PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN CỦ CHI

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
Ngày 04 tháng 04 năm 2016
Môn thi: TOÁN

Câu 1. (2 điểm) Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $x^2 - x - 6$

b) $x^3 - x^2 - 14x + 24$

Câu 2. (3 điểm) Cho biểu thức $A = \dfrac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

a) Tìm giá trị của x để biểu thức A xác định

b) Tìm giá trị của x để biểu thức A có giá tri bằng 0

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Câu 3. (5 điểm) Giải phương trình:

a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$

b) $\dfrac{x+1}{2008} + \dfrac{x+2}{2007} + \dfrac{x+3}{2006} = \dfrac{x+4}{2005} + \dfrac{x+5}{2004} + \dfrac{x+6}{2003}$

c) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ (phương trình có hệ số đối xứng bậc 4)

Câu 4. (4 điểm)

a) Tìm GTLN : $x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2015$

b) Tìm GTLN : $\dfrac{3(x+1)}{x^3 + x^2 + x + 1}$

Câu 5. (6 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA', BB', CC', H là trực tâm.

a) Tính tổng $\dfrac{HA'}{AA'} + \dfrac{HB'}{BB'} + \dfrac{HC'}{CC'}$

b) Gọi AI là phân giác của ΔABC; IM, IN thứ tự là phân giác của góc AIC và góc AIB. Chứng minh rằng: $AI.BI.CM = BN.IC.AM$

c) Chứng minh : $\dfrac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a)x^2 - x - 6$$
$$= x^2 + 2x - 3x - 6$$
$$= x(x+2) - 3(x+2)$$
$$= (x-3)(x+2)$$

$$b)x^3 - x^2 - 14x + 24$$
$$= x^3 - 2x^2 + x^2 - 2x - 12x + 24$$
$$= x^2(x-2) + x(x-2) - 12(x-2)$$
$$= (x-2)(x^2 + x - 12)$$
$$= (x-2)(x^2 + 4x - 3x - 12)$$
$$= (x-2)(x+4)(x-3)$$

Câu 2.

a) ĐKXĐ: $3x^3 - 19x^2 + 33x - 9 \neq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \neq \dfrac{1}{3} \\ x \neq 3 \end{array}\right.$

b) $\dfrac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

$$= \frac{(x-3)^2(3x+4)}{(3x-1)(x-3)} = \frac{3x+4}{3x-1}$$

$$A = 0 \Leftrightarrow 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{3}(tm)$$

Vậy $x = -\dfrac{4}{3}$ thì $A = 0$

c) $A = \dfrac{3x+4}{3x-1} = \dfrac{3x - 1 + 5}{3x-1} = 1 + \dfrac{5}{3x-1}$

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \dfrac{5}{3x-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3x-1 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$

$3x-1$	-5	-1	1	5
x	$-4/3(ktm)$	$0(tm)$	$2/3(ktm)$	$2(tm)$

Vậy $x \in \{0;2\}$ thì $A \in \mathbb{Z}$

Câu 3.

a) $(x^2+x)^2 + 4(x^2+x) = 12$

Giải phương trình được tập nghiệm $S = \{-2;1\}$

b) $\dfrac{x+1}{2008} + \dfrac{x+2}{2007} + \dfrac{x+3}{2006} = \dfrac{x+4}{2005} + \dfrac{x+5}{2004} + \dfrac{x+6}{2003}$

$$\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} + \frac{x+3}{2006} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} + \frac{x+6}{2003}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2008} + 1 + \frac{x+2}{2007} + 1 + \frac{x+3}{2006} + 1 = \frac{x+4}{2005} + 1 + \frac{x+5}{2004} + 1 + \frac{x+6}{2003} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2009}{2008} + \frac{x+2009}{2007} + \frac{x+2009}{2006} = \frac{x+2009}{2005} + \frac{x+2009}{2004} + \frac{x+2009}{2003}$$

$$\Leftrightarrow (x+2009)\left(\frac{1}{2008} + \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2003}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2009 (Vì \quad \left(\frac{1}{2008} + \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2003}\right) \neq 0)$$

c) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$

Chia cả 2 vế cho x^2 ta được:

$$6x^2 - 5x - 38 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 38 = 0 \qquad (*)$$

Đặt $x + \dfrac{1}{x} = y \Rightarrow x^2 + \dfrac{1}{x^2} = y^2 - 2$

Thay vào phương trình (*) rồi giải phương trình ta được:

$$S=\left\{-2;-\frac{1}{2};0;\frac{1}{3}\right\}$$

Câu 4.

a) P= $x^2+5y^2+2xy-4x-8y+2015$

$P=x^2+5y^2+2xy-4x-8y+2015$

$P=(x^2+2xy+y^2)-4(x+y)+4+4y^2-4y+1+2010$

$=(x+y)^2-4(x+y)+4+(2y-1)^2+2010$

$=(x+y-2)^2+(2y-1)^2+2010\ge 2010$

Suy ra $MinP=2010\Leftrightarrow x=\frac{3}{2};y=\frac{1}{2}$

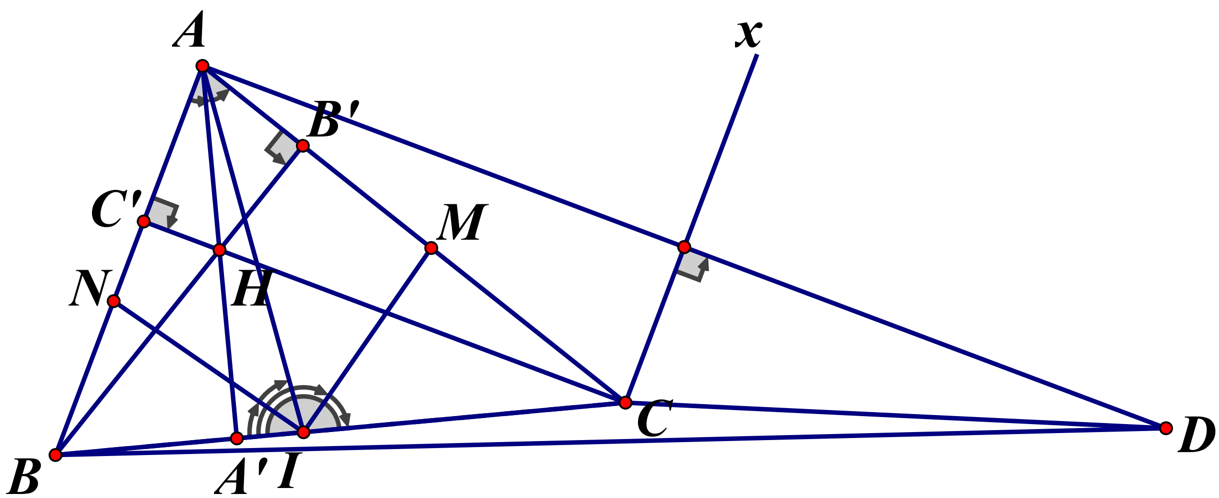
b) $Q=\frac{3(x+1)}{x^3+x^2+x+1}$

$=\frac{3(x+1)}{x^2(x+1)+(x+1)}=\frac{3(x+1)}{(x^2+1)(x+1)}=\frac{3}{x^2+1}$

Q đạt GTLN $\Leftrightarrow x^2+1$ đạt GTNN mà $x^2+1\ge 1$

$\Rightarrow GTLN$ của C là $3\Leftrightarrow x=0$

Câu 5.



a) $\dfrac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \dfrac{\frac{1}{2}HA'.BC}{\frac{1}{2}AA'.BC} = \dfrac{HA'}{AA'}$

Tương tự: $\dfrac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \dfrac{HC'}{CC'}; \dfrac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \dfrac{HB'}{BB'}$

$\Rightarrow \dfrac{HA'}{AA'} + \dfrac{HB'}{BB'} + \dfrac{HC'}{CC'} = \dfrac{S_{HBC}}{S_{ABC}} + \dfrac{S_{HAB}}{S_{ABC}} + \dfrac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = 1$

b) Áp dụng tính chất phân giác vào các tam giác ABC, ABI, AIC:

$\dfrac{BI}{IC} = \dfrac{AB}{AC}; \dfrac{AN}{NB} = \dfrac{AI}{BI}; \dfrac{CM}{MA} = \dfrac{IC}{AI}$

$\Rightarrow \dfrac{BI}{IC}.\dfrac{AN}{NB}.\dfrac{CM}{MA} = \dfrac{AB}{AC}.\dfrac{AI}{BI}.\dfrac{IC}{AI} = \dfrac{AB}{AC}.\dfrac{IC}{BI} = 1$

$\Rightarrow BI.AN.CM = BN.IC.AM$

c) Vẽ $Cx \perp CC'$. Gọi D là điểm đối xứng của A qua Cx

- Chứng minh được $\widehat{BAD}$ vuông; $CD = AC, AD = 2CC'$
- Xét 3 điểm B, C, D ta có: $BD \le BC + CD$
- ΔBAD vuông tại A nên: $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$\Rightarrow\ AB^2 + AD^2 \le (BC + CD)^2$

$\Leftrightarrow\ AB^2 + 4CC'^2 \le (BC + AC)^2$

$\Leftrightarrow\ 4CC'^2 \le (BC + AC)^2 - AB^2$

Tương tự: $4AA'^2 \le (AB + AC)^2 - BC^2; \quad 4BB'^2 \le (AB + BC)^2 - AC^2$

Chứng minh được: $4\left(AA'^2 + BB'^2 + CC'^2\right) \le (AB + BC + AC)^2$

$\Leftrightarrow\ \dfrac{(AB + BC + CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \ge 4$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow\ BC = AC = AB \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều