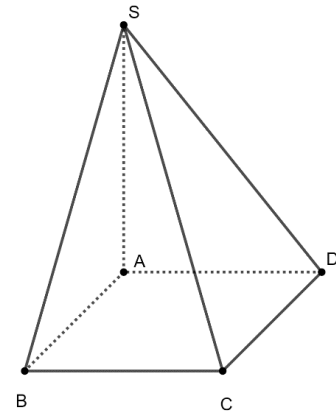
**Câu 4: Chọn A**

$$\text{Do } \left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

Suy ra góc giữa SC với mặt phẳng đáy là $SCA = 30^\circ$.

$$\text{Suy ra } SA = AC \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{6}}{9} a^3.$$

**Câu 5: Chọn A**

Giả sử hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a tâm O . Đặt $SO = h$.

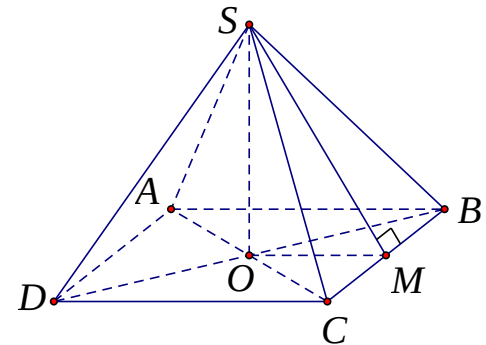
Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}.$$

$$S_{xq} = 4S_{\triangle SBC} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot SM \cdot BC = 2 \cdot \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} \cdot a.$$

$$\text{Có } S_{xq} = 2S_{\text{day}} \Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} \cdot a = 2a^2 \Leftrightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

**Câu 6: Chọn C**

Ta chỉ xét hai hình chóp đều tam giác, tứ giác

Trường hợp 1: Hình chóp đều tam giác có cạnh đáy bằng a và chiều cao h .

$$\text{Thể tích khối chóp tam giác đều ban đầu: } V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h.$$

Thể tích khối chóp sau khi tăng chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần:

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{(na)^2\sqrt{3}}{4} \cdot nh = n^3 V_1.$$

Kết luận: một hình chóp tam giác đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần thì thể tích của nó tăng lên n^3 lần.

Trường hợp 2: Hình chóp đều tứ giác có cạnh đáy bằng a và chiều cao h .

Thể tích khối chóp tứ giác đều ban đầu: $V_1 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$.

Thể tích khối chóp tứ giác đều sau khi tăng chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần:

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot (na)^2 \cdot nh = n^3 V_1.$$

Kết luận: một hình chóp tứ giác đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần thì thể tích của nó tăng lên n^3 lần.

Kết luận: Nếu một hình chóp đều có chiều cao và cạnh đáy cùng tăng lên n lần thì thể tích của nó tăng lên n^3 lần.

Nhận xét: Ta có thể dùng một kết quả quen thuộc

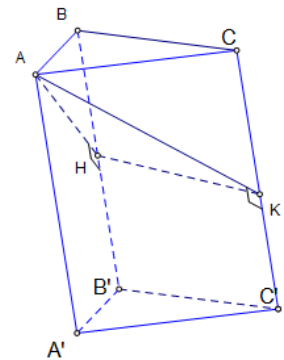
- Nếu ta tăng các kích thước của đa giác lên k lần thì diện tích đa giác sẽ tăng lên k^2 lần.
- Nếu tăng diện tích đáy của khối chóp lên k^2 lần và chiều cao k lần thì thể tích khối chóp sẽ tăng lên k^3 lần.

Câu 7: Chọn A

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB', CC' ta có $AH = d(A, BB') = 1, AK = d(A, CC') = 2$

và $AH^2 + AK^2 = HK^2 = 5 \Rightarrow \triangle AHK$ vuông tại

$$A \Rightarrow S_{AHK} = \frac{1}{2} AH \cdot AK = 1. \text{ Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{AHK} \cdot AA' = 2.$$



Câu 8: Chọn B

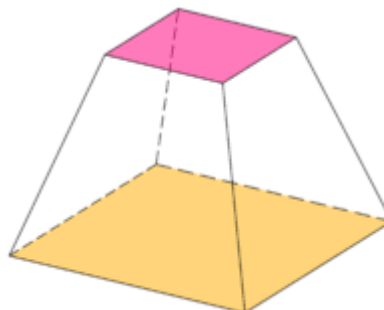
$$\text{Ta có } V_{O.ABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC.$$

Sử dụng bất đẳng thức AM – GM có

$$12 = OA^2 + OB^2 + OC^2 \geq 3\sqrt{OA^2 \cdot OB^2 \cdot OC^2} \Rightarrow OA \cdot OB \cdot OC \leq 8 \Rightarrow V_{O.ABC} \leq \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Câu 9: Chọn B

$$\text{Thể tích hình chóp cụt là } \frac{h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})}{3}$$



Câu 10: Chọn A

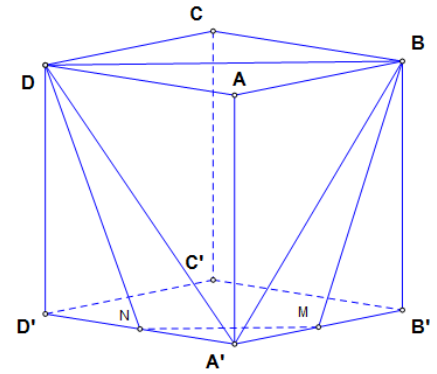
Chú ý: $ABDA'MN$ là một hình chóp cắt có hai tam giác đáy $\triangle ABD, \triangle A'MN$.

$$\text{Do đó } V = \frac{h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})}{3}.$$

Trong đó, $h = 2a\sqrt{3}$ và

$$S_1 = S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, S_2 = S_{A'MN} = \frac{1}{4}S_{A'B'D'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{16} + \sqrt{\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{16}} \right) = \frac{7a^2}{8}.$$



Câu 11: Chọn B

$$\text{Ta có: } V_{A.A'MN} = \frac{1}{3}S_{A'MN} \cdot AA' = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ \right) \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{32}.$$

$$\text{Khối chóp cắt } ABD.A'MN \text{ có } h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, S_1 = S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, S_2 = S_{A'MN} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABD.A'MN} = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) = \frac{a\sqrt{3}}{6} \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{16} + \sqrt{\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{16}} \right) = \frac{7a^3}{32}$$

$$\text{Do đó } V_{A.BDMN} = V_{ABD.A'MN} - V_{A.A'MN} = \frac{7a^3}{32} - \frac{a^3}{32} = \frac{3a^3}{16}.$$

Câu 12: Chọn C

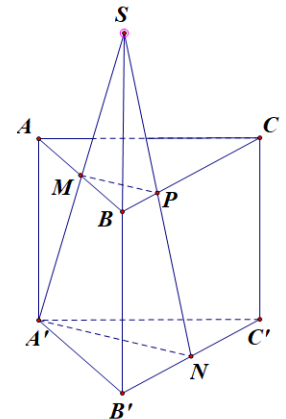
$$\text{Ta có } \frac{MP}{A'N} = \frac{BP}{B'N} = \frac{BM}{A'B'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle MBP \sim \triangle A'B'N \text{ theo tỉ số } \frac{1}{2}$$

Khối đa diện $MBP.A'B'N$ là khối chóp cắt có chiều cao $h = BB' = a$.

Diện tích hai đáy là:

$$S_1 = S_{A'B'N} = \frac{1}{2}S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}, S_2 = S_{MBP} = \frac{1}{4}S_{A'B'N} = \frac{a^2\sqrt{3}}{32}.$$

$$\text{Vậy } V_{MBP.A'B'N} = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) = \frac{a}{3} \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{8} + \frac{a^2\sqrt{3}}{32} + \sqrt{\frac{a^2\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{32}} \right) = \frac{7\sqrt{3}a^3}{96}.$$



Câu 13: Chọn B

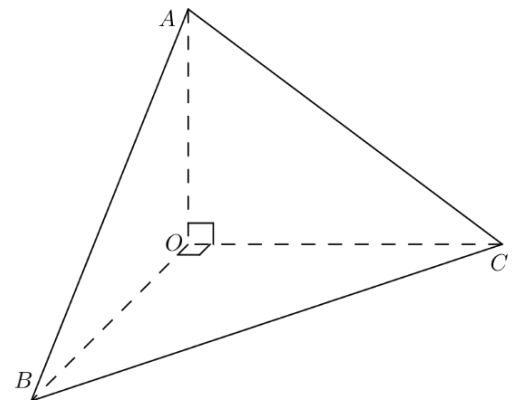
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số không âm, ta có:

$$6 = OA + OB + OC \geq 3\sqrt[3]{OA \cdot OB \cdot OC} \Leftrightarrow OA \cdot OB \cdot OC \leq 8$$

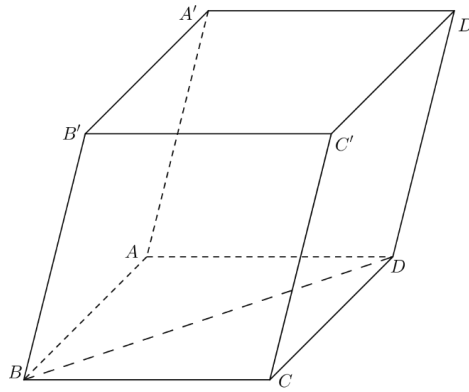
$$\text{Ta có } V_{OABC} = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC \leq \frac{1}{6} \cdot 8 = \frac{4}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $OA = OB = OC = 2$.

$$\text{Vậy } V_{OABC} \text{ lớn nhất là } \frac{4}{3}.$$



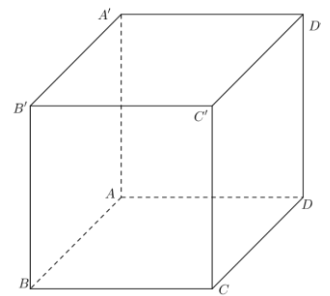
Câu 14: Chọn B



$$\text{Ta có } S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow V_{A'ABD} = \frac{1}{2} V_{A'.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot d(A'; (ABCD)) = \frac{Sh}{6}.$$

Câu 15: Chọn A

Xét hình lăng trụ đều (H) đã cho có đáy là đa giác đều n đỉnh. Xét điểm I bất kỳ trong hình lăng trụ đều (H) đã cho. Khi đó nối I với các đỉnh của (H) ta được $n+2$ khối chóp có đỉnh là I , trong đó có hai khối chóp có đáy là hai mặt đáy của (H) , và n khối chóp có đáy là các mặt bên của (H) . Diện tích của mỗi mặt đáy của (H) là S , diện tích của mỗi mặt bên của (H) bằng ah . Gọi



$h_1, h_2, \dots, h_n, h_{n+1}, h_{n+2}$ lần lượt là khoảng cách từ I đến các mặt bên và các mặt đáy của (H) . Vậy theo công thức tính thể tích của khối lăng trụ và khối chóp ta có:

$$V_{(H)} = V_1 + V_2 + \dots + V_n + V_{n+1} + V_{n+2} \Leftrightarrow Sh = \frac{1}{3} h_1 \cdot ah + \dots + \frac{1}{3} h_n \cdot ah + \frac{1}{3} h_{n+1} \cdot S + \frac{1}{3} h_{n+2} \cdot S$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{1}{3} (h_1 + h_2 + \dots + h_n) a + \frac{1}{3} \underbrace{(h_{n+1} + h_{n+2})}_h \frac{S}{h}$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{1}{3} (h_1 + h_2 + \dots + h_n) a + \frac{S}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} (h_1 + h_2 + \dots + h_n) a = S - \frac{S}{3}$$

$$\Leftrightarrow h_1 + h_2 + \dots + h_n = \frac{2S}{a} \Leftrightarrow h_1 + h_2 + \dots + h_n + h_{n+1} + h_{n+2} = \frac{2S}{a} + h.$$

Câu 16: Chọn D

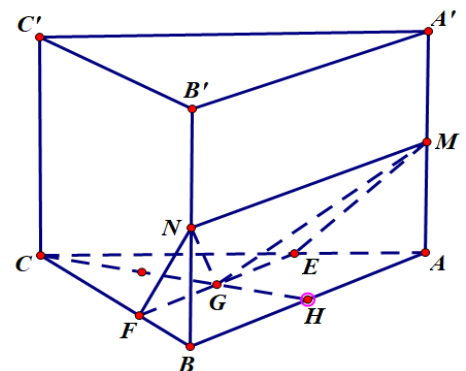
Ta

$$V_1 = V_{C.ABNM} = \frac{1}{3} CH \cdot S_{ABNM} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}.$$

$$\begin{cases} MN \subset (GMN) \\ AB \subset (ABC) \\ AB // MN \end{cases} \Rightarrow (GMN) \cap (ABC) = EF // AB // MN$$

$$\text{Suy ra } \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CH} = \frac{CE}{CA} = \frac{2}{3}.$$

có



$$\text{Suy ra } \frac{V_{C.EFNM}}{V_1} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 1 + 1}{4 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1.1} = \frac{5}{9} \Rightarrow V_{BFN.AEM} = V_1 - V_{C.EFNM} = \frac{4}{9}V_1 = \frac{4}{9} \frac{\sqrt{3}a^3}{6} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{27}$$

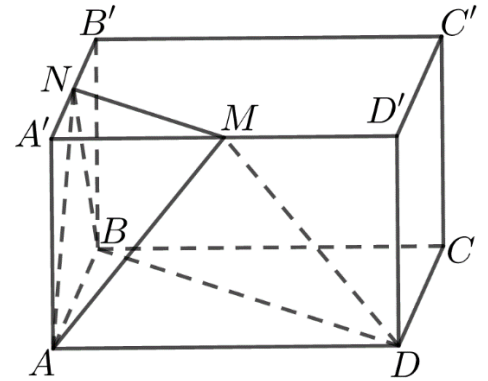
Câu 17: Chọn B

Để thấy $A'MN.ADB$ là hình chóp cụt và hai đáy là hai tam giác đều đồng dạng theo tỉ số là $\frac{1}{2}$.

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ADB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{\triangle A'MN} = \frac{1}{4}S_{\triangle ADB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}$$

$$\Rightarrow V_{AA'MN} = \frac{1}{3}AA' \cdot S_{\triangle A'MN} = \frac{a^3}{32}$$

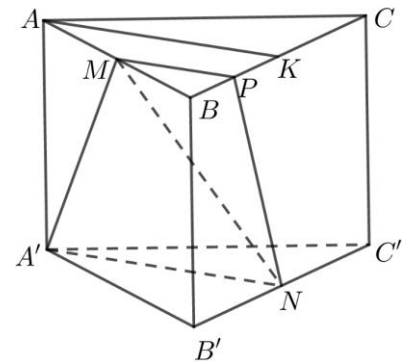
$$V_{A'MN.ADB} = \frac{1}{3}AA' \left(S_{\triangle A'MN} + S_{\triangle ADB} + \sqrt{S_{\triangle A'MN} \cdot S_{\triangle ADB}} \right) = \frac{7a^3}{32} \Rightarrow V_{A.BDMN} = V_{A'MN.ADB} - V_{AA'MN} = \frac{3a^3}{16}.$$

**Câu 18: Chọn C**

Ta có $A'N \parallel (ABC)$. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng BC . Suy ra $AK \parallel A'N$.

Mặt khác $(A'MN) \cap BC = P$ nên P là trung điểm của đoạn thẳng BK .

Để thấy $MBP.A'B'N$ là hình chóp cụt và hai đáy là hai tam giác đồng dạng theo tỉ số là $\frac{1}{2}$.



$$\text{Ta có } S_{\triangle A'B'N} = \frac{1}{2}A'B' \cdot A'N \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow S_{\triangle MBP} = \frac{1}{4}S_{\triangle A'B'N} = \frac{a^2\sqrt{3}}{32}.$$

$$\text{Vậy } V_{MBP.A'B'N} = \frac{1}{3}AA' \left(S_{\triangle MBP} + S_{\triangle A'B'N} + \sqrt{S_{\triangle MBP} \cdot S_{\triangle A'B'N}} \right) = \frac{7a^3\sqrt{3}}{96}.$$

Câu 19: Chọn D

Đặt: V_1 là thể tích của khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$.

V_2 là thể tích của khối chóp cụt $A'MN.ABD$.

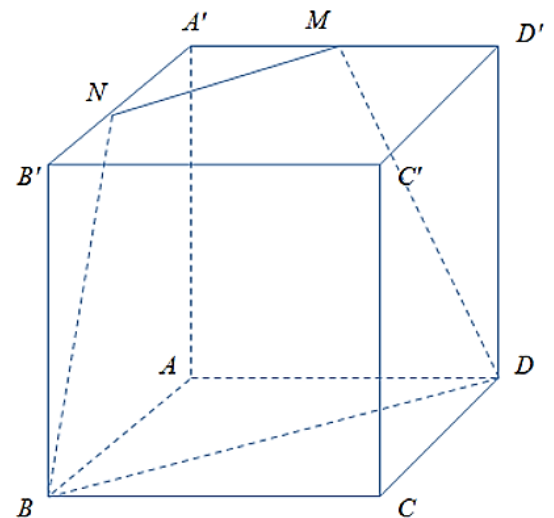
V là thể tích của đa diện $BCD.MNB'C'D'$.

$$\text{Ta có: } V_1 = B.h = a.a.\sin 60^\circ \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{4}$$

$$S_{\triangle A'MN} = \frac{1}{4}S_{\triangle A'B'D'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16}; S_{\triangle ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{h}{3} \left(S_{\triangle A'MN} + S_{\triangle ABD} + \sqrt{S_{\triangle A'MN} \cdot S_{\triangle ABD}} \right)$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{6} \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{16} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \sqrt{\frac{a^2\sqrt{3}}{16} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}} \right) = \frac{7a^3}{32}$$



$$\text{Do đó: } V = V_1 - V_2 = \frac{3a^3}{4} - \frac{7a^3}{32} = \frac{17a^3}{32}.$$

Câu 20: Chọn B

Đặt: V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. $\Rightarrow V = 72$.

V_1 là thể tích khối đa diện $AQPC.C'A'MN$.

V_2 là thể tích khối chóp cụt $BQP.B'MN$.

$$\text{Ta có: } \frac{BP}{B'N} = \frac{BQ}{B'M} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BQ}{BA} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta BQP}}{S_{\Delta BAC}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24} \Rightarrow S_{\Delta BQP} = \frac{1}{24} S_{\Delta BAC}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta B'MN}}{S_{\Delta B'A'C'}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \Rightarrow S_{\Delta B'MN} = \frac{3}{8} S_{\Delta BAC}$$

$$\text{Suy ra: } V_2 = \frac{h}{3} (S_{\Delta BQP} + S_{\Delta B'MN} + \sqrt{S_{\Delta BQP} \cdot S_{\Delta B'MN}})$$

$$= \frac{h}{3} \left(\frac{1}{24} S_{\Delta BAC} + \frac{3}{8} S_{\Delta BAC} + \sqrt{\frac{1}{24} S_{\Delta BAC} \cdot \frac{3}{8} S_{\Delta BAC}} \right) = \frac{h S_{\Delta BAC}}{3} \left(\frac{1}{24} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \right) = \frac{13V}{72} = 13.$$

$$\text{Vậy: } V_1 = V - V_2 = 72 - 13 = 59.$$

