

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**1. Căn bậc hai.**

Căn bậc hai của một số không âm a là số x sao cho $x^2 = a$.

Số dương a có đúng hai căn bậc hai là $\sqrt{a}$ (và gọi là căn bậc hai số học của a) và $-\sqrt{a}$.

Số 0 có đúng một căn bậc hai chính là số 0 và nó cũng là căn bậc hai số học của số 0.

Với hai số không âm a, b , ta có $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

2. Căn thức bậc hai

Với A là một biểu thức đại số, ta gọi $\sqrt{A}$ là căn thức bậc hai của A .

$\sqrt{A}$ xác định (hay có nghĩa) khi A lấy giá trị không âm, tức là $A \geq 0$.

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

B. BÀI TẬP**PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM****1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN**

Câu 1. [NB] Căn bậc hai số học của 9 là

A. -3.

B. ± 3 .

C. 3.

D. 81

Lời giải

Chọn C

Căn bậc hai số học của 9 là 3.

Câu 2. [NB] Biểu thức $\sqrt{x-3}$ có nghĩa khi

A. $x < 3$.

B. $x < 0$.

C. $x \geq 3$.

D. $x \geq 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt{x-3}$ có nghĩa khi $x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$.

Câu 3. [NB] Số x không âm thỏa mãn $\sqrt{x} = 6$ là

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

A. 36.

B. 6.

C. 12.

D. 3

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = 6^2 \Leftrightarrow x = 36$

Câu 4. [NB] Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{144a^2} - 9a$ với $a > 0$

A. $-9a$.

B. $-3a$.

C. $3a$.

D. $9a$.

Lời giải

Chọn C

$$A = \sqrt{144a^2} - 9a = |12a| - 9a = 12a - 9a = 3a (a > 0)$$

Câu 5. [TH] Giá trị của biểu thức $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$ là

A. $-1 - \sqrt{2}$.

B. $1 - \sqrt{2}$.

C. $\sqrt{2} - 1$.

D. $\sqrt{2} + 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$

Câu 6. [TH] Giá trị của biểu thức $\frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{169}$ là:

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{169} = \frac{2}{5} \cdot 5 - \frac{9}{2} \cdot \frac{4}{9} + 13 = 13$

Câu 7. [TH] Biểu thức $\sqrt{\frac{-2}{3x-1}}$ có nghĩa khi

A. $x < \frac{1}{3}$.

B. $x \leq \frac{1}{3}$.

C. $x \geq \frac{1}{3}$.

D. $x > \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\sqrt{\frac{-2}{3x-1}} \text{ có nghĩa khi } \frac{-2}{3x-1} \geq 0 \Leftrightarrow 3x-1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}$$

Câu 8. [TH] Biểu thức $2b^2 \sqrt{\frac{a^4}{4b^2}}$ với $b > 0$ bằng:

A. $\frac{a^2}{2}$.

B. a^2b .

C. $-a^2b$.

D. $\frac{a^2b^2}{b^2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2b^2 \sqrt{\frac{a^4}{4b^2}} = 2b^2 \cdot \left| \frac{a^2}{2b} \right| = 2b^2 \cdot \frac{a^2}{2b} = a^2b$ với $b > 0$

Câu 9. [VD] Giá trị của x để $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$ là

A. $x = 5$ hoặc $x = 1$.

B. $x = 5$.

C. $x = 2$ hoặc $x = -3$.

D. $x = 2$

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 2 \Leftrightarrow |x-3| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2 \\ x-3=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=1 \end{cases}$$

Câu 10. [VD] So sánh hai số 2 và $1 + \sqrt{2}$

A. $2 \geq 1 + \sqrt{2}$.

B. $2 = 1 + \sqrt{2}$.

C. $2 < 1 + \sqrt{2}$.

D. $2 \leq 1 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tách $2 = 1 + 1 = 1 + \sqrt{1}$. Vì $1 < 2 \Leftrightarrow \sqrt{1} < \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 + 1 < 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow 2 < 1 + \sqrt{2}$.

Câu 11. [VD] Kết quả của phép tính $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ là

A. $3 - 2\sqrt{5}$.

B. $2 - \sqrt{5}$.

C. $\sqrt{5} - 2$.

D. Kết quả khác

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2$

Câu 12. [VDC] Kết quả của phép tính $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ là:

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

C. - 2.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{3}+\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

A. $\sqrt{A^2} = A$ khi $A \geq 0$.
 $A < 0$.

B. $\sqrt{A^2} = -A$ khi

C. $\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow 0 \leq A < B$.

D. $A > B \Leftrightarrow \sqrt{A} < \sqrt{B}$.

Lời giải

A. Đúng

B. Đúng

C. Đúng

D. Sai

Với hai số a, b không âm ta có $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$ nên C đúng.

Với hai số a, b không âm ta có $a > b \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$ nên D sai.

Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$ nên A, B đúng.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

A. $\sqrt{x}$ có nghĩa khi $x > 0$.

B. $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa khi $x \leq \frac{1}{2}$.

C. $\sqrt{\frac{-1}{x+1}}$ có nghĩa khi $x > -1$.

D. $\sqrt{(x-2)^2}$ có nghĩa với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

A. Sai

B. Sai

C. Sai

D. Đúng

$\sqrt{x}$ có nghĩa khi $x \geq 0$ nên A sai.

$\sqrt{2x-1}$ có nghĩa khi $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$ nên B sai.

$\sqrt{\frac{-1}{x+1}}$ có nghĩa khi $\frac{-1}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$ nên C sai.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$\sqrt{(x-2)^2}$ có nghĩa với mọi $x \in \mathbb{R}$ vì $(x-2)^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên D đúng.

Câu 3. Cho $A = \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}}$; $B = \sqrt{18+8\sqrt{2}} + \sqrt{18-8\sqrt{2}}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

A. $A = 2$.

B. $B = 2\sqrt{2}$.

C. $AB = 16\sqrt{3}$.

D. $A + B = 2\sqrt{3} + 8$.

Lời giải

A. Sai

B. Sai

C. Đúng

D. Đúng

Ta có $A = \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}-1 + \sqrt{3}+1 = 2\sqrt{3}$ nên A sai.

$B = \sqrt{18+8\sqrt{2}} + \sqrt{18-8\sqrt{2}} = \sqrt{(4+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(4-\sqrt{2})^2} = 4+\sqrt{2} + 4-\sqrt{2} = 8$ nên B sai.

$\Rightarrow A+B = 2\sqrt{3}+8$; $AB = 16\sqrt{3}$ nên C, D đúng.

Câu 4. Cho biểu thức $Q = 3x - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$. Tìm giá trị của x để biểu thức $Q = 5$.
Chọn đáp án đúng

A. $x \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{9}{4} \right\}$.

B. $x = \frac{9}{4}$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x \in \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{9}{4} \right\}$.

Lời giải

A. Sai

B. Đúng

C. Sai

D. Sai

Ta có $Q = 3x - \sqrt{x^2 - 8x + 16} = 3x - \sqrt{(x-4)^2} = 3x - |x-4|$

TH1: $x \geq 4$ ta có $Q = 3x - (x-4) = 3x - x + 4 = 2x + 4$

$Q = 5 \Leftrightarrow 2x + 4 = 5 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (loại)

TH2: $x < 4$ ta có $Q = 3x + (x-4) = 3x + x - 4 = 4x - 4$

$Q = 5 \Leftrightarrow 4x - 4 = 5 \Leftrightarrow 4x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$ (tm)

Vậy đáp án B đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Câu 1. [NB] Rút gọn biểu thức sau $\sqrt{(5 - \sqrt{11})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2}$

Lời giải

Đáp án: Ta có $\sqrt{(5 - \sqrt{11})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2} = |5 - \sqrt{11}| + |3 - \sqrt{11}|$

Mà

$$+) \quad 5 = \sqrt{25} > \sqrt{11} \Rightarrow 5 - \sqrt{11} > 0 \Leftrightarrow |5 - \sqrt{11}| = 5 - \sqrt{11}$$

$$+) \quad 3 = \sqrt{9} < \sqrt{11} \Rightarrow 3 - \sqrt{11} < 0 \Leftrightarrow |3 - \sqrt{11}| = \sqrt{11} - 3$$

$$\text{Nên } \sqrt{(5 - \sqrt{11})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2} = |5 - \sqrt{11}| + |3 - \sqrt{11}| = 5 - \sqrt{11} + \sqrt{11} - 3 = 2$$

Câu 2. [NB] Cho biểu thức $A = \sqrt{4x - 4}$ với $x \geq 1$. Tìm giá trị của x để $A = 10$

Lời giải

Đáp án:

$$\text{Ta có } A = 10 \Leftrightarrow \sqrt{4x - 4} = 10 (x \geq 1)$$

$$\Leftrightarrow 4x - 4 = 100 \Leftrightarrow 4x = 104 \Leftrightarrow x = 26 (tm)$$

Câu 3. [TH] Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $\sqrt{(2x - 1)^2} = 9$?

Lời giải

Đáp án:

$$\text{Ta có } \sqrt{(2x - 1)^2} = 9 \Leftrightarrow |2x - 1| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 3 \\ 2x - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ 2x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Câu 4. [TH] Tìm x thỏa mãn $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x - 3}$

Lời giải

Đáp án:

$$\text{Đk: } x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$$

$$\text{Với điều kiện trên ta có: } \sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x - 3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = x - 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ (t/m) hoặc } x = -1 \text{ (loại)}$$

Câu 5. [VD] Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \sqrt{4a^2 - 4a + 1} + \sqrt{4a^2 - 12a + 9}$

Lời giải

Đáp án:

$$\text{Ta có } B = \sqrt{4a^2 - 4a + 1} + \sqrt{4a^2 - 12a + 9} = |2a - 1| + |2a - 3|$$

$$\text{Lại có } |2a - 1| + |2a - 3| \geq |2a - 1 + 3 - 2a| = 2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow 2a - 1 = 3 - 2a \Leftrightarrow a = 1$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của B là 2 khi $a = 1$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Tính căn bậc hai của các số sau

a) 1

c) $\frac{16}{9}$

b) 9

d) 0,36

Lời giải

a) Căn bậc hai của số 1 là ± 1 vì $1^2 = (-1)^2 = 1$.

b) Căn bậc hai của số 9 là ± 3 vì $3^2 = (-3)^2 = 9$.

c) Căn bậc hai của số $\frac{16}{9}$ là $\pm \frac{4}{3}$ vì $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$.

d) Căn bậc hai của số 0,36 là $\pm 0,6$ vì $(0,6)^2 = (-0,6)^2 = 0,36$.

Ví dụ 2 [TH]: Tính căn bậc hai số học của các số sau

a) 0,01

b) 0,25

c)

0,04

d) $\frac{4}{9}$

Lời giải

a) $\sqrt{0,01} = 0,1$ vì $0,1^2 = 0,01$.
 $0,5^2 = 0,25$.

b) $\sqrt{0,25} = 0,5$ vì

b) $\sqrt{0,04} = 0,2$ vì $0,2^2 = 0,04$.

c) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ vì $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$.

$$S = \sqrt{0,49} + \sqrt{\frac{1}{9}} - \sqrt{\frac{25}{4}}$$

Ví dụ 3 [TH]: Tính tổng

Lời giải

Ta có $S = 0,7 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} = -\frac{22}{15}$

Ví dụ 4 [TH]: So sánh các số sau:

a) $\sqrt{26}$ và 5.

c)

$\sqrt{2} + \sqrt{11}$ và $\sqrt{3} + 5$

b) $\sqrt{7} + \sqrt{15}$ và 7.

d) $-5\sqrt{35}$ và -30.

Lời giải

a) Ta có $26 > 25 \Rightarrow \sqrt{26} > \sqrt{25}$ hay $\sqrt{26} > 5$.

b) Ta có $\begin{cases} 7 < 9 \\ 15 < 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{7} < \sqrt{9} \\ \sqrt{15} < \sqrt{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{7} < 3 \\ \sqrt{15} < 4 \end{cases}$

Như vậy $\sqrt{7} + \sqrt{15} < 3 + 4 = 7$.

c) Ta có $\begin{cases} 2 < 3 \\ 11 < 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} < \sqrt{3} \\ \sqrt{11} < \sqrt{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} < \sqrt{3} \\ \sqrt{11} < 5 \end{cases}$

Như vậy $\sqrt{2} + \sqrt{11} < \sqrt{3} + 5$.

$$35 < 36 \Rightarrow \sqrt{35} < \sqrt{36} = 6 \Rightarrow -5\sqrt{35} > (-5).6 \Rightarrow -5\sqrt{35} > -30$$

d) Ta có

Ví dụ 5 [TH]: Tìm x thỏa mãn:

a) $\sqrt{x} = -2018$.

b)

$\sqrt{x+1} - 1 = 2$.

c) $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4$.

d) $3 - \sqrt{x^2 + 5} = 4$.

Lời giải

a) Vì $\sqrt{x} \geq 0$ và $-2018 < 0$ nên không tồn tại x thỏa mãn.

b) Điều kiện $x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$.

Khi đó $\sqrt{x+1} - 1 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3 \Leftrightarrow x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 8$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x = 8$.

c) Ta có $x^2 + 5x + 20 = x^2 + 5x + \frac{25}{4} + \frac{55}{4} = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{55}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 20 = 16$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4. \end{cases}$$

Vậy $x = -1$ hoặc $x = -4$.

d) Điều kiện $x^2 + 5 \geq 0$ (luôn đúng). Ta có

$$3 - \sqrt{x^2 + 5} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 5} = 3 - 4 = -1.$$

Vì $\sqrt{x^2 + 5} > 0$ còn $-1 < 0$ nên không tồn tại x thỏa mãn.

Ví dụ 6 [NB]: Tìm x để các căn thức sau có nghĩa.

a) $\sqrt{5 - 2x}$

b) $\sqrt{\frac{1}{x^2 - 4x + 4}}$

c) $\sqrt{25 - x^2}$

Lời giải

a) $\sqrt{5 - 2x}$ có nghĩa khi $5 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq -5 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{2}$.

b) $\sqrt{\frac{1}{x^2 - 4x + 4}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{(x-2)^2}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow (x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

c) $\sqrt{25 - x^2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 25 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 \geq -25 \Leftrightarrow x^2 \leq 25 \Leftrightarrow |x| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$.

Ví dụ 7 [TH]: Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} + 2\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$.

b) $(\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 + \sqrt{5}}$.

Lời giải

a) $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} + 2\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(1 + 2\sqrt{3})^2} + 2\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 1 + 2\sqrt{3} + 2(2 - \sqrt{3}) = 5$.

b) $(\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 + \sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = 4$.

Ví dụ 8 [TH]: Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{x^4 - 4x^2 + 4} - x^2$.

b) $\frac{\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}}{x + 1}$ với $x > 1$.

Lời giải

a) $\sqrt{x^4 - 4x^2 + 4} - x^2 = \sqrt{(x^2 - 2)^2} - x^2 = |x^2 - 2| - x^2$.

Trường hợp 1: $x \leq -\sqrt{2}$ hoặc $x \geq \sqrt{2}$ ta có: $|x^2 - 2| - x^2 = x^2 - 2 - x^2 = -2$

Trường hợp 2: $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ ta có: $|x^2 - 2| - x^2 = -x^2 + 2 - x^2 = -2x^2 + 2$

b) Vì $x > 1$ nên $\frac{\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}}{x + 1} = \frac{\sqrt{(x^2 - 1)^2}}{x + 1} = \frac{|x^2 - 1|}{x + 1} = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x + 1} = x - 1$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1: Tìm và so sánh các căn bậc hai

Bài 1. [NB] Tìm căn bậc hai số học và căn bậc hai của các số sau:

- a) 0,25.
- b) 169.
- c) 81.
- d) 2,25.

Hướng dẫn

a) Vì $0,25 = 0,5^2$ nên căn bậc hai số học của 0,25 là 0,5 và căn bậc hai của 0,25 là $\pm 0,5$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- b) Vì $81 = 9^2$ nên căn bậc hai số học của 81 là 9 và căn bậc hai của 81 là ± 9 .
- c) Vì $169 = 13^2$ nên căn bậc hai số học của 169 là 13 và căn bậc hai của 169 là ± 13 .
- d) Vì $2,25 = 1,5^2$ nên căn bậc hai số học của 2,25 là 1,5 và căn bậc hai của 2,25 là $\pm 1,5$.

Bài 2. [TH] Rút gọn biểu thức:

- a) $A = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$. c)
- $C = 3\sqrt{2}(4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$.
- b) $B = \sqrt{147} + \sqrt{75} - 4\sqrt{27}$. d)
- $D = 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605}$.

Hướng dẫn

- a) $A = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48} = 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.
- b) $B = \sqrt{147} + \sqrt{75} - 4\sqrt{27} = 7\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 0$.
- c) $C = 3\sqrt{2}(4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$
 $= 12\sqrt{2} - 6 + 3(1 - 4\sqrt{2} + 8) = 12\sqrt{2} - 6 + 27 - 12\sqrt{2} = 21$.
- d) $D = 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605} = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 11\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

Bài 3: [TH] So sánh các số sau:

- a) 6 và $\sqrt{41}$. c) $-3\sqrt{5}$ và $-5\sqrt{3}$.
- b) $2\sqrt{27}$ và $\sqrt{147}$. d) $2\sqrt{2} - 1$ và 2.

Hướng dẫn

- a) Ta có $6 = \sqrt{36}$. Mà $\sqrt{36} < \sqrt{41}$ nên $6 < \sqrt{41}$.
- b) Ta có $2\sqrt{27} = \sqrt{108}$. Mà $108 < 147$ nên $2\sqrt{27} < \sqrt{147}$.
- c) Ta có $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ và $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$. Mà $45 < 75$ nên $3\sqrt{5} < 5\sqrt{3} \Rightarrow -3\sqrt{5} > -5\sqrt{3}$.
- d) Ta có $2\sqrt{2} - 1 = \sqrt{8} - 1$ và $2 = 3 - 1 = \sqrt{9} - 1$. Mà $8 < 9$ nên $2\sqrt{2} - 1 < 2$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Bài 4: [VD] Cho $a > 0$. Chứng minh rằng

a) Nếu $a > 1$ thì $a > \sqrt{a}$.

b) Nếu $a < 1$ thì $a < \sqrt{a}$.

Hướng dẫn

a) Ta có tính chất, nếu $a > b > 0$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, do đó từ giả thiết $a > 1 \Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{1} = 1$.

Nhân cả hai vế với $\sqrt{a} > 0$ ta được $a > \sqrt{a}$.

b) Tương tự như trên ta có $a < 1 \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt{1} = 1$.

Nhân cả hai vế với $\sqrt{a} > 0$ ta được $a < \sqrt{a}$.

Dạng 2: Tìm x

Bài 5: [VD] Tìm số thực x thỏa mãn:

a) $\sqrt{-2x^2 - 9} = 2$.

d)

$\sqrt{-3x + 4} = 12$.

b) $\sqrt{x^2 + 1} + 2 = 0$.

e)

$\sqrt{(x - 7)(x + 7)} = 2$.

c) $\sqrt{3x - 1} = 4$.

f)

$\sqrt{9(x - 1)} - 19 = 2$.

Hướng dẫn

a) Điều kiện xác định $-2x^2 - 9 \geq 0$ (vô lí).

Vậy không tồn tại x thỏa mãn đề bài.

b) Điều kiện xác định $x^2 + 1 \geq 0$ (luôn đúng).

Ta có

$$\sqrt{x^2 + 1} + 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} = -2 \text{ (vô lí vì } \sqrt{x^2 + 1} > 0 \text{ với mọi } x).$$

Vậy không tồn tại x thỏa mãn đề bài.

c) Điều kiện xác định $3x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Ta có $\sqrt{3x-1}=4 \Leftrightarrow 3x-1=16 \Leftrightarrow x=\frac{17}{3}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x=\frac{17}{3}$

d) Điều kiện xác định $-3x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{4}{3}$.

Ta có $\sqrt{-3x+4}=12 \Leftrightarrow -3x+4=144 \Leftrightarrow x=-\frac{140}{3}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x=-\frac{140}{3}$.

e) Điều kiện xác định $\begin{cases} x \geq 0 \\ (\sqrt{x}-7)(\sqrt{x}+7) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x-49 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 49$

Ta có $\sqrt{(\sqrt{x}-7)(\sqrt{x}+7)}=2 \Leftrightarrow x-49=4 \Leftrightarrow x=53$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x=53$.

f) Điều kiện xác định $9(x-1) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Ta có $\sqrt{9(x-1)}-19=2 \Leftrightarrow \sqrt{9(x-1)}=21 \Leftrightarrow 9(x-1)=441 \Leftrightarrow x-1=49 \Leftrightarrow x=50$

(thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x=50$.

Bài 6 [VD] a) Chứng minh rằng $\sqrt{2}$ là một số vô tỉ.

b) Chứng minh rằng $\sqrt{5}$ là một số vô tỉ.

Hướng dẫn

a) Giả sử $\sqrt{2}$ là số hữu tỉ. Suy ra $\sqrt{2}=\frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in N^*$ và phân số $\frac{m}{n}$ là phân số

tối giản. Khi đó $\sqrt{2}=\frac{m}{n} \Leftrightarrow 2=\left(\frac{m}{n}\right)^2 \Leftrightarrow m^2=2n^2$ (1)

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Do $2n^2 : 2$ nên $m^2 : 2 \Rightarrow m : 2 \Rightarrow m = 2m_1, m_1 \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m^2 = 4m_1^2$.

Thay vào (1) suy ra $2n^2 = 4m_1^2 \Leftrightarrow n^2 = 2m_1^2 : 2 \Rightarrow n^2 : 2 \Rightarrow n : 2$.

Do đó m, n cùng chia hết cho 2 nên phân số $\frac{m}{n}$ không tối giản, điều này mâu thuẫn với giả sử ở trên.

Vậy $\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

b) Giả sử $\sqrt{5}$ là số hữu tỉ. Suy ra $\sqrt{5} = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{m}{n}$ là phân số tối

giản. Khi đó $\sqrt{5} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow 5 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 \Leftrightarrow m^2 = 5n^2$ (1)

Do $5n^2 : 5$ nên $m^2 : 5 \Rightarrow m : 5 \Rightarrow m = 5m_1, m_1 \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m^2 = 25m_1^2$.

Thay vào (1) suy ra $5n^2 = 25m_1^2 \Leftrightarrow n^2 = 5m_1^2 : 5 \Rightarrow n^2 : 5 \Rightarrow n : 5$.

Do đó m, n cùng chia hết cho 5 nên phân số $\frac{m}{n}$ không tối giản, điều này mâu thuẫn với giả sử ở trên. Vậy $\sqrt{5}$ là số vô tỉ.

Bài 7. [VD] Với giá trị nào của x thì các căn thức sau có nghĩa

a) $\sqrt{-3x}$.

b) $\sqrt{2x-4}$

c) $\sqrt{7-6x}$

d) $\sqrt{-3x+2}$

e) $\frac{x}{x-2} + \sqrt{x-2}$

f) $\frac{x}{x+2} + \sqrt{x-2}$

g) $\sqrt{\frac{1}{3-2x}}$

h) $\sqrt{\frac{-2}{x+1}}$.

Hướng dẫn

a) $\sqrt{-3x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow -3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$.

b) $\sqrt{2x-4}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$.

c) $\sqrt{7-6x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 7-6x \geq 0 \Leftrightarrow 6x \leq 7 \Leftrightarrow x \leq \frac{7}{6}$.

d) $\sqrt{-3x+2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow -3x+2 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$e) \frac{x}{x-2} + \sqrt{x-2} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

$$f) \frac{x}{x+2} + \sqrt{x-2} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$$

$$g) \sqrt{\frac{1}{3-2x}} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3-2x} \geq 0 \\ 3-2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3-2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$$

$$h) \sqrt{\frac{-2}{x+1}} \text{ có nghĩa} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2}{x+1} \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$$

Bài 8. [TH] Rút gọn biểu thức:

$$a) A = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}.$$

c)

$$C = 3\sqrt{2}(4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2.$$

$$b) B = \sqrt{147} + \sqrt{75} - 4\sqrt{27}.$$

$$d) D = 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605}.$$

Hướng dẫn

$$a). A = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48} = 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

$$b) B = \sqrt{147} + \sqrt{75} - 4\sqrt{27} = 7\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 0.$$

$$c) C = 3\sqrt{2}(4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2 \\ = 12\sqrt{2} - 6 + 3(1 - 4\sqrt{2} + 8) = 12\sqrt{2} - 6 + 27 - 12\sqrt{2} = 21.$$

$$d) D = 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605} = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 11\sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$

Bài 9 [TH] Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}.$$

$$d) \sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$$

$$b) \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$$

$$e) \sqrt{9 - 3\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

c) $(2 + \sqrt{7})\sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$

f) $\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$

Hướng dẫn

a) $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} = \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} - \sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} = 3 - \sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

b) $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 2 + 3 - \sqrt{5} = 1$

c) $(2 + \sqrt{7})\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = (2 + \sqrt{7})\sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} = (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{7} - 2) = 7 - 4 = 3$

d) $\sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{2} + \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} = 3 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 5$

e) $\sqrt{9 - 3\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

$$= \sqrt{6 + 3 - 2\sqrt{6}\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} + \sqrt{3 + 2 - 2\sqrt{3}\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{8 - 4\sqrt{3}}}{2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} + \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} - \frac{\sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2}}{2}$$

$$= \sqrt{6} - \sqrt{3} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} = 0$$

f) $\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$

$$= \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{2} - \sqrt{6})(3 - \sqrt{3}) + (2\sqrt{2} + \sqrt{6})(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} = 3\sqrt{2}$$

Bài 10 [VD] Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{12 + 3\sqrt{3} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} - 2\sqrt{3}$

c) $\frac{1}{2}\sqrt{12 - 8\sqrt{2}} + \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} - 4\sqrt{2}$

d) $\sqrt{10 + 4\sqrt{6}}$

e) $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$.

f) $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{4 - \sqrt{15}}} + 6\sqrt{\frac{1}{3}}$.

Hướng dẫn

a) $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(4 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = 4 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = 3$

b) $\sqrt{12 + 3\sqrt{3} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} - 2\sqrt{3}$

$$= \sqrt{12 + 3\sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}} - 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{12 + 3\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{13 + 4\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} = 1$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{12 - 8\sqrt{2}} + \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} - 4\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} - 4\sqrt{2}$$

c)

$$= \frac{1}{2}|2\sqrt{2} - 2| + |3 - 2\sqrt{2}| - 4\sqrt{2} = \frac{1}{2}(2\sqrt{2} - 2) + 3 - 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = -5\sqrt{2} + 2$$

d) $\sqrt{10 + 4\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{6} + 2)^2} = \sqrt{6} + 2$.

e) $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} = \sqrt{2} - 1 + 3 - \sqrt{2} = 2$.

$$\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{4 - \sqrt{15}}} + 6\sqrt{\frac{1}{3}}$$

f)

$$= \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} - \sqrt{2(4 + \sqrt{15})} + \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} + 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}$$

CHUYÊN ĐỀ 2: CĂN BẬC HAI.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho số thực $a > 0$. Số nào sau đây là căn bậc hai số học của a ?

- A.** $\sqrt{2a}$. **B.** $-\sqrt{a}$. **C.** $\sqrt{a}$. **D.** $2\sqrt{a}$.

Lời giải

Với số dương a , số $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a

Đáp án cần chọn là **C**.

Câu 2. [NB] Cho số thực $a > 0$. Căn bậc hai số học của a là x khi và chỉ khi?

- A.** $x = \sqrt{a}$. **B.** $a = \sqrt{x}$. **C.** $a^2 = x, x \geq 0$. **D.** $a^2 = x, x \geq 0$.

Lời giải

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$$

Với số dương a , số x được gọi là căn bậc hai số học của a khi và chỉ khi

Đáp án cần chọn là: **D**

Câu 3. [NB] Số nào sau đây là căn bậc hai số học của số $a = 0,36$?

- A.** $-0,6$. **B.** $0,9$. **C.** $-0,18$. **D.** $0,6$.

Lời giải

Căn bậc hai số học của $a = 0,36$ là $\sqrt{0,36} = 0,6$

Đáp án cần chọn là: **B**

Câu 4. [NB] Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow 0 \leq A \leq B$ **B.** $A > B \Leftrightarrow \sqrt{A} < \sqrt{B}$ **C.** $\sqrt{A^2} = A, A > 0$ **D.** $\sqrt{A^2} = A, A < 0$

Lời giải

Với A, B không âm ta có $\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow 0 \leq A \leq B$ nên A đúng, D sai.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

Ta có hằng đẳng thức nên A, B sai

Đáp án cần chọn là: **A**

Câu 5. [TH] So sánh hai số 2 và $1 + \sqrt{2}$:

A. $2 > 1 + \sqrt{2}$.

B. $2 = 1 + \sqrt{2}$.

C. $2 < 1 + \sqrt{2}$.

D. Không thể so sánh.

Lời giải

Tách $2 = 1 + 1 = 1 + \sqrt{1}$

Vì $1 < 2 \hat{=} \sqrt{1} < \sqrt{2} \hat{=} 1 < \sqrt{2} \hat{=} 1 + 1 < 1 + \sqrt{2} \cup 2 < 1 + \sqrt{2}$

Đáp án cần chọn là: **C**

Câu 6. [TH] Biểu thức $\sqrt{x-3}$ có nghĩa khi:

A. $x < 3$.	B. $x < 0$.	C. $x \geq 0$.	D. $x \geq 3$.
---------------------	---------------------	------------------------	------------------------

Lời giải

Ta có $\sqrt{x-3}$ có nghĩa khi $x-3 \geq 0 \cup x \geq 3$

Đáp án cần chọn là: **D**

Câu 7. [TH] Rút gọn biểu thức $\frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{169}$ ta được kết quả là:

A. 13.

B. 12.

D. 14.

D. 15.

Lời giải

Ta có $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = |5| = 5$

$\sqrt{\frac{16}{81}} = \sqrt{\frac{4^2}{9^2}} = \left|\frac{4}{9}\right| = \frac{4}{9}$, $\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = |13| = 13$

Nên $\frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{169} = \frac{2}{5} \cdot 5 - \frac{9}{2} \cdot \frac{4}{9} + 13 = 2 - 2 + 13 = 13$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Đáp án cần chọn là: **A**

Câu 8. [TH]: Tìm các số x không âm thỏa mãn $\sqrt{x-3} \geq 3$

A. $x < 9$.

B. $x > 9$.

C. $\sqrt{x-3} \geq 9$.

D. $x \leq 9$.

Lời giải

Vì $3 = \sqrt{9}$ nên $\sqrt{x-3} \geq 3$ được viết là $\sqrt{x-3} \geq \sqrt{9}$.

Vì x không âm nên $\sqrt{x-3} \geq \sqrt{9} \Leftrightarrow x-3 \geq 9$

Đáp án cần chọn là: **C**

Câu 9. [VD]: Với giá trị nào của x để $\sqrt{4+\sqrt{x-1}} = 2$?

A. 22.

B. 2.

C. 1.

D. 17.

Lời giải

ĐKXD: $x \geq 1$

$$\sqrt{4+\sqrt{x-1}} = 2 \Leftrightarrow 4+\sqrt{x-1} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 (t/m)$$

Vậy đáp án cần chọn : **C**

Câu 10. [VD] Tính giá trị biểu thức: $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$

A. 3.

B. 12.

C. 1.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}|$ mà $2 = \sqrt{4} > \sqrt{3}$ (vì $4 > 3$) nên $2-\sqrt{3} > 0$. Từ đó

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$$

Ta có $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}|$ mà $1 = \sqrt{1} < \sqrt{3}$ (vì $1 < 3$) nên $1-\sqrt{3} < 0$. Từ đó

$$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-1$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Nên $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3} + \sqrt{3}-1 = 1$

Đáp án cần chọn là: **C**

Câu 11. [VD]: Cho $P = 6 + 4\sqrt{2}$. Khi đó $Q = \frac{\sqrt{P} - 4}{\sqrt{P} - 2} = a + b\sqrt{2}$ thì ab bằng

A. - 2

B. - 1.

C. 1.

D. 2.

Câu 12. [VDC] : Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{1.199}} + \frac{1}{\sqrt{2.198}} + \frac{1}{\sqrt{3.197}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{199.1}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $A = 1,99$.

B. $A \geq 1,99$.

C. $A > 1,99$.

D. $A < 1,99$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Trong các nhận xét sau, câu nào đúng, câu nào sai ?

A. Căn bậc hai số học của 36 là 6 và -6 . **B.** 25 có hai căn bậc hai là 5 và -5 .

C. Số 0 có đúng một căn bậc hai là chính nó. **D.** Số -7 không có căn bậc hai.

Lời giải

Đáp án B, C, D đúng. Căn bậc hai số học của 36 là 6. Vậy đáp án A sai.

Câu 2. Hãy chọn hệ thức đúng

A. $\sqrt{9} = \pm 3$

B. $\sqrt{1,44} = -1,2$

C. $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

D. $\sqrt{5^2 - 4^2} = 5 - 4$

Lời giải

A. Sai, sửa lại là: $\sqrt{9} = 3$

B. Sai, sửa lại là: $\sqrt{1,44} = 1,2$

C. Đúng

D. Sai, sửa lại là: $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{3^2} = 3$.

Câu 3. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng, hệ thức nào sai với mọi số $a, b \geq 0$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

A. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

B. $\sqrt{a+b} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

C. $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

D. Cả 3 hệ thức đều sai

Lời giải

Ta có $(\sqrt{a+b})^2 = a+b \quad (1)$

Lại có: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} = a+b+2\sqrt{a}\sqrt{b} \quad (2)$

Từ (1)(2) suy ra đáp án A và B đều sai

- Do $a+b < a+b+2\sqrt{a}\sqrt{b} \Leftrightarrow 0 < 2\sqrt{a}\sqrt{b}$, do vậy C là hệ thức đúng.

Câu 4. Cho số dương a. Khẳng định nào sau đây là đúng, khẳng định nào là sai:

A. Nếu $a > 1$ thì $\sqrt{a} > 1$

B. Nếu $a > 1$ thì $a < \sqrt{a}$

C. A) đúng; B) sai

D. A, B đều sai

Lời giải

Xét đáp án A

Do $a > 1$ và $1 > 0$ nên $\sqrt{a}$ và $\sqrt{1}$ đều xác định và đều là số dương

Ta có: $a > 1 \Rightarrow a - 1 > 0$, ta có: $a - 1 = (\sqrt{a})^2 - 1^2 = (\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)$

Vì $a - 1 > 0$ và $\sqrt{a} + 1 > 0$ nên $\sqrt{a} - 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{a} > 1$

Xét đáp án B: Từ đáp án A, ta có $\sqrt{a} > 1$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với $\sqrt{a} (\sqrt{a} > 0)$, ta được: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} > \sqrt{a} \Leftrightarrow \sqrt{a^2} > \sqrt{a} \Leftrightarrow a > \sqrt{a}$

Vậy ta chọn đáp án C đúng, D sai

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{4x-12}$ có nghĩa:

A. $x \geq \frac{1}{3}$

B. $x \geq \frac{-1}{3}$

C. $x \geq -3$

D. $x \geq 3$

Lời giải

$\sqrt{4x-12}$ có nghĩa khi $4x-12 \geq 0 \Rightarrow 4x \geq 12 \Rightarrow x \geq 3$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Chọn D

Câu 2. [NB] Giá trị của x thỏa mãn $\sqrt{8-4x}=2$ là:

A. $x=-1$

B. $x=\frac{3}{2}$

C. $x=1$

D. $x=-\frac{3}{2}$

Lời giải:

ĐKXD: $8-4x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$

Ta có: $8-4x=4 \Rightarrow 4x=8-4=4 \Rightarrow x=1$ (T/M)

Vậy $x=1$

Chọn C

Câu 3. [TH] Với giá trị nào của x để căn thức $\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}$ có nghĩa?

A. $-1 \leq x \leq 1$

B. $x \leq -1$

C. $x \geq 1$

D. $0 < x < 1$

Lời giải:

$\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}$ có nghĩa khi $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

Chọn A

Câu 4. [TH] Khi $x=49$, biểu thức $\frac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}}$ có giá trị bằng:

A. -2

B. 2

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{-3}{2}$

Lời giải:

ĐKXD: $x > 0$

Với $x=49$ thỏa mãn điều kiện $x > 0$ ta có:

$$\frac{\sqrt{49}+2}{1-\sqrt{49}} = \frac{7+2}{1-7} = \frac{9}{-6} = \frac{-3}{2}$$

Chọn D

Câu 5. [VD] Giá trị rút gọn biểu thức $P=2\sqrt{27}+\sqrt{300}-3\sqrt{75}$ bằng

A. $31\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $8\sqrt{3}$

D. $-3\sqrt{3}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Lời giải:

$$\begin{aligned}P &= 2\sqrt{27} + \sqrt{300} - 3\sqrt{75} \\&= 2\sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{100 \cdot 3} - 3\sqrt{25 \cdot 3} \\&= 2 \cdot 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 3 \cdot 5\sqrt{3} = \\&= 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = \sqrt{3}\end{aligned}$$

Chọn B

Câu 6. [VDC] Biểu thức $\sqrt{(\sqrt{11} - 3)^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2}$ **có giá trị bằng:**

A. $2\sqrt{11} - 6$

B. 0

C. -6

D. $2\sqrt{11}$

Lời giải

$$\begin{aligned}&\sqrt{(\sqrt{11} - 3)^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2} \\&= |\sqrt{11} - 3| + |3 - \sqrt{11}| \\&= \sqrt{11} - 3 + \sqrt{11} - 3 = 2\sqrt{11} - 6\end{aligned}$$

Chọn A

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1: TÍNH TOÁN, THU GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI ĐƠN GIẢN

Phương pháp giải

+ Đưa thừa số $\sqrt{A^2}$ ra ngoài dấu căn: $\sqrt{A^2 B} = |A|\sqrt{B}$ với $B \geq 0$;

$$A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2 B}; & A \geq 0 \\ -\sqrt{A^2 B}; & A < 0 \end{cases}$$

+ Đưa thừa số vào tròn dấu căn:

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{A}{AB^2}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} = \frac{1}{B}\sqrt{AB}; B \neq 0, AB \geq 0$$

+ Khử căn ở mẫu:

$$\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}; \frac{m}{(\sqrt{A} + \sqrt{B})} = \frac{m(\sqrt{A} - \sqrt{B})}{A - B}$$

+ Trục căn thức ở mẫu:

BÀI TẬP MẪU**Ví dụ 1 [NB]:** Tính

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605} & \text{b)} \quad 2\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{4}{3}} + \frac{3}{5}\sqrt{75} \\ \text{c)} \quad \sqrt{15 - \sqrt{216}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}} & \text{d)} \quad \sqrt{8\sqrt{3}} - 2\sqrt{25\sqrt{12}} + 4\sqrt{\sqrt{196}} \end{array}$$

Lời giải

$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 2\sqrt{5} - \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{605} \\ &= 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 11\sqrt{5} \\ &= 10\sqrt{5} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 2\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{4}{3}} + \frac{3}{5}\sqrt{75} \\ &= 6\sqrt{3} - 6 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{3}{5} \cdot 5\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3} \end{aligned}$
$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \sqrt{15 - \sqrt{216}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{15 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{33 - 12\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{9 - 2 \cdot 3\sqrt{6} + 6} + \sqrt{24 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{6} + 9} \\ &= \sqrt{(3 - \sqrt{6})^2} + \sqrt{(2\sqrt{6} - 3)^2} \\ &= (3 - \sqrt{6}) + (2\sqrt{6} - 3) = \sqrt{6} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{d)} \quad & \sqrt{8\sqrt{3}} - 2\sqrt{25\sqrt{12}} + 4\sqrt{\sqrt{196}} \\ &= \sqrt{8\sqrt{3}} - 2\sqrt{25 \cdot 2\sqrt{3}} + 4\sqrt{8\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{8\sqrt{3}} - 5\sqrt{8\sqrt{3}} + 4\sqrt{8\sqrt{3}} \\ &= 0 \end{aligned}$

Ví dụ 2 [TH]: Tính

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} & \text{b)} \quad \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} \\ \text{c)} \quad \frac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{8}{1-\sqrt{5}} & \text{d)} \quad \frac{(\sqrt{5}+2)^2 - 8\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4} \end{array}$$

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

a) $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$ $= \sqrt{\frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}} + \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}}$ $= \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ $= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$ $= 4$	b) $\frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$ $= \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})(\sqrt{10}-\sqrt{2})}{8}$ $= \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(2\sqrt{10}+2\sqrt{2})}{8}$ $= \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{4}$
c) $\frac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{8}{1-\sqrt{5}}$ $= \frac{(10+2\sqrt{10})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{3} + \frac{8(1+\sqrt{5})}{-4}$ $= \frac{10\sqrt{5}-10\sqrt{2}+10\sqrt{2}-4\sqrt{5}}{3} - 2 - 2\sqrt{5}$ $= \sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5} - 2$	d) $\frac{(\sqrt{5}+2)^2 - 8\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$ $= \frac{5+4\sqrt{5}+4-8\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$ $= \frac{9-4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$ $= \frac{(9-4\sqrt{5})(2\sqrt{5}+4)}{4}$ $= \frac{18\sqrt{5}+36-40-16\sqrt{5}}{4}$ $= \frac{2\sqrt{5}-4}{4}$ $= \frac{\sqrt{5}-2}{2}$

Ví dụ 3 [TH]: Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$

Lời giải

c) Ta có: $B = \sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$

$$\Rightarrow B^2 = \left(\sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}} \right)^2$$

$$\Rightarrow B^2 = 4 + \sqrt{10+2\sqrt{5}} + 4 - \sqrt{10+2\sqrt{5}} + 2\sqrt{(4+\sqrt{10+2\sqrt{5}})(4-\sqrt{10+2\sqrt{5}})}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\Rightarrow B^2 = 8 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow B^2 = 8 + 2\sqrt{5 - 2\sqrt{5} + 1}$$

$$\Rightarrow B^2 = 8 + 2\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}; (B > 0)$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{8 + 2(\sqrt{5} - 1)}$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{5 + 2\sqrt{5} + 1}$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2}$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{5} + 1$$

Vậy $B = \sqrt{5} + 1$

Ví dụ 4 [VD]: Chứng minh rằng: $(5 + 2\sqrt{6})(49 - 20\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = 9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}$

Lời giải

Ta có: $VT = (5 + 2\sqrt{6})(49 - 20\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$

$$= (5 + 2\sqrt{6})(25 - 2 \cdot 5 \cdot 2\sqrt{6} + 24)\sqrt{3 - 2\sqrt{6} + 2}$$

$$= (5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})^2 \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}$$

$$= (5 - 2\sqrt{6})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= 5\sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$$

$$= 9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}$$

Mà: $VP = 9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}$

$$\Rightarrow VT = VP$$

Vậy $(5 + 2\sqrt{6})(49 - 20\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = 9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}$ (đpcm)

Ví dụ 5 [VD]: Tính giá trị của biểu thức:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

giải

Lời

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{5} + \sqrt{9} - \sqrt{7} + \dots + \sqrt{97} - \sqrt{95} + \sqrt{99} - \sqrt{97}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{99} - \sqrt{3}) \end{aligned}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1: Biểu thức số trong căn có dạng hằng đẳng thức:

Phương pháp:

Chú ý các hằng đẳng thức:

$$a^2 \pm 2a\sqrt{b} + b = (a \pm \sqrt{b})^2 \quad \text{với } b > 0$$

$$a \pm 2\sqrt{ab} + b = (\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 \quad \text{với } a > 0, b > 0$$

$$a^2 - b = (a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) \quad \text{với } b > 0$$

$$a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \quad \text{với } a > 0, b > 0$$

Sau khi nhận dạng, tách số hạng và viết được dưới dạng hằng đẳng thức trên thì áp dụng:

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} \sqrt{A^2} = A & (A \geq 0) \\ \sqrt{A^2} = -A & (A < 0) \end{cases}$$

Bài 1. [NB] Tính giá trị các biểu thức:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

a) $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

b) $\sqrt{3+\sqrt{8}}$

c) $\sqrt{11+4\sqrt{6}}$

d) $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$

e) $\sqrt{22-8\sqrt{6}}$

f) $\sqrt{16-6\sqrt{7}}$

g) $\sqrt{\frac{9}{4}-\sqrt{2}}$

Hướng dẫn:

$a) \sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}$ $= \sqrt{5} + \sqrt{3}$	$b) \sqrt{3+\sqrt{8}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2} + 1$	$c) \sqrt{11+4\sqrt{6}} = \sqrt{11+2\sqrt{24}}$ $= \sqrt{(\sqrt{8}+\sqrt{3})^2} = \sqrt{8} + \sqrt{3}$
$d) \sqrt{14-6\sqrt{5}} = \sqrt{9-2\sqrt{45}+5}$ $= \sqrt{9} - \sqrt{5} = 3 - \sqrt{5}$	$e) \sqrt{22-8\sqrt{6}} = \sqrt{16-2\sqrt{96}+6}$ $= \sqrt{(\sqrt{16}-\sqrt{6})^2} = 4 - \sqrt{6}$	$f) \sqrt{16-6\sqrt{7}} = \sqrt{9-2\sqrt{63}+7}$ $= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{7})^2} = 3 - \sqrt{7}$
$g) \sqrt{\frac{9}{4}-\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}+2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$		

Bài 2. [TH] Tính giá trị các biểu thức:

a) $\sqrt{\frac{289+4\sqrt{72}}{16}}$

b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{7-3\sqrt{5}}$

c) $\sqrt{\frac{59}{25}+\frac{6}{5}\sqrt{2}}$

d) $\sqrt{2-\sqrt{3}}\cdot(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

e) $(\sqrt{21}+7)\cdot\sqrt{10-2\sqrt{21}}$

Đáp án

$a) \sqrt{\frac{289+4\sqrt{72}}{16}}$ $= \frac{\sqrt{288+2\sqrt{288}+1}}{4} = \frac{\sqrt{288+1}}{4}$	$b) \sqrt{2}\cdot\sqrt{7-3\sqrt{5}} = \sqrt{14-2\cdot3\sqrt{5}}$ $= \sqrt{9-2\sqrt{45}+5} = \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{5})^2}$ $= 3 - \sqrt{5}$	$c) \sqrt{\frac{59}{25}+\frac{6}{5}\sqrt{2}}$ $= \sqrt{\frac{9}{25}+2\cdot\frac{3}{5}\cdot\sqrt{2}+2}$ $= \sqrt{\left(\frac{3}{5}+\sqrt{2}\right)^2} = \frac{3}{5} + \sqrt{2}$
$d) \sqrt{2-\sqrt{3}}\cdot(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ $= \sqrt{(2-\sqrt{3})\cdot(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}$ $= \sqrt{(2-\sqrt{3})\cdot(6+\sqrt{12}+2)}$ $= \sqrt{(2-\sqrt{3})\cdot(8+4\sqrt{3})}$	$e) (\sqrt{21}+7)\cdot\sqrt{10-2\sqrt{21}}$ $= (\sqrt{21}+7)\cdot\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}$ $= (\sqrt{21}+7)\cdot(\sqrt{7}-\sqrt{3})$ $= 7\sqrt{3}-3\sqrt{7}+7\sqrt{7}-7\sqrt{3} = 4\sqrt{7}$	

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$=\sqrt{16+8\sqrt{3}}-8\sqrt{3}-12=2$	
---------------------------------------	--

Dạng II: Biến đổi biểu thức bằng cách đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong dấu căn:Phương pháp

Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{A^2 \cdot B} = |A| \cdot \sqrt{B}$ với $B \geq 0$

Nếu $A \geq 0$ thì $\sqrt{A^2 \cdot B} = A\sqrt{B}$

Nếu $A < 0$ thì $\sqrt{A^2 \cdot B} = -A\sqrt{B}$

Đưa thừa số vào trong dấu căn:

Nếu $A \geq 0, B \geq 0$ thì $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 \cdot B}$

Nếu $A < 0, B \geq 0$ thì $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 \cdot B}$

Bài 3. [VD] Tính giá trị biểu thức:

$$A = \sqrt{112} - 7\sqrt{\frac{1}{7}} - 14\sqrt{\frac{1}{28}} - \frac{21}{\sqrt{7}}$$

$$B = 3\sqrt{2} \cdot (4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$$

$$C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$$

$$D = \sqrt{147} + \sqrt{54} - 4\sqrt{27}$$

$$E = (\sqrt{15} - 2\sqrt{3})^2 + 12\sqrt{5}$$

$$F = 3\sqrt{50} - 7\sqrt{8} + 12\sqrt{18}$$

$$G = 2\sqrt{80} - 2\sqrt{245} + 2\sqrt{180}$$

$$H = \sqrt{28} - 4\sqrt{63} + 7\sqrt{112}$$

$$M = \sqrt{20} - 2\sqrt{10} + \sqrt{45}$$

$$N = 2\sqrt{12} - \sqrt{48} + 3\sqrt{27} - \sqrt{108}$$

Đáp án

$A = \sqrt{112} - 7\sqrt{\frac{1}{7}} - 14\sqrt{\frac{1}{28}} - \frac{21}{\sqrt{7}}$ $= 4\sqrt{7} - \sqrt{7} - \sqrt{7} - 3\sqrt{7} = -\sqrt{7}$	$B = 3\sqrt{2} \cdot (4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$ $= 12\sqrt{2} - 6 + 3(9 - 4\sqrt{2})$ $= 12\sqrt{2} - 6 + 27 - 12\sqrt{2} = 21$
$C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$ $= 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$ $= 4\sqrt{3}$	$D = \sqrt{147} + \sqrt{54} - 4\sqrt{27}$ $= 7\sqrt{3} + 3\sqrt{6} - 12\sqrt{3}$ $= 3\sqrt{6} - 5\sqrt{3}$
$E = (\sqrt{15} - 2\sqrt{3})^2 + 12\sqrt{5}$ $= 15 - 12\sqrt{5} + 12 + 12\sqrt{5}$ $= 27$	$F = 3\sqrt{50} - 7\sqrt{8} + 12\sqrt{18}$ $= 15\sqrt{2} - 14\sqrt{2} + 36\sqrt{2}$ $= 37\sqrt{2}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$G = 2\sqrt{80} - 2\sqrt{245} + 2\sqrt{180}$ $= 8\sqrt{5} - 14\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$ $= 6\sqrt{5}$	$H = \sqrt{28} - 4\sqrt{63} + 7\sqrt{112}$ $= 2\sqrt{7} - 12\sqrt{7} + 28\sqrt{7}$ $= 18\sqrt{7}$
$M = \sqrt{20} - 2\sqrt{10} + \sqrt{45}$ $= 2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} + 3\sqrt{5}$ $= 5\sqrt{5} - 2\sqrt{10}$	$N = 2\sqrt{12} - \sqrt{48} + 3\sqrt{27} - \sqrt{108}$ $= 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$ $= 3\sqrt{3}$

Dạng III: Rút gọn biểu thức số dạng phân số.**Phương pháp:**

- Rút gọn thừa số chung của tử và mẫu nếu có.
- Sử dụng hằng đẳng thức để đưa biểu thức số ra khỏi dấu căn
- Nếu mẫu số chứa căn thì nhân cả tử và mẫu với biểu thức liên hợp mẫu để triệt tiêu căn ở mẫu
- Quy đồng mẫu nếu cần để rút gọn.

Chú ý: $\sqrt{a} + b$ liên hợp với $\sqrt{a} - b$

$\sqrt{a} - \sqrt{b}$ liên hợp với $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

Bài 4[VD] Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} - \frac{1}{5-2\sqrt{6}}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{3}+2} - \frac{1}{\sqrt{3}-2}$$

$$C = \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$$

$$D = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{2-\sqrt{3}}$$

$$E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$$F = \frac{5+2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - (\sqrt{5} + \sqrt{3})$$

$$G = \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$H = \sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}}$$

$$I = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5}-1} - \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

Đáp án

$A = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} - \frac{1}{5-2\sqrt{6}}$	$B = \frac{1}{\sqrt{3}+2} - \frac{1}{\sqrt{3}-2}$
---	---

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$= \frac{5 - 2\sqrt{6} - 5 - 2\sqrt{6}}{25 - 24}$ $= -4\sqrt{6}$	$= \frac{\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} - 2}{3 - 4}$ $= 4$
$C = \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$ $= \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{3 - 1}$ $= \sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} = 3$	$D = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - 2} - \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ $= \frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3}$ $= \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} = -2$
$E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ $= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2}{3 - 5} + \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{5 - 3}$ $= \frac{-3 - 2\sqrt{15} - 5 + 5 - 2\sqrt{15} + 3}{2}$ $= -2\sqrt{15}$	$F = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} - (\sqrt{5} + \sqrt{3})$ $= \frac{5\sqrt{5} + 10}{5} + \frac{3\sqrt{3} + 3}{3} - (\sqrt{5} + \sqrt{3})$ $= \sqrt{5} + 2 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{5} - \sqrt{3}$ $= 3$
$G = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $= \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} - \frac{3\sqrt{5} - 3}{3}$ $= \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} + 1$ $= 2$	$H = \sqrt{\frac{4}{(2 - \sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2 + \sqrt{5})^2}}$ $= \frac{2}{\sqrt{5} - 2} - \frac{2}{\sqrt{5} + 2}$ $= \frac{2\sqrt{5} + 4 - 2\sqrt{5} + 4}{5 - 4}$ $= 8$
$I = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ $= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$	

CHUYÊN ĐỀ 3: CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN
DA CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA CĐ 2 CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Với $A \geq 0, B \geq 0$ thì: $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ và ngược lại $\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B}$

Đặc biệt, khi $A \geq 0$, ta có: $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$.

2. Với $A \geq 0, B > 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ và ngược lại $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$

3. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} (B \geq 0)$.

4. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

$$A \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A^2 B} \text{ (với } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$A \cdot \sqrt{B} = -\sqrt{A^2 \cdot B} \text{ (với } A < 0; B \geq 0)$$

5. Khử mẫu ở biểu thức chứa căn:

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} \text{ (với } AB \geq 0; B \neq 0)$$

6. Trục căn thức ở mẫu:

$$\frac{M}{\sqrt{A}} = \frac{M \sqrt{A}}{A} (A > 0); \quad \frac{M}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{M(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} (A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$$

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: RÚT GỌN BIỂU THỨC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và $a; b \geq 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

B. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

C. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$.

D. Cả

A, B, C đều đúng.

Lời giải

Chọn A

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Câu 2. [NB] Tìm câu trả lời **sai**:

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ với mọi a, b .

B. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ với mọi $a, b \geq 0$.

C. $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$ với mọi $a, b \leq 0$,
 $a, b \geq 0$.

D. $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$ với mọi

Lời giải

Chọn A

Câu 3. [NB] Chọn câu trả lời **sai**:

A. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ với $a, b \geq 0$.

B. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$ với $a, b < 0$.

C. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ với $a \geq 0; b > 0$,
 $a < 0; b < 0$.

D. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$ với

Lời giải

Chọn A

Câu 4. [NB] Cho a là số không âm, số b, c là số dương. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$,
 $\frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{bc}} = \sqrt{\frac{ab}{c}}$.

B. $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{ab}{c}}$.

C. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{c}}$.

D.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{9a^4b^6}$ là:

A. $3a^2b^3$.

B. $3a^2|b^3|$.

C. $9a^2b^3$.

D. $9a^2|b^3|$.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{9a^4b^6} = \sqrt{(3a^2b^3)^2} = |3a^2b^3| = 3a^2|b^3|$$

Câu 6. [TH] Cho a là số không âm, số b là số dương Kết quả rút gọn biểu thức $\frac{a + \sqrt{ab}}{b + \sqrt{ab}}$ là:

A. $\frac{a}{b}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{b}}$.

C. $\sqrt{\frac{a}{b}}$.

D. $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{a + \sqrt{ab}}{b + \sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{b}(\sqrt{b} + \sqrt{a})} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Câu 7. [TH] Kết quả rút gọn của biểu thức $\frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}$ với $a \geq 0, a \neq 1$ là:

A. $\sqrt{a}$.

B. a .

C. a .

D. $-\sqrt{a}$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{1 - \sqrt{a}} = -\sqrt{a}$$

Câu 8. [TH] Khi $x < 0$ thì $x\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ bằng:

A. $\frac{1}{x}$.

C. 1 .

B. x .

D. -1 .

Lời giải

Chọn D

$$x\sqrt{\frac{1}{x^2}} = x \cdot \frac{1}{|x|} = x \cdot \frac{1}{-x} = -1 \quad (\text{Vì } x < 0)$$

Câu 9. [TH] Rút gọn biểu thức $C = \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} - 2\sqrt{125a}$ với $a \geq 0$ ta được:

A. $4\sqrt{5a}$.

B. $-4\sqrt{5a}$.

C.

$4\sqrt{5a}$.

D. $-4\sqrt{5a}$.

Lời giải

Chọn C

$$C = \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} - 2\sqrt{125a} = 2\sqrt{5a} + 4 \cdot 3\sqrt{5a} - 2 \cdot 5\sqrt{5a} = 4\sqrt{5a}$$

Câu 10. [TH] Rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}}$ với $a > 0$, kết quả là:

- A. $\pm a$. B. $-a$. C. a . D. a^2 .

Lời giải

Chọn C

$$\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{a^3}{a}} = \sqrt{a^2} = |a| = a \quad (\text{Vì } a > 0)$$

Câu 11. [VD] Rút gọn biểu thức $\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2}{y^4}}$, với $x > 0$; $y < 0$ ta được:

- A. $\frac{1}{y}$. B. $-\frac{1}{y}$.
C. y . D. $-y$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{y}{x} \sqrt{\frac{x^2}{y^4}} = \frac{y}{x} \cdot \frac{|x|}{|y^2|} = \frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y^2} = \frac{1}{y} \quad (\text{ Vì } x > 0; y < 0)$$

Câu 12. [VD] Cho các số thực dương a, b, x, y khác 0 và $A = \frac{2xy}{ab} \sqrt{\frac{a^2b^4}{4x^2y^2}}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $A = a$. B. $A = xy$.
C. $A = b$. D. $A = ab$.

Lời giải

Chọn C

$$A = \frac{2xy}{ab} \sqrt{\frac{a^2b^4}{4x^2y^2}} = \frac{2xy}{ab} \cdot \frac{\sqrt{(ab^2)^2}}{\sqrt{(2xy)^2}} = \frac{2xy}{ab} \cdot \frac{|ab^2|}{|2xy|} = \frac{2xy}{ab} \cdot \frac{ab^2}{2xy} = b$$

Câu 13. [VD] Rút gọn biểu thức $M = (b-3)^2 \sqrt{\frac{x^4}{b^2-6b+9}}$ với $b < 3$ ta được:

- A. $(3-b)x$. B. $(b-3)x^2$.
C. $(b-3)x$. D. $(3-b)x^2$.

Lời giải

Chọn D

$$M = (b-3)^2 \sqrt{\frac{x^4}{b^2-6b+9}} = (b-3)^2 \sqrt{\left(\frac{x^2}{b-3}\right)^2} = (b-3)^2 \cdot \frac{x^2}{|b-3|}$$

$$= (b-3)^2 \cdot \frac{x^2}{3-b} = x^2(3-b) \quad (\text{Vì } b < 3)$$

Câu 14. [VDC] Cho biểu thức $A = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots}}}$ (có vô hạn số $\sqrt{4}$). Giá trị của biểu thức A là

A. $\frac{1 - \sqrt{17}}{2}$ **B.** $\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ **C.** $\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ **D.** $\frac{1 + \sqrt{17}}{2}$

Lời giải

Chọn D

Đặt $x = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}$. Ta có: $x > 0$.

Khi đó: $x^2 = 4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}$ $x^2 = 4 + x$ $x^2 - x - 4 = 0$.

$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1(-4) = 17 > 0$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$.

Vì $x > 0$ suy ra $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai biểu thức: $A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$; $B = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}$.

a) Giá trị biểu thức A là 2.

b) Giá trị biểu thức B là 8.

c) $AB = 16\sqrt{3}$.

d) $A + 2B = 10$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

$$A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1 = 2\sqrt{3} \text{ nên a sai.}$$

$$B = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}} = \sqrt{(4 + \sqrt{2})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{2})^2} = 4 + \sqrt{2} + 4 - \sqrt{2} = 8 \text{ nên b đúng}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$AB = 2\sqrt{3} \cdot 8 = 16\sqrt{3}$ nên c đúng

$A + 2B = 2\sqrt{3} + 8$ nên d sai

Câu 1. Cho hai biểu thức: $A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$; $B = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}$.

a) Giá trị biểu thức A là 2.

b) Giá trị biểu thức B là 8.

c) $AB = 16\sqrt{3}$.

d) $A + 2B = 10$.

Câu 2. Cho các số: $2\sqrt{5}; 3\sqrt{6}; 5\sqrt{2}; 4\sqrt{3}$.

a) Số nhỏ nhất là $2\sqrt{5}$.

b) Số lớn nhất là $5\sqrt{2}$.

c) Sắp xếp theo thứ tự tăng dần là: $2\sqrt{5}; 3\sqrt{6}; 5\sqrt{2}; 4\sqrt{3}$.

d) Sắp xếp theo thứ tự giảm dần là: $4\sqrt{3}; 5\sqrt{2}; 3\sqrt{6}; 2\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) S

Ta có: $2\sqrt{5} = \sqrt{20}; 3\sqrt{6} = \sqrt{54}; 5\sqrt{2} = \sqrt{50}; 4\sqrt{3} = \sqrt{48}$

Số nhỏ nhất là $2\sqrt{5}$ nên a đúng

Số lớn nhất là $3\sqrt{6}$ nên b sai

Sắp xếp theo thứ tự tăng dần là $2\sqrt{5}; 4\sqrt{3}; 5\sqrt{2}; 3\sqrt{6}$ nên c sai

Sắp xếp theo thứ tự giảm dần là $3\sqrt{6}; 5\sqrt{2}; 4\sqrt{3}; 2\sqrt{5}$ nên d sai

Câu 3. Cho biểu thức $A = \sqrt{x+2} + \sqrt{4-x}$.

a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \in [4]$.

b) Giá trị lớn nhất của A là 4.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

c) Giá trị nhỏ nhất của A là $\sqrt{6}$.

d) Giá trị của biểu thức A khi $x = 3$ là $\sqrt{5} + 1$.

a) S b) S **Lời giải** c) Đ d) Đ

Điều kiện xác định của A là $-2 \leq x \leq 4$ nên a Sai

$A^2 = 6 + 2\sqrt{(x+2)(4-x)}; 2\sqrt{(x+2)(4-x)} \leq 6$; do đó $A^2 \leq 12$. Vậy GTLN của A là $2\sqrt{3}$ khi $x = 2$ nên b sai

$A^2 = 6 + 2\sqrt{(x+2)(4-x)} \geq 6$, do đó GTNN của A là $\sqrt{6}$ khi $x = -2; x = 4$ (TM) nên c Đúng

Khi $x = 3$ thì $A = \sqrt{5} + 1$ nên d đúng

Câu 4. Cho biểu thức $A = \sqrt{16 - 8x + x^2} - x - 4$.

a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \geq 0$.

b) Kết quả rút gọn biểu thức A khi $x \geq 4$ là -8 .

c) Kết quả rút gọn biểu thức A khi $x \leq 4$ là $-2x - 8$.

d) Giá trị của biểu thức A khi $x = 2$ là -4 .

a) S b) Đ **Lời giải** c) S d) Đ

$$A = \sqrt{16 - 8x + x^2} - x - 4 = \sqrt{(x-4)^2} - x - 4 = |x-4| - x - 4$$

Điều kiện xác định của A là mọi x nên a sai

$x \geq 4$ $A = x - 4 - x - 4 = -8$ nên b đúng

$x \leq 4$ $A = 4 - x - x - 4 = -2x$ nên c sai

$x = 2$ thì $A = -4$ nên d đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Giá trị biểu thức $E = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ bằng:

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Đáp án: $E = 2$

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}+1 = 2$$

Câu 2. [NB] Giá trị của biểu thức $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2}$ có kết quả bằng:

Lời giải

Đáp án: - 1

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2} = |1-\sqrt{2}| - \sqrt{2} = \sqrt{2}-1 - \sqrt{2} = -1$$

Câu 3. [TH] Cho biểu thức $P = \frac{45}{10-5\sqrt{3}}$, đưa P về biểu thức có dạng $a+b\sqrt{3}$. Khi đó $a.b$ bằng:

Lời giải

Đáp án: 162

$$P = \frac{45}{10-5\sqrt{3}} = \frac{9}{2-\sqrt{3}} = \frac{9(2+\sqrt{3})}{4-3} = 18+9\sqrt{3}$$

Do đó: $a=18; b=9$.

Vậy: $a.b=18.9=162$.

Câu 4. [TH] Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{45} + \sqrt{20}}{\sqrt{180} - \sqrt{80}}$. Khi đó, giá trị biểu thức $3A$ bằng:

Lời giải

Đáp án: 7,5

$$A = \frac{\sqrt{45} + \sqrt{20}}{\sqrt{180} - \sqrt{80}} = \frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}}{6\sqrt{5} - 4\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{2}.$$

Do đó: $3A=7,5$

Câu 5. [VD] Cho $\frac{7(2\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2} = a - b\sqrt{2}$. Khi đó, giá trị của $a+b$ bằng:

Lời giải

Đáp án: 8

$$\frac{7(2\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2} = \frac{7(2\sqrt{2}-1)^2}{8-1} + \frac{(\sqrt{2}-2)^2}{2-4} = 9-4\sqrt{2}-3+2\sqrt{2} = 6-2\sqrt{2}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Do đó: $a = 6; b = 2$.

Vậy: $a + b = 6 + 2 = 8$.

Câu 6. [VDC] Gọi M là giá trị nhỏ nhất của $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+4}$ và N là giá trị lớn nhất của $\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2}$. Khi đó $2M + N$ bằng:

Lời giải

Đáp án: $2M + N = 3$

$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+4} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+4}$$

Với $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 4 \geq 4$

$$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+4} \leq \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{-3}{\sqrt{x}+4} \geq \frac{-3}{4} \Rightarrow 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+4} \geq \frac{1}{4}$$

Do đó: $M = \frac{1}{4}$

$$\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}+2}$$

Với $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 \geq 2$

$$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 1 + \frac{3}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{5}{2}$$

Do đó: $N = \frac{5}{2}$

Vậy: $2M + N = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{2} = 3$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Vận dụng các phép biến đổi để làm bài toán rút gọn

Vận dụng kĩ năng sử dụng hằng đẳng thức để hỗ trợ bài toán rút gọn

Vận dụng phá ngoặc biểu thức chứa dấu GTTĐ

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Rút gọn biểu thức sau:

1) $\sqrt{0,09 \cdot 64}$

2) $\sqrt{2^4 \cdot (-7)^2}$

3) $\sqrt{12,1 \cdot 360}$

4) $\sqrt{45 \cdot 80}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

5) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{63}$

6) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}$

7) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{1,5}$

8) $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{48}$

Lời giải

1) $\sqrt{0,09 \cdot 64} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{64} = 0,3 \cdot 8 = 2,4$

2) $\sqrt{2^4 \cdot (-7)^2} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{7^2} = 2^2 \cdot 7 = 28$

3) $\sqrt{12 \cdot 1,360} = \sqrt{12 \cdot 1,36} = \sqrt{12 \cdot 1,36} = 11,6 = 66$

4) $\sqrt{45 \cdot 80} = \sqrt{9 \cdot 16 \cdot 5^2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{5^2} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$

5) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{63} = \sqrt{7^2 \cdot 9} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{9} = 7 \cdot 3 = 21$

6) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{10 \cdot 40} = \sqrt{400} = 20$

7) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{1,5} = \sqrt{9 \cdot 0,3 \cdot 5 \cdot 0,3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{0,3^2} = 3 \cdot 5 \cdot 0,3 = 4,5$

8) $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{2,5 \cdot 30 \cdot 48} = \sqrt{75 \cdot 48} = \sqrt{25 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 60$

Ví dụ 2 [TH]: Rút gọn biểu thức sau:

1) $\sqrt{13^2 - 12^2}$

2) $\sqrt{146,5^2 - 109,5^2 + 27 \cdot 256}$

3) $\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

Lời giải

1) $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13+12)(13-12)} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{1} = 5$

2) $\sqrt{146,5^2 - 109,5^2 + 27 \cdot 256} = \sqrt{(146,5 + 109,5)(146,5 - 109,5) + 27 \cdot 256}$

2) $= \sqrt{256 \cdot 37 + 256 \cdot 27} = \sqrt{256 \cdot 64} = \sqrt{256} \cdot \sqrt{64} = 16 \cdot 8 = 128$

3) $\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \sqrt{4 - 3} = 1$

Ví dụ 3 [TH]: Rút gọn các biểu thức sau:

1) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$

2)

$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}}$

3) $\sqrt{36 - 12\sqrt{5}} : \sqrt{6}$

4)

$M = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{15}$

5) $A = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

6) $B = \frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}}$

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$1) \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \sqrt{\frac{(165+124)(165-124)}{164}} = \sqrt{\frac{289 \cdot 41}{41 \cdot 4}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2}$$

$$2) \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{2(\sqrt{3} + \sqrt{7})} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3) \sqrt{36 - 12\sqrt{5}} : \sqrt{6} = \sqrt{6(6 - 2\sqrt{5})} : \sqrt{6} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{6} - 1)^2} = |\sqrt{6} - 1| = \sqrt{6} - 1$$

$$4) M = (20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{15} = (20 \cdot 10\sqrt{3} - 15 \cdot 15\sqrt{3} + 5 \cdot 5\sqrt{3}) : \sqrt{15} \\ = (200\sqrt{3} - 225\sqrt{3} + 25\sqrt{3}) : \sqrt{15} = 0$$

$$5) A = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}+6}{3} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)^2}{2-1} - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ = \frac{3(\sqrt{3}+2)}{3} + \sqrt{2}(3+2\sqrt{2}) - \sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2 + 3\sqrt{2} + 4 - \sqrt{2} - \sqrt{3} \\ = 2\sqrt{2} + 6$$

$$6) B = \frac{2\sqrt{8} - \sqrt{12}}{\sqrt{18} - \sqrt{48}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{27}}{\sqrt{30} + \sqrt{162}} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5} + 3\sqrt{3}}{\sqrt{30} - 9\sqrt{2}}$$

Ví dụ 4 [VD]: Tính giá trị các biểu thức sau:

$$1) A = \sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$$

$$2) B = \sqrt{12-2\sqrt{32}} + \sqrt{9+4\sqrt{2}}$$

$$3) C = \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{2}$$

4)

$$D = \sqrt{5+\sqrt{21}} - \sqrt{5-\sqrt{21}}$$

Lời giải

$$1) A = \sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} \\ = |\sqrt{5} + \sqrt{3}| - |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + 1 = \sqrt{3} + 1$$

$$2) B = \sqrt{12-2\sqrt{32}} + \sqrt{9+4\sqrt{2}} = \sqrt{8-2 \cdot 4\sqrt{2}+4} + \sqrt{8+2 \cdot 2\sqrt{2}+1} \\ = \sqrt{(2\sqrt{2}-2)^2} + \sqrt{(2\sqrt{2}+1)^2} = |2\sqrt{2}-2| + |2\sqrt{2}+1| \\ = 2\sqrt{2}-2+2\sqrt{2}+1 = 4\sqrt{2}-1$$

$$3) C = \sqrt{4-\sqrt{7}} - \sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{2} \\ \sqrt{2}C = \sqrt{8-2\sqrt{7}} - \sqrt{8+2\sqrt{7}} + 2$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\sqrt{2}C = \sqrt{(\sqrt{7}-1)^2} - \sqrt{(\sqrt{7}+1)^2} + 2$$

$$\sqrt{2}C = |\sqrt{7}-1| - |\sqrt{7}+1| + 2$$

$$\sqrt{2}C = \sqrt{7}-1 - \sqrt{7}-1 + 2$$

$$\sqrt{2}C = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$4) D = \sqrt{5+\sqrt{21}} - \sqrt{5-\sqrt{21}}$$

$$\sqrt{2}D = \sqrt{10+2\sqrt{21}} - \sqrt{10-2\sqrt{21}}$$

$$\sqrt{2}D = \sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}$$

$$\sqrt{2}D = |\sqrt{7}+\sqrt{3}| - |\sqrt{7}-\sqrt{3}|$$

$$\sqrt{2}D = \sqrt{7}+\sqrt{3} - (\sqrt{7}-\sqrt{3})$$

$$\sqrt{2}D = \sqrt{7}+\sqrt{3} - \sqrt{7} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2}D = 2\sqrt{3}$$

$$D = \sqrt{6}$$

Ví dụ 5 [VD]: Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) ab^2 \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}} \text{ với } a > 0, b \neq 0$$

$$2) (a-2) \sqrt{\frac{2a}{a-2}} \text{ với } a > 2$$

$$3) (x-5) \sqrt{\frac{x}{x^2-25}} \text{ với } x > 5$$

$$4) (a-b) \sqrt{\frac{3a}{b^2-a^2}} \text{ với } 0 < a < b$$

Lời giải

$$1) ab^2 \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}} \text{ với } a > 0, b \neq 0$$

$$ab^2 \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}} = ab^2 \sqrt{\frac{3}{(ab^2)^2}} = ab^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{|ab^2|} = ab^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{ab^2} = \sqrt{3}$$

$$2) (a-2) \sqrt{\frac{2a}{a-2}} \text{ với } a > 2$$

$$(a-2) \sqrt{\frac{2a}{a-2}} = \sqrt{(a-2)^2 \cdot \frac{2a}{a-2}} = \sqrt{(a-2)2a}$$

$$3) (x-5) \sqrt{\frac{x}{x^2-25}} \text{ với } x > 5$$

$$(x-5) \sqrt{\frac{x}{x^2-25}} = \sqrt{(x-5)^2 \cdot \frac{x}{(x-5)(x+5)}} = \sqrt{x(x-5)(x+5)}$$

$$4) (a-b) \sqrt{\frac{3a}{b^2-a^2}} \text{ với } 0 < a < b$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$(a-b)\sqrt{\frac{3a}{b^2-a^2}} = -\sqrt{(a-b)^2 \frac{3a}{(b-a)(b+a)}} = \sqrt{3a(a+b)(b-a)}$$

$$\sqrt{0,04.225}$$

$$2) \sqrt{(-3)^6 \cdot 5^2}$$

$$3) \sqrt{14.4.490}$$

$$4) \sqrt{32.162}$$

Hướng dẫn

$$1) \sqrt{0,04.225} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{225} = 0,2 \cdot 15 = 3$$

$$2) \sqrt{(-3)^6 \cdot 5^2} = \sqrt{(3^3)^2 \cdot 5^2} = 3^3 \cdot 5 = 135$$

$$3) \sqrt{14.4.490} = \sqrt{144.49} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{49} = 12 \cdot 7 = 84$$

$$4) \sqrt{32.162} = \sqrt{64.81} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{81} = 8 \cdot 9 = 72$$

Bài 2. [TH] Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) \sqrt{200} - \sqrt{32} - \sqrt{72}$$

$$2) 2\sqrt{48} + 4\sqrt{300} - \sqrt{72} + 3\sqrt{8}$$

$$3) \sqrt{48} - \sqrt{5\frac{1}{3}} + 2\sqrt{75} - 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$$

$$4) 2\sqrt{\frac{1}{5}} - 3\sqrt{125} + \sqrt{180} - 7\sqrt{245}$$

Hướng dẫn

$$1) \sqrt{200} - \sqrt{32} - \sqrt{72} = 10\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 0$$

$$2) 2\sqrt{48} + 4\sqrt{300} - \sqrt{72} + 3\sqrt{8} = 2 \cdot 4\sqrt{3} + 4 \cdot 10\sqrt{3} - 6\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} \\ = 8\sqrt{3} + 40\sqrt{3} - 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 48\sqrt{3}$$

$$3) \sqrt{48} - \sqrt{5\frac{1}{3}} + 2\sqrt{75} - 5\sqrt{1\frac{1}{3}} = 4\sqrt{3} - \sqrt{\frac{16}{3}} - 5\sqrt{\frac{4}{3}} \\ = 4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\sqrt{3} - 5 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{3} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$4) 2\sqrt{\frac{1}{5}} - 3\sqrt{125} + \sqrt{180} - 7\sqrt{245} = \frac{2\sqrt{5}}{5} - 3 \cdot 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 7 \cdot 7\sqrt{5} \\ = \frac{2}{5}\sqrt{5} - 15\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 49\sqrt{5} = -\frac{288\sqrt{5}}{5}$$

Bài 3. [VD] Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) \sqrt{4(a-3)^2} \text{ với } a \geq 3 \\ a > 0$$

$$2) \sqrt{9(b-2)^2} \text{ với } b < 2$$

$$3) \sqrt{a^2(a+1)^2} \text{ với}$$

$$4) \sqrt{b^2(b-1)^2} \text{ với } b < 0 \\ \text{với } x \geq 0$$

$$5) \sqrt{\frac{2x}{3}} \sqrt{\frac{3x}{8}} \text{ với } x > 0$$

$$6) \sqrt{5x} \cdot \sqrt{45x} - 3x$$

Hướng dẫn

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

1) $\sqrt{4(a-3)^2}$ với $a \geq 3$

$$\sqrt{4(a-3)^2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{(a-3)^2} = 2 \cdot |a-3| = 2(a-3)$$

2) $\sqrt{9(b-2)^2}$ với $b < 2$

$$\sqrt{9(b-2)^2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{(b-2)^2} = 3 \cdot |b-2| = 3(2-b)$$

3) $\sqrt{a^2(a+1)^2}$ với $a > 0$

$$\sqrt{a^2(a+1)^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{(a+1)^2} = |a| \cdot |a+1| = a(a+1) = a^2 + a$$

4) $\sqrt{b^2(b-1)^2}$ với $b < 0$

$$\sqrt{b^2(b-1)^2} = \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{(b-1)^2} = |b| \cdot |b-1| = -b(1-b) = b^2 - b$$

5) $\sqrt{\frac{2x}{3}} \sqrt{\frac{3x}{8}}$ với $x > 0$

$$\sqrt{\frac{2x}{3}} \sqrt{\frac{3x}{8}} = \sqrt{\frac{2x}{3} \cdot \frac{3x}{8}} = \sqrt{\frac{x^2}{4}} = \left| \frac{x}{2} \right| = \frac{x}{2}$$

6) $\sqrt{5x} \cdot \sqrt{45x} - 3x$ với $x \geq 0$

$$\sqrt{5x} \cdot \sqrt{45x} - 3x = \sqrt{5x \cdot 45x} - 3x = \sqrt{225x^2} - 3x = |15x| - 3x = 15x - 3x = 12x$$

Bài 4 [VD] Rút gọn các biểu thức sau:

1) $\sqrt{25x} + \sqrt{36x} - \sqrt{4x}$ với $x \geq 0$

2) $7\sqrt{5y} - \sqrt{20y} - \sqrt{500y}$ với $y \geq 0$

3) $\sqrt{\frac{x}{32}} + \frac{1}{2}\sqrt{32x} - \frac{1}{4x}\sqrt{8x^3}$ với $x \geq 0$

Hướng dẫn

1) $\sqrt{25x} + \sqrt{36x} - \sqrt{4x}$ với $x \geq 0$

$$\sqrt{25x} + \sqrt{36x} - \sqrt{4x} = 5\sqrt{x} + 6\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = 9\sqrt{x}$$

2) $7\sqrt{5y} - \sqrt{20y} - \sqrt{500y}$ với $y \geq 0$

$$7\sqrt{5y} - \sqrt{20y} - \sqrt{500y} = 7\sqrt{5y} - 2\sqrt{5y} - 10\sqrt{5y} = -5\sqrt{5y}$$

3) $\sqrt{\frac{x}{32}} + \frac{1}{2}\sqrt{32x} - \frac{1}{4x}\sqrt{8x^3}$ với $x \geq 0$

$$\sqrt{\frac{x}{32}} + \frac{1}{2}\sqrt{32x} - \frac{1}{4x}\sqrt{8x^3} = \frac{\sqrt{2x}}{8} + \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2x} - \frac{1}{4x} \cdot |2x| \sqrt{2x}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$= \frac{\sqrt{2x}}{8} + 2\sqrt{2x} - \frac{1}{2}\sqrt{2x} = \frac{13}{8}\sqrt{2x}$$

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{14,4}$ là:

A. 36.

B. 6.

C. 18.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{14,4} = \sqrt{2,5 \cdot 14,4} = \sqrt{25 \cdot 144 \cdot 0,01} = 5 \cdot 12 \cdot 0,1 = 6$$

Câu 2. [NB] Kết quả của phép tính $-\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{0,4}$ là:

A. 0,2.

B. - 0,2.

C. $-\frac{4}{100}$.

D. $\frac{4}{100}$.

Lời giải

Chọn B

$$-\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{0,4} = -\sqrt{0,04} = -0,2$$

Câu 3. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{16,9 \cdot 250}$ là:

A. 0,45.

B. 4,5.

C. 65.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{16,9 \cdot 250} = \sqrt{169 \cdot 25} = 13 \cdot 5 = 65$$

Câu 4. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{4,9} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{75}$ là:

A. 1,05.

B. 10,5.

C. 1050.

D. 105.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{4,9} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{75} = \sqrt{4,9 \cdot 30 \cdot 75} = \sqrt{49 \cdot 225} = 7 \cdot 15 = 105$$

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2\sqrt{5} + \sqrt{12}}$ là:

A. 2.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{2\sqrt{5} + \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 6. [TH] Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$ ta có kết quả:

A. $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{7} - \sqrt{3}$.

C.

$\sqrt{7} + \sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$$

Câu 7. [TH] Kết quả trục căn thức của biểu thức $\frac{a}{1 - \sqrt{-a}}$ với $a < 0; a \neq -1$ là:

A. $\frac{a(1 - \sqrt{-a})}{1 + a}$.

B. $\frac{a(1 + \sqrt{a})}{1 - a}$.

C. $\frac{a(1 + \sqrt{a})}{1 + a}$.

D. $\frac{a(1 + \sqrt{-a})}{1 + a}$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{a}{1 - \sqrt{-a}} = \frac{a(1 + \sqrt{-a})}{1 + a}$$

Câu 8. [TH] Với $x > y > 0$ thì biểu thức $\frac{1}{y - x} \sqrt{2x^2 \cdot (x - y)^2}$ được rút gọn là:

A. $-x\sqrt{2}$.

B. $x\sqrt{2}$.

C. $|x|\sqrt{2}$.

D. $2x$.

Chọn A

$$\frac{1}{y-x}\sqrt{2x^2 \cdot (x-y)^2} = \frac{1}{y-x}\sqrt{2} \cdot |x| \cdot |x-y| = \frac{\sqrt{2}x(x-y)}{y-x} = -\sqrt{2}x$$

Câu 9. [TH] Giá trị của biểu thức $\sqrt{9a^2(b^2+4-4b)}$ khi $a=2$ và $b=-\sqrt{3}$

A. $6(2+\sqrt{3})$

B. $6(2-\sqrt{3})$

C. $3(2+\sqrt{3})$

D. $3(2-\sqrt{3})$

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{9a^2(b^2+4-4b)} = \sqrt{9a^2} \cdot \sqrt{(b-2)^2} = |3a| \cdot |b-2| = 6(\sqrt{3}+2)$$

Câu 10. [VD] Kết quả rút gọn $\sqrt{\frac{75}{48(x-5)^2}}$ với $x < 5$ là:

A. $\frac{5}{4(x-5)}$

B. $\frac{5(x-5)}{4}$

C. $\frac{5}{4(5-x)}$

D. $\frac{75}{48(x-5)}$

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{\frac{75}{48(x-5)^2}} = \sqrt{\frac{25}{16(x-5)^2}} = \frac{5}{4(5-x)}$$

Câu 11. [VD] Rút gọn biểu thức: $\sqrt{x+2\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$, kết quả là:

A. $\pm(\sqrt{x}+1)$

B. $-(\sqrt{x}+1)$

C. $\sqrt{x}-1$

D. $\sqrt{x}+1$

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{x+2\sqrt{x}+1} = \sqrt{(\sqrt{x}+1)^2} = |\sqrt{x}+1| = \sqrt{x}+1$$

Câu 12. [VDC] Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{2n} - \sqrt{2n+1}}$ là:

A. $P = 1 - \sqrt{2n+1}$

B. $P = \sqrt{2n+1} - \sqrt{2}$

C. $P = -(\sqrt{2} + \sqrt{2n+1})$

D. $P = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2n+1}$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{2n} - \sqrt{2n+1}} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{-1} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{4}}{-1} + \frac{\sqrt{4} + \sqrt{5}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{2n} + \sqrt{2n+1}}{-1} \\ &= -\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{4} - \sqrt{4} - \sqrt{5} + \dots - \sqrt{2n} - \sqrt{2n+1} \\ &= -\sqrt{2} - \sqrt{2n+1} \end{aligned}$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

$$\sqrt{2x^2 + x - 6} = x + 2$$

Câu 1. Cho phương trình:

a) Điều kiện của phương trình là $x^3 - 2$.

b) Bình phương 2 vế của phương trình ta được là $x^2 - 3x - 10 = 0$.

c) Phương trình có 2 nghiệm.

d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng 20 .

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

Điều kiện xác định của PT là $x^3 - 2$ nên A sai

Bình phương 2 vế ta được: $2x^2 + x - 6 = x^2 + 4x + 4$ do đó $x^2 - 3x - 10 = 0$ nên b đúng

$x^2 - 3x - 10 = 0$ nên PT có nghiệm $x = 5; x = -2$ (TM) do đó PT có 2 nghiệm nên c đúng

Tổng bình phương của 2 nghiệm là $5^2 + (-2)^2 = 29$ nên d sai

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{x + 2}$$

Câu 2. Cho phương trình:

$$x^3 - 2$$

ha) Điều kiện của phương trình là

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

b) Bình phương 2 vế của phương trình ta được là

c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

d) Các nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) S

Điều kiện xác định của PT là $x^3 - 2$ nên A đúng

Bình phương 2 vế ta được: $x^2 + 2x + 4 = x + 2$ do đó $x^2 + x + 2 = 0$ nên b sai

$x^2 + x + 2 = 0$ nên PT vô nghiệm nên c, d sai

Câu 3. Tốc độ của một chiếc thuyền và độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi của nó được cho bởi

công thức $V = 6\sqrt{x+4}$. Trong đó x(m) là độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi thuyền, V(m/s) là vận tốc thuyền.

a) Khi độ dài đường sóng nước là 12m thì vận tốc của thuyền là 24 m/s.

b) Khi độ dài đường sóng nước là 21m thì vận tốc của thuyền là 28 m/s.

c) Khi vận tốc của thuyền là 30 m/s thì độ dài đường sóng nước là 21m.

d) Khi vận tốc của thuyền càng lớn thì độ dài đường sóng nước càng dài.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

Khi $x = 12 \Rightarrow V = 6\sqrt{12+4} = 24$ nên a đúng

Khi $x = 21 \Rightarrow V = 6\sqrt{21+4} = 30$ nên b sai

Khi $V = 30 \Rightarrow 30 = 6\sqrt{x+4} \Rightarrow x = 21$ nên c đúng

Khi V càng lớn thì x càng dài nên d đúng

$$C = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$$

Câu 4. Cho biểu thức

a) Kết quả rút gọn biểu thức P là $2\sqrt{2} - 1$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

- b) C có dạng $a + b\sqrt{2}$ thì tổng $a + b$ là 2 .
- c) C có dạng $a + b\sqrt{2}$ thì hiệu $a^2 - b^2$ là 0 .
- d) Kết quả so sánh biểu thức C với 3 là $C < 3$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) Đ

$$C = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \sqrt{8}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \sqrt{2} + 1$$

$$C = \sqrt{2} + 1 \text{ nên a sai}$$

$$C = \sqrt{2} + 1 \text{ do đó } a = b = 1 \Rightarrow a + b = 2 \text{ nên b đúng}$$

$$C = \sqrt{2} + 1 \text{ do đó } a = b = 1 \Rightarrow a^2 - b^2 = 0 \text{ nên c đúng}$$

$$C = \sqrt{2} + 1 \text{ do đó } C < 3 \text{ nên d đúng}$$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Giá trị biểu thức $T = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$ bằng:

Lời giải

Đáp án: -2

$$T = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = |\sqrt{5} - 2| - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = -2$$

Câu 2. [NB] Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{\sqrt{60}}{15}$ có kết quả bằng:

Lời giải

Đáp án: 0

$$A = \sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{\sqrt{60}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{5} - \frac{\sqrt{15}}{3} + \frac{2\sqrt{15}}{15} = 0$$

Câu 3. [TH] Cho biểu thức $M = \frac{6 - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{6}} + \frac{6 - \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$ Giá trị của $2M$ là:

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Đáp án: -1

$$M = \frac{6 - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{6}} + \frac{6 - \sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6} - 1)}{1 - \sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6} - 1)}{\sqrt{6}} = -\sqrt{6} + \sqrt{6} - 1 = -1$$

Câu 4. [TH] Kết quả rút gọn biểu thức: $\sqrt{(2\sqrt{3} - 5)^2} + \sqrt{37 + 20\sqrt{3}}$ là:

Lời giải

Đáp án: 10

$$\sqrt{(2\sqrt{3} - 5)^2} + \sqrt{37 + 20\sqrt{3}} = |2\sqrt{3} - 5| + \sqrt{(5 + 2\sqrt{3})^2} = 5 - 2\sqrt{3} + 5 + 2\sqrt{3} = 10$$

Câu 5. [VD] Rút gọn biểu thức $|4 - x| + \frac{4 - x}{\sqrt{x^2 - 8x + 16}}$ với $x < 4$ là $a + bx$. Khi đó $a + 2b$ bằng:

Lời giải

Đáp án: 3

$$|4 - x| + \frac{4 - x}{\sqrt{x^2 - 8x + 16}} = 4 - x + \frac{4 - x}{|x - 4|} = 4 - x + \frac{4 - x}{4 - x} = 5 - x$$

Do đó: $a = 5; b = -1$

$$a + 2b = 5 - 2 = 3$$

Câu 6. [VDC] Rút gọn biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{2n} - \sqrt{2n+1}}$ là $P = a\sqrt{2} + b\sqrt{2n+1}$. Khi đó $a - b$ bằng:

Lời giải

Đáp án: 0

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{2n} - \sqrt{2n+1}} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{-1} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{4}}{-1} + \frac{\sqrt{4} + \sqrt{5}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{2n} + \sqrt{2n+1}}{-1} \\ &= -\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{4} - \sqrt{4} - \sqrt{5} + \dots - \sqrt{2n} - \sqrt{2n+1} \\ &= -\sqrt{2} - \sqrt{2n+1} \end{aligned}$$

Do đó: $a = -1; b = -1$

Vậy: $a - b = 0$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10
PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Vận dụng các phép biến đổi để làm bài toán chứng minh
Vận dụng kĩ năng sử dụng hằng đẳng thức để hỗ trợ bài toán chứng minh
Vận dụng phá ngoặc biểu thức chứa dấu GTTĐ, bình phương 2 vế để giải quyết bài toán so sánh căn thức

Ví dụ 1 [NB]: Chứng minh các đẳng thức sau:

1) $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 4$

2) $\sqrt{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{17}} = 8$

3) $2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 2) + (1 + 2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$

Lời giải

1) $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 4$

Ta có: $VT = (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 3^2 - (\sqrt{5})^2 = 9 - 5 = 4 = VP$

2) $\sqrt{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{17}} = 8$

Ta có: $VT = \sqrt{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt{9 + \sqrt{17}} = \sqrt{9^2 - (\sqrt{17})^2} = \sqrt{81 - 17} = \sqrt{64} = 8 = VP$

3) $2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 2) + (1 + 2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$

Ta có: $VT = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 2) + (1 + 2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 8 + 1 + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 9 = VP$

Ví dụ 2 [TH]: So sánh các số:

1) $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ và 1

2) $\sqrt{8} + \sqrt{5}$ và $\sqrt{7} + \sqrt{6}$

3)

$\sqrt{2023} + \sqrt{2025}$ và $2\sqrt{2024}$

Lời giải

1) $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ và 1

Ta có: $VT^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 = 7 + 2 - 2\sqrt{14} = 9 - 2\sqrt{14}$

$2\sqrt{14} < 2\sqrt{16} = 8 \Rightarrow -2\sqrt{14} > -8$

$\Rightarrow 9 - 2\sqrt{14} > 9 - 8$

$\Rightarrow 9 - 2\sqrt{14} > 1$

Vậy $\sqrt{7} - \sqrt{2} > 1$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

2) $\sqrt{8} + \sqrt{5}$ và $\sqrt{7} + \sqrt{6}$

Ta có: $VT^2 = (\sqrt{8} + \sqrt{5})^2 = 13 + 2\sqrt{40}$

$VP^2 = (\sqrt{7} + \sqrt{6})^2 = 13 + 2\sqrt{42}$

$\sqrt{40} < \sqrt{42} \Rightarrow 2\sqrt{40} < 2\sqrt{42}$

Vậy: $\sqrt{8} + \sqrt{5} > \sqrt{7} + \sqrt{6}$

3) $\sqrt{2023} + \sqrt{2025}$ và $2\sqrt{2024}$

Ta có: $VT^2 = (\sqrt{2023} + \sqrt{2025})^2 = 4048 + 2\sqrt{2023 \cdot 2025} = 4048 + 2\sqrt{(2024 - 1)(2024 + 1)}$

$VP^2 = (2\sqrt{2024})^2 = 4 \cdot 2024$

$VT^2 < VP^2 \Rightarrow VT < VP$

Vậy: $\sqrt{2023} + \sqrt{2025} < 2\sqrt{2024}$

Ví dụ 3 [VD]: Cho các số không âm a, b, c. Chứng minh:

1) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

2) $a+b+\frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

3) $a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$

4) $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$

Lời giải

1) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$

$a+b-2\sqrt{ab} \geq 0$

$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$
(Luôn đúng)

2) $a+b+\frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Ta có: $a+b+\frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\left(a - \sqrt{a} + \frac{1}{4}\right) + \left(b - \sqrt{b} + \frac{1}{4}\right) \geq 0$$

$$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{b} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$$

(Luôn đúng)

3) $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$

Ta có: $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$

$$2a + 2b + 2c \geq 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ca}$$

$$(a + b - 2\sqrt{ab}) + (b + c - 2\sqrt{bc}) + (c + a - 2\sqrt{ac}) \geq 0$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2 + (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2 \geq 0$$

(Luôn đúng)

4) $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$

Ta có: $\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$

$$\sqrt{\frac{a+b}{2}} \geq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \frac{a+b+2\sqrt{ab}}{4}$$

$$2(a+b) \geq a+b+2\sqrt{ab}$$

$$a+b-2\sqrt{ab} \geq 0$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$$

(Luôn đúng)

Ví dụ 4 [VD]: Cho biểu thức: $S_n = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^n + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^n$ (với n nguyên dương).

a) Chứng minh rằng: $S_{2n} = S_n^2 - 2$

b) Tính S_2, S_4 .

Lời giải

a) Ta có: $S_{2n} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2n} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2n} = (5 + 2\sqrt{6})^n + (5 - 2\sqrt{6})^n$

$$S_n^2 = \left[(\sqrt{3} + \sqrt{2})^n + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^n \right]^2 = (5 + 2\sqrt{6})^n + (5 - 2\sqrt{6})^n + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})^n (\sqrt{3} - \sqrt{2})^n$$

$$S_n^2 = S_{2n} + 2$$

$$\Rightarrow S_{2n} = S_n^2 - 2$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

b) $S_1 = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

$$S_2 = S_1^2 - 2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 = 10$$

$$S_4 = S_2^2 - 2 = 10^2 - 2 = 98$$

Ví dụ 5 [VD]: Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$

b) $B = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+2}$

Lời giải

a) $A = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ ĐK: $2 \leq x \leq 4$

Ta có: $A^2 = x-2 + 4-x + 2\sqrt{(4-x)(x-2)}$

$$A^2 = 2 + 2\sqrt{(4-x)(x-2)}$$

Áp dụng: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ta được:

$$\sqrt{(4-x)(x-2)} \leq \frac{4-x+x-2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow A^2 \leq 4$$

$A_{\max} = 2$ khi $4-x = x-2 \Leftrightarrow x = 3$ (TM)

b) $B = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+2}$ ĐK: $-2 \leq x \leq 6$

Ta có: $B^2 = x+2 + 6-x + 2\sqrt{(6-x)(x+2)}$

$$B^2 = 8 + 2\sqrt{(6-x)(x+2)}$$

Áp dụng: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ta được:

$$\sqrt{(6-x)(x+2)} \leq \frac{6-x+x+2}{2} = 4$$

$$\Rightarrow B^2 \leq 16$$

$B_{\max} = 4$ khi $6-x = x+2 \Leftrightarrow x = 2$ (TM)

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Chứng minh các đẳng thức sau:

1) $2\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$

2) $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{6}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$3) \sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} = 8$$

$$4) \sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}} = 6$$

Hướng dẫn

$$1) 2\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$$

Ta có: $VT = 2\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 8 + 1 + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 9 = VP$

$$2) \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

Ta có: $VT = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} \right)$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{3}+1 + \sqrt{3}-1)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{6} = VP$$

$$3) \sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} = 8$$

Ta có: $VT = \sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} = \left| \frac{2}{2-\sqrt{5}} \right| - \left| \frac{2}{2+\sqrt{5}} \right| = \frac{2}{\sqrt{5}-2} - \frac{2}{\sqrt{5}+2} = 8 = VP$

$$4) \sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}} = 6$$

Ta có: $VT = \sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}} = \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} = |3-\sqrt{2}| + |3+\sqrt{2}| = 6 = VP$

Bài 2. [TH] So sánh (không dùng bảng số hay máy tính bỏ túi):

$$1) \sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ và } \sqrt{10}$$

$$2) \sqrt{5\sqrt{3}} \text{ và } \sqrt{3\sqrt{5}}$$

Hướng dẫn

$$1) \sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ và } \sqrt{10}$$

Ta có: $VT^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

$$VP^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$(2\sqrt{6})^2 < 5^2 \Rightarrow 2\sqrt{6} < 5$$

$$\Rightarrow VT^2 < VP^2 \Rightarrow VT < VP$$

Vậy: $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{10}$

2) $\sqrt{5\sqrt{3}}$ và $\sqrt{3\sqrt{5}}$

Ta có: $VT^2 = (\sqrt{5\sqrt{3}})^2 = 5\sqrt{3} = \sqrt{75}$

$$VP^2 = (\sqrt{3\sqrt{5}})^2 = 3\sqrt{5} = \sqrt{45}$$

Vì $75 > 45 \Rightarrow \sqrt{75} > \sqrt{45}$

Vậy: $\sqrt{5\sqrt{3}} > \sqrt{3\sqrt{5}}$

Bài 3. [TH] Chứng minh các đẳng thức sau:

1) $\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 (a, b > 0)$

2)

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a+b}{a-b} (a, b \geq 0; a \neq b)$$

3) $\frac{(a\sqrt{b} + b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab + b^2 - 2\sqrt{ab^3}}{a(a+2\sqrt{b}) + b}} = b (a, b > 0)$

Hướng dẫn

1) $\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 (a, b > 0)$

Ta có: $VT = \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}$

$$= a - \sqrt{ab} + b - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = VP$$

2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a+b}{a-b} (a, b \geq 0; a \neq b)$

Ta có: $VT = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a-b} - \frac{\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a-b}$

$$= \frac{a + \sqrt{ab} - \sqrt{ab} + b}{a-b} = \frac{a+b}{a-b} = VP$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$3) \frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab^3}}{a(a+2\sqrt{b})+b}} = b(a, b > 0)$$

$$VT = \frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab^3}}{a(a+2\sqrt{b})+b}} = \frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} \cdot \sqrt{\frac{b(a+b-2\sqrt{ab})}{(a+\sqrt{b})^2}}$$

Ta có:

$$= \frac{\sqrt{b}(a+\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \sqrt{\frac{b(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{(a+\sqrt{b})^2}} = b = VP$$

Bài 4. [VD] Cho biểu thức: $S_n = (\sqrt{2}+1)^n + (\sqrt{2}-1)^n$ (với n nguyên dương).

a) Tính S_2 ; S_3 .

b) Chứng minh rằng: Với mọi m, n nguyên dương và $m > n$, ta có: $S_{m+n} = S_m S_n - S_{m-n}$

c) Tính S_4 .

Hướng dẫn

$$a) S_1 = \sqrt{2}+1 + \sqrt{2}-1 = 2\sqrt{2}$$

$$S_2 = (\sqrt{2}+1)^2 + (\sqrt{2}-1)^2 = 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6$$

$$S_3 = (\sqrt{2}+1)^3 + (\sqrt{2}-1)^3 = 10\sqrt{2}$$

$$b) S_m = (\sqrt{2}+1)^m + (\sqrt{2}-1)^m; S_n = (\sqrt{2}+1)^n + (\sqrt{2}-1)^n$$

$$S_{m+n} = (\sqrt{2}+1)^{m+n} + (\sqrt{2}-1)^{m+n}; S_{m-n} = (\sqrt{2}+1)^{m-n} + (\sqrt{2}-1)^{m-n}$$

$$\Rightarrow S_{m+n} + S_{m-n} = S_m S_n$$

$$c) \text{Ta có: } S_4 + S_2 = S_3 S_1$$

$$S_4 + 6 = 10\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 40$$

$$S_4 = 34$$

Bài 5. [VD] Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \sqrt{1-6x+9x^2} + \sqrt{9x^2-12x+4}$

Hướng dẫn

$$A = \sqrt{1-6x+9x^2} + \sqrt{9x^2-12x+4} = \sqrt{(3x-1)^2} + \sqrt{(3x-2)^2} = |1-3x| + |3x-2|$$

$$\text{Ta có: } |1-3x| + |3x-2| \geq |1-3x+3x-2| = 1$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow (3x-2)(1-3x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy $A_{\min} = 1$ khi $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$

CHUYÊN ĐỀ 4: CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI BIỂU THỨC CHỨA CĂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Với $A \geq 0, B \geq 0$ thì: $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ và ngược lại $\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B}$

Đặc biệt, khi $A \geq 0$, ta có: $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$.

2. Với $A \geq 0, B > 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ và ngược lại $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$

3. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} (B \geq 0)$.

4. Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$A \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A^2 B} \text{ (với } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$A \cdot \sqrt{B} = -\sqrt{A^2 \cdot B} \text{ (với } A < 0; B \geq 0)$$

5. Khử mẫu ở biểu thức chứa căn

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{AB}{B^2}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} \text{ (với } AB \geq 0; B \neq 0)$$

6. Trục căn thức ở mẫu

$$\frac{M}{\sqrt{A}} = \frac{M \sqrt{A}}{A} (A > 0); \quad \frac{M}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{M(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} (A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$$

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: Thực hiện phép tính

1.1. Phép nhân, phép chia và phép khai phương

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\sqrt{2018 + 2019} = \sqrt{2018} + \sqrt{2019}$.

B. $\sqrt{2018 \cdot 2019} = \frac{\sqrt{2018}}{\sqrt{2019}}$.

C. $\sqrt{2018} \cdot \sqrt{2019} = \sqrt{2018 \cdot 2019}$.

D. $\frac{2018 \cdot 2019}{\sqrt{2018}} = \frac{\sqrt{2019}}{\sqrt{2018}}$.

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Chọn C

$$\sqrt{2018}.\sqrt{2019} = \sqrt{2018.2019}$$

Câu 2. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{1,25}.\sqrt{51,2}$ là?

A. 32.

B. 16.

C. 64.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{1,25}.\sqrt{51,2} = \sqrt{0,25.5.16.3,2} = \sqrt{0,5^2.16^2} = 0,5.16 = 8$$

Câu 3. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{\frac{81}{169}}$ là?

A. $\frac{9}{13}$.

B. $\frac{9}{169}$.

C. $\frac{3}{13}$.

D. $\frac{13}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{\frac{81}{169}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{169}} = \frac{9}{13}$$

Câu 4. [NB] Phép tính $\sqrt{12^2.(-11)^2}$ có kết quả là?

A. - 33.

B. - 132.

C. 132.

D. 1584.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{12^2.(-11)^2} = 12.11 = 132$$

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{49a^2} + 3a$ với $a \geq 0$ là

A. $10a$.

B. $4a$.

C. - $4a$.

D. $52a$.

Lời giải

Chọn A

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Với $a \geq 0$. Ta có: $\sqrt{49a^2} + 3a = \sqrt{(7a)^2} + 3a = |7a| + 3a = 7a + 3a = 10a$

Câu 6. [TH] Kết quả thực hiện phép tính $\sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448}$ là:

- A. $\sqrt{7}$. B. 0 . C. $4\sqrt{7}$. D. $5\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448} = \sqrt{6^2 \cdot 7} - \sqrt{10^2 \cdot 7} + \sqrt{12^2 \cdot 7} - \sqrt{8^2 \cdot 7} = 6\sqrt{7} - 10\sqrt{7} + 12\sqrt{7} - 8\sqrt{7} = 0$$

Câu 7. [TH] Kết quả của phép tính $4a^4b^2 \sqrt{\frac{9}{a^8b^4}}$ với $ab \neq 0$ là.

- A. $\frac{a^2}{b}$. B. 12 . C. 6 . D. 36 .

Lời giải

Chọn B

$$4a^4b^2 \sqrt{\frac{9}{a^8b^4}} = 4a^4b^2 \cdot \frac{3}{a^4b^2} = 12$$

Câu 8. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{a^2 \cdot (2a - 3)^2}$ với $0 \leq a < \frac{3}{2}$ là

- A. $a(2a - 3)$. B. $(3 - 2a)a^2$. C. $(2a - 3)a^2$. D. $(3 - 2a)a$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{a^2 \cdot (2a - 3)^2} = |a| \cdot |2a - 3| = a \cdot (3 - 2a) \quad \text{vì } 0 \leq a < \frac{3}{2}$$

Câu 9. [VD] Giá trị biểu thức $\sqrt{x - 2} \cdot \sqrt{x + 2}$ khi $x = \sqrt{29}$ là

- A. 29 . B. 5 . C. 10 . D. 25 .

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{x - 2} \cdot \sqrt{x + 2} = \sqrt{(x - 2)(x + 2)} = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\text{Thay } x = \sqrt{29} \text{ ta có } \sqrt{(\sqrt{29})^2 - 4} = \sqrt{25} = 5$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Câu 10. [VD] Giá trị của x để $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$ là

A. $x = -9$.

B. $x = 5$.

C. $x = 8$.

D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$$

$$2\sqrt{x-5} + \sqrt{x-5} - \sqrt{x-5} = 4$$

$$2\sqrt{x-5} = 4$$

$$\sqrt{x-5} = 2$$

$$x-5=4 \Rightarrow x=9$$

$$A = \frac{\sqrt{2x^2+12x}}{\sqrt{x+6}}$$

Câu 11. [VD] Với $x \geq 0$ cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{2x^2+12x}}{\sqrt{x+6}}$ và $B = 2x$. Có bao nhiêu giá trị của x để $A = B$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

$$A = \frac{\sqrt{2x^2+12x}}{\sqrt{x+6}} = \frac{\sqrt{2x(x+6)}}{\sqrt{x+6}} = \frac{\sqrt{2x} \cdot \sqrt{x+6}}{\sqrt{x+6}} = \sqrt{2x}$$

Để $A = B$ thì $\sqrt{2x} = 2x$

$$4x^2 - 2x = 0 \Rightarrow 2x(2x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 12. [VDC] Cho biểu thức $A = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots}}}$ (có vô hạn số $\sqrt{4}$). Giá trị của biểu thức A là

A. $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$.

B. $\frac{1+\sqrt{17}}{2}$.

C. $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$.

D. $\frac{1+\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Đặt $x = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}$. Ta có: $x > 0$.

Khi đó: $x^2 = 4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}$ p $x^2 = 4 + x$ $\hat{U}$ $x^2 - x - 4 = 0$.

$D = (-1)^2 - 4.1(-4) = 17 > 0$ p Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$.

Vì $x > 0$ suy ra $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho biểu thức $A = \sqrt{\sqrt{17} - 1} \cdot \sqrt{\sqrt{17} + 1}$ và biểu thức $B = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 5)^2}$

a) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức A là 16.

b) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức B là 3.

c) So sánh biểu thức A và biểu thức B là $A > B$.

d) Kết quả phép tính $A - 2B$ là 2.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

- $A = \sqrt{\sqrt{17} - 1} \cdot \sqrt{\sqrt{17} + 1} = \sqrt{(\sqrt{17} - 1)(\sqrt{17} + 1)} = \sqrt{17 - 1} = 4$. Do đó a sai

- $B = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 5)^2} = |\sqrt{5} - 2| + |\sqrt{5} - 5| = \sqrt{5} - 2 + 5 - \sqrt{5} = 3$. Do đó b đúng

- Vì $A = 4; B = 3$ nên $A > B$. Do đó c đúng.

- $A - 2B = 4 - 2.3 = -2$. Do đó d sai.

Câu 2. Cho biểu thức $A = \sqrt{25x^2 - 7x}$

a) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức A là $5|x| - 7x$.

b) Với $x \geq 0$, kết quả rút gọn biểu thức A là $2x$.

c) Giá trị của biểu thức A tại $x = -3$ là 36.

d) Với $x < 0$. Giá trị của x để giá trị biểu thức $A = 24$ là 2

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

- $A = \sqrt{25x^2 - 7x} = 5|x| - 7x$. Do đó a đúng

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

- $A = \sqrt{25x^2 - 7x} = 5|x| - 7x$. Vì $x \geq 0$ nên $A = 5x - 7x = -2x$. Do đó b sai.

- Thay $x = -3$ vào biểu thức $A = 5|x| - 7x = 5.3 - 7.(-3) = 36$. Do đó c đúng

- Với $x < 0$ nên $A = -5x - 7x = -12x$. Để $A = 24$ thì $-12x = 24 \Rightarrow x = -2$. Do đó d sai.

Câu 3. Cho phương trình $2\sqrt{x} - 6 = -2$

a) Phương trình luôn vô nghiệm.

b) Nghiệm của phương trình là $x = 4$.

c) Giá trị của biểu thức x^3 với x là nghiệm của phương trình bằng -64 .

d) Phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $x^2 - 16 = 0$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) S

- ta có $2\sqrt{x} - 6 = -2 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$. Do đó a sai

- Nghiệm của phương trình là $x = 4$. Do đó b đúng.

- Ta có $x^3 = 4^3 = 64$. Do đó c sai

- Phương trình $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$. Do đó d sai.

Câu 4. Cho biểu thức $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{(2x - 3)^2}$ với $x \geq \frac{3}{2}$.

a) Kết quả phép tính $A = 4 - 2x$.

b) Giá trị của biểu thức tại $x = 2$ là $A = 2$.

c) Tất cả các giá trị của x để $A > 2$ là $x > 2$.

d) Giá trị của x để $A = 0$ là $x = \frac{4}{3}$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

- $A = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{(2x - 3)^2} = \sqrt{(x - 1)^2} + \sqrt{(2x - 3)^2} = |x - 1| + |2x - 3| = x - 1 + 2x - 3 = 3x - 4$. Do đó a sai

- Thay $x = 2$ vào biểu thức ta có $A = 3.2 - 4 = 2$. Do đó b đúng.

- Để $A > 2$ thì $3x - 4 > 2 \Rightarrow 3x > 6 \Rightarrow x > 2$. Kết hợp với điều kiện ta có $x > 2$. Do đó c đúng.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- Để $A=0$ thì $3x - 4 = 0 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$. Vì $x \geq \frac{3}{2}$ nên $x = \frac{4}{3}$ không thỏa mãn điều kiện. Do đó d sai.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Kết quả của phép tính $\sqrt{50} \cdot \sqrt{2}$ là.....

Lời giải

Đáp án: 10

$$\sqrt{50} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{50 \cdot 2} = \sqrt{100} = 10$$

Câu 2. [NB] Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{7}}$ là

Lời giải

Đáp án: 7

$$\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{343}{7}} = \sqrt{49} = 7$$

Câu 3. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2} + \sqrt{12}$ là

Lời giải

Đáp án: 4

$$\sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2} + \sqrt{12} = |2\sqrt{3} - 4| + \sqrt{4 \cdot 3} = 4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4$$

Câu 4. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{\sqrt{75a^2b^4}}{\sqrt{5a^2}} - 5b^2$ với $a > 0$ là.....

Lời giải

Đáp án: 0

$$\frac{\sqrt{75a^2b^4}}{\sqrt{5a^2}} - 5b^2 = \sqrt{\frac{75a^2b^4}{5a^2}} - 5b^2 = \sqrt{25b^4} - 5b^2 = 5b^2 - 5b^2 = 0$$

Câu 5. [VD] Giá trị của x để kết quả phép tính $\sqrt{12x} - \sqrt{75x} + \sqrt{3x}$ bằng -6 là.....

Lời giải

Đáp án: 3

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sqrt{12x} - \sqrt{75x} + \sqrt{3x} &= -6 \\ 2\sqrt{3x} - 5\sqrt{3x} + \sqrt{3x} &= -6 \end{aligned}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$-2\sqrt{3x} = -6 \Rightarrow \sqrt{3x} = 3 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

Vậy $x = 3$.

Câu 6. [VD] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 3$ là

Đáp án: 2

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 3 \Rightarrow |x - 1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 3 \\ x - 1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy số nghiệm của phương trình là 2

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: 1. Với $A \geq 0, B \geq 0$ thì: $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ và ngược lại $\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B}$

Đặc biệt, khi $A \geq 0$, ta có: $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$.

2. Với $A \geq 0, B > 0$ thì $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ và ngược lại $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Tính:

a) $\sqrt{810 \cdot 40}$ b) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{0,5}$ c) $\sqrt{\frac{12^5}{3^5 \cdot 4^3}}$ d) $\frac{\sqrt{180} : \sqrt{5}}{\sqrt{200} : \sqrt{8}}$

Lời giải

a) Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{810 \cdot 40} &= \sqrt{81 \cdot 100 \cdot 4} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt{4} \\ &= \sqrt{9^2} \cdot \sqrt{10^2} \cdot \sqrt{2^2} = 9 \cdot 10 \cdot 2 = 180. \end{aligned}$$

Vậy biểu thức có giá trị là: 180

b) Ta có: $\sqrt{24} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{0,5} = \sqrt{24 \cdot 12 \cdot 0,5} = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$.

c) Ta có: $\sqrt{\frac{12^5}{3^5 \cdot 4^3}} = \sqrt{\frac{(3 \cdot 4)^5}{3^5 \cdot 4^3}} = \sqrt{\frac{3^5 \cdot 4^5}{3^5 \cdot 4^3}} = \sqrt{4^2} = 4$

Vậy biểu thức có giá trị là: 4

d) Ta có $\frac{\sqrt{180} : \sqrt{5}}{\sqrt{200} : \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{180 : 5}}{\sqrt{200 : 8}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5} = 1,2$

Vậy biểu thức có giá trị là: 1,2

Ví dụ 2 [TH]:

Thực hiện phép tính

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

a) $A = (\sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50}) \cdot \sqrt{2}$

b) $B = \sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{200} - \sqrt{162}$

Lời giải

a) Áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng và phép nhân các căn thức bậc hai của các số không âm, ta có:

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50}) \cdot \sqrt{2} \\ &= \sqrt{18} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{32} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{50} \cdot \sqrt{2} \\ &= \sqrt{18 \cdot 2} + \sqrt{32 \cdot 2} - \sqrt{50 \cdot 2} \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{64} - \sqrt{100} \\ &= 6 + 8 - 10 \\ &= 4 \end{aligned}$$

b) Sử dụng phép khai phương một tích của các số không âm, ta có:

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{200} - \sqrt{162} \\ &= \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{100 \cdot 2} - \sqrt{81 \cdot 2} \\ &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{81} \cdot \sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \cdot (\sqrt{25} - \sqrt{9} + \sqrt{100} - \sqrt{81}) \\ &= \sqrt{2} \cdot (5 - 3 + 10 - 9) \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Ví dụ 3 [TH]:

a) So sánh: $\sqrt{16+4}$ và $\sqrt{16} + \sqrt{4}$

b) Với $a > 0$; $b > 0$. Chứng minh $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Lời giải

a) Ta có:

$$\sqrt{16} + \sqrt{4} = 4 + 2 = 6 = \sqrt{36} \quad (1)$$

$$\sqrt{16+4} = \sqrt{20} < \sqrt{36} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\sqrt{16+4} < \sqrt{16} + \sqrt{4}$

b) Với $a > 0$; $b > 0$, giả sử $a > b \Rightarrow a^2 > b^2$

Để so sánh $\sqrt{a+b}$ với $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

ta so sánh $(\sqrt{a+b})^2$ với $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$(\sqrt{a+b})^2 = a+b$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a+b+2\sqrt{ab}$$

Ta có:

Vì $2\sqrt{ab}$ nên suy ra $(\sqrt{a+b})^2 < (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

Do đó $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Ví dụ 4 [VD]: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$

b) $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}}$

Lời giải

a) Biểu thức:
$$\frac{\sqrt{15} - \sqrt{6}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{2})}{\sqrt{7}(\sqrt{5} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$$

Biểu thức rút gọn là:
$$\sqrt{\frac{3}{7}}$$

b) Biểu thức:
$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{2(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Biểu thức rút gọn là:
$$\frac{\sqrt{5}}{2}$$

e) $\sqrt{49.36.100}$

b) $\sqrt{0,45.0,3.6}$

c) $\sqrt{147.75}$

d) $\sqrt{4,9.1200.0,3}$

e) $\sqrt{5}.\sqrt{45}$

f) $\sqrt{13}.\sqrt{52}$

g) $\sqrt{12,5}.\sqrt{0,2}.\sqrt{0,1}$

h) $\sqrt{48,4}.\sqrt{5}.\sqrt{0,5}$

i) $\sqrt{45} : \sqrt{80}$

k) $\sqrt{13} : \sqrt{468}$

m) $\sqrt{\frac{3}{15}} : \sqrt{\frac{36}{45}}$

n) $\sqrt{\frac{288}{169}} : \sqrt{\frac{8}{225}}$

Hướng dẫn

a) Biến đổi biểu thức:
$$\sqrt{49.36.100} = \sqrt{49}.\sqrt{36}.\sqrt{100}$$
$$= \sqrt{7^2}.\sqrt{6^2}.\sqrt{10^2} = 7.6.10 = 420$$

b) Biến đổi biểu thức:
$$\sqrt{0,45.0,3.6} = \sqrt{0,81} = \sqrt{0,9^2} = 0,9$$

c) Biến đổi biểu thức:
$$\sqrt{147.75} = \sqrt{49.3.3.25}$$
$$= \sqrt{49.9.25} = \sqrt{49}.\sqrt{9}.\sqrt{25} = 7.3.5 = 105$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

d) Biến đổi biểu thức: $\sqrt{4,9.1200.0,3} = \sqrt{49.0,1.12.100.3.0,1}$

$$= \sqrt{49.36} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{36} = 7.6 = 42$$

e) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{5.45} = \sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$

f) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{13.52} = \sqrt{676} = 26$

g) $\sqrt{12,5} \cdot \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,1} = \sqrt{12,5.0,2.0,1} = \sqrt{0,25} = 0,5$

h) $\sqrt{48,4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{0,5} = \sqrt{48,4.5.0,5} = \sqrt{122} = 11$

i) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{80}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{80}} = \sqrt{\frac{45}{80}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$

k) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{468}} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{468}} = \sqrt{\frac{13}{468}} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$

m) $\sqrt{\frac{3}{15}} : \sqrt{\frac{36}{45}} = \sqrt{\frac{3}{15} : \frac{36}{45}} = \sqrt{\frac{3}{15} \cdot \frac{45}{36}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

n) $\sqrt{\frac{288}{169}} : \sqrt{\frac{8}{225}} = \sqrt{\frac{288}{169} : \frac{8}{225}} = \sqrt{\frac{288}{169} \cdot \frac{225}{8}}$

$$= \sqrt{\frac{36.225}{169}} = \frac{\sqrt{36} \cdot \sqrt{225}}{\sqrt{169}} = \frac{6.15}{13} = \frac{90}{13}$$

Bài 2. [TH] Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{\frac{72}{9}} : \sqrt{8}$

b) $(7\sqrt{48} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12}) : \sqrt{3}$

c) $(\sqrt{125} + \sqrt{245} - \sqrt{5}) : \sqrt{5}$

d) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7} \right) : \sqrt{7}$

e) $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$

f) $(\sqrt{12} - 2\sqrt{75})\sqrt{3}$

g) $\sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448}$

h) $\sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3})$

Hướng dẫn

a) Biến đổi biểu thức: $\sqrt{\frac{72}{9}} : \sqrt{8} = \sqrt{\frac{72}{9} : 8} = \sqrt{\frac{72}{9} \cdot \frac{1}{8}} = \sqrt{1} = 1$

Vậy biểu thức có giá trị là: 1

b) Biến đổi biểu thức: $(7\sqrt{48} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12}) : \sqrt{3}$

$$= (28\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 4\sqrt{3}) : \sqrt{3} = 33\sqrt{3} : \sqrt{3} = 33$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy biểu thức có giá trị là: 33

$$(\sqrt{125} + \sqrt{245} - \sqrt{5}) : \sqrt{5} = (5\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - \sqrt{5}) : \sqrt{5} = 11\sqrt{5} : \sqrt{5} = 11$$

c) Biến đổi biểu thức:

Vậy biểu thức có giá trị là: 11

$$\left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7} \right) : \sqrt{7} = \left(\frac{\sqrt{7}}{7} - \frac{4\sqrt{7}}{7} + \sqrt{7} \right) : \sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}}{7} : \sqrt{7} = \frac{4}{7}$$

d) Biến đổi biểu thức:

$$\frac{4}{7}$$

Vậy biểu thức có giá trị là:

e) Ta có: $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$

$$= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(2 - 3 + 1) = 0$$

f) Ta có: $(\sqrt{12} - 2\sqrt{75})\sqrt{3} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$

$$= \sqrt{36} - 2\sqrt{225} = 6 - 2 \cdot 15 = -24$$

g) Ta có: $\sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448}$

$$= 6\sqrt{7} - 10\sqrt{7} + 12\sqrt{7}$$

$$= (6 - 10 + 12)\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$$

h) Biến đổi biểu thức $\sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3})$

$$= \sqrt{3}(2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3})$$

$$= \sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 3 \cdot 4 = 12$$

Bài 3. [VD] Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$

b) $(1+\sqrt{3}-\sqrt{2})(1+\sqrt{3}+\sqrt{2})$

c) $(\sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{3+\sqrt{5}})^2$

d) $\sqrt{15-\sqrt{216}} + \sqrt{33-12\sqrt{6}}$

Hướng dẫn

a) Biến đổi biểu thức $\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$

$$= \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{|\sqrt{3}+1|}{\sqrt{2}} - \frac{|\sqrt{3}-1|}{\sqrt{2}}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Vậy biểu thức có giá trị là: $\sqrt{2}$

$$(1+\sqrt{3}-\sqrt{2})(1+\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

b) Biến đổi biểu thức

$$= \left[(1+\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \right] = \left[(1+2\sqrt{3}+3) - 2 \right]$$

$$= 4 + 2\sqrt{3} - 2 = 2 + 2\sqrt{3}$$

Vậy biểu thức có giá trị là: $2 + 2\sqrt{3}$

$$(\sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{3+\sqrt{5}})^2$$

c) Biến đổi biểu thức

$$= (\sqrt{3-\sqrt{5}})^2 + 2\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}} + (\sqrt{3+\sqrt{5}})^2$$

$$= (3-\sqrt{5}) + 2\sqrt{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} + (3+\sqrt{5})$$

$$= 3 - \sqrt{5} + 2\sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} + 3 + \sqrt{5}$$

$$= 6 + 2\sqrt{9-5} = 6 + 4 = 10$$

Vậy biểu thức có giá trị là: 10

d) Biến đổi biểu thức $\sqrt{15-2\sqrt{16}} + \sqrt{33-12\sqrt{6}}$

$$= \sqrt{15-6\sqrt{6}} + \sqrt{33-12\sqrt{6}} = \sqrt{(3-\sqrt{6})^2} + \sqrt{(3-2\sqrt{6})^2}$$

$$= |15-6\sqrt{6}| + |3-2\sqrt{6}| = (3-\sqrt{6}) + (2\sqrt{6}-3)$$

$$= \sqrt{6}$$

Vậy biểu thức có giá trị là: $\sqrt{6}$.

Bài 4 [VD] Thực hiện phép tính sau:

a) $5\sqrt{25a^2} - 25a$ với $a < 0$

b) $\sqrt{49a^2} + 3a$ với $a \geq 0$

c) $\sqrt{16a^4} + 6a^2$ với a bất kì

d) $3\sqrt{9a^6} - 6a^3$ với a bất kì.

Hướng dẫn

a) Biểu thức $5\sqrt{25a^2} - 25a = 5|5a| - 25a$ vì $a < 0$ nên $5a < 0$, do đó $|5a| = -5a$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy $5\sqrt{25a^2 - 25a} = 5 \cdot (-5a) - 25a = -25a - 25a = -50a$.

b) Biểu thức $\sqrt{49a^2} + 3a = |7a| + 3a$.

Với $a \geq 0$ nên $7a \geq 0$, do đó $|7a| = 7a$.

Vậy $\sqrt{49a^2} + 3a = 7a + 3a = 10a$.

c) Biểu thức $\sqrt{16a^4} + 6a^2 = |4a^2| + 6a^2$

Với mọi a ta đều có $4a^2 \geq 0$ nên $|4a^2| = 4a^2$

Vậy $\sqrt{16a^4} + 6a^2 = 4a^2 + 6a^2 = 10a^2$

d) Biểu thức $3\sqrt{9a^6} - 6a^3 = 3 \cdot |3a^3| - 6a^3$

Nếu $a \geq 0$ thì $3a^3 \geq 0$ nên $|3a^3| = 3a^3$, ta có: $3\sqrt{9a^6} - 6a^3 = 3 \cdot 3a^3 - 6a^3 = 3a^3$

Nếu $a < 0$ thì $3a^3 < 0$ nên $|3a^3| = -3a^3$, ta có: $3\sqrt{9a^6} - 6a^3 = 3 \cdot (-3a^3) - 6a^3 = -15a^3$

Bài 5 [VD] So sánh:

a) $\sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{20}}$ và $\sqrt{1 + \sqrt{6}}$;

b) $\sqrt{\sqrt{17} + 12\sqrt{2}}$ và $\sqrt{2} + 1$;

c) $\sqrt{\sqrt{28} - 16\sqrt{3}}$ và $\sqrt{3} - 2$

Hướng dẫn

a) Ta có $\sqrt{\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 1} = \sqrt{\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2}} = \sqrt{\sqrt{5} + 1} < \sqrt{\sqrt{6} + 1}$

Vậy $\sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{20}} < \sqrt{1 + \sqrt{6}}$.

b) Ta có $\sqrt{\sqrt{17} + 12\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{9 + 12\sqrt{2} + 8}} = \sqrt{\sqrt{(3 + 2\sqrt{2})^2}}$

$= \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2 + 2\sqrt{2} + 1} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$

c) $\sqrt{\sqrt{16 - 16\sqrt{3} + 12}} = \sqrt{\sqrt{(4 - 2\sqrt{3})^2}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$= \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt{3} - 1 > \sqrt{3} - 2$$

Vậy $\sqrt{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}} > \sqrt{3} - 2$.

Bài 6 [VD] Chứng minh rằng các số sau là số tự nhiên.

a) $A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot (3 + \sqrt{5})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$;

b) $B = \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{2 - \sqrt{3}})$

Hướng dẫn

a) Ta có
$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot \sqrt{2}(\sqrt{5} - 1) = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \cdot (\sqrt{5} - 1) \cdot (3 + \sqrt{5}) \\ &= \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} \cdot (\sqrt{5} - 1) \cdot (3 + \sqrt{5}) = (\sqrt{5} - 1) \cdot (\sqrt{5} - 1) \cdot (3 + \sqrt{5}) \\ &= (5 - 2\sqrt{5} + 1) \cdot (3 + \sqrt{5}) = 2(3 - \sqrt{5}) \cdot (3 + \sqrt{5}) = 2 \cdot (9 - 5) = 8 \end{aligned}$$

Vậy A là số tự nhiên.

b) Ta có
$$\begin{aligned} B &= (\sqrt{3} + 1) \cdot \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = (\sqrt{3} + 1) \cdot \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} \\ \Rightarrow B &= (\sqrt{3} + 1) \cdot (\sqrt{3} - 1) = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

Vậy B là số tự nhiên.

1.2. Đưa thừa số vào trong, ra ngoài dấu căn. Trục căn thức ở mẫu

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Với $a < 0$ biểu thức $A = a\sqrt{7}$ bằng

A. $\sqrt{7a}$

B. $-\sqrt{7a^2}$

C. $\sqrt{49a^2}$

D. $\sqrt{7a^2}$

Lời giải

Chọn B

Vì với $a < 0 \Rightarrow A = -\sqrt{7a^2}$

Câu 2. [NB] Trong các khẳng định sau khẳng định **SAI** là

A. $\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

B. $\sqrt{\frac{50}{6}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

C. $\sqrt{\frac{4a}{3b}} = \frac{2\sqrt{3ab}}{3b} \quad (a > b > 0)$

D. $\sqrt{\frac{4a}{-3}} = \frac{-2\sqrt{3a}}{3} \quad (a < 0)$

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{\frac{4a}{-3}} = \frac{\sqrt{4a \cdot (-3)}}{3} = \frac{2\sqrt{-3a}}{3} \quad \text{vì } a < 0$$

Câu 3. [NB] Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{\frac{2}{3}} + 2\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{6}$ được kết quả bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $2\sqrt{6}$

C. $-\sqrt{6}$

D. 0

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vi } A = \frac{\sqrt{6}}{3} + 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{3} + \sqrt{6} - \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Câu 4. [NB] Rút gọn biểu thức $\frac{-8}{2\sqrt{2}}$ được kết quả bằng

A. $\sqrt{8}$

B. $-\sqrt{2}$

C. $-2\sqrt{2}$

D. -2

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vi } \frac{-8}{2\sqrt{2}} = \frac{-4}{\sqrt{2}} = \frac{-4\sqrt{2}}{2} = -2\sqrt{2}$$

Câu 5. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ bằng

A. 4

B. -4

C. $2\sqrt{5}$

D. $-2\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vi } \frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} - \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{5}+2 - \sqrt{5}+2 = 4$$

Câu 6. [TH] Kết quả thực hiện phép tính $\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} - 5\sqrt{\frac{1}{5}}$ là:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

A. 1

B. - 1

C. ± 1

D. $1 - 2\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn B

Vì
$$\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} - 5\sqrt{\frac{1}{5}} = |\sqrt{5}-1| - 5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{|\sqrt{5}|} = \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} = -1$$

Câu 7. [TH] Kết quả của phép tính $2\sqrt{8y} - \sqrt{18y} + \sqrt{2y}$ với $y \geq 0$ là.

A. $2\sqrt{2y}$

B. $\sqrt{2y}$

C. $2\sqrt{y}$

D. 0

Lời giải

Chọn A

$$2\sqrt{8y} - \sqrt{18y} + \sqrt{2y} = 2\sqrt{2^2 \cdot 2y} - \sqrt{3^2 \cdot 2y} + \sqrt{2y} = 4\sqrt{2y} - 3\sqrt{2y} + \sqrt{2y} = 2\sqrt{2y}$$

Câu 8. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{6}{\sqrt{7}-1} - \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2}$ là

A. $2\sqrt{7} - 3$

B. 3

C. $1 - 2\sqrt{7}$

D. - 1

Lời giải

Chọn B

$$\frac{6}{\sqrt{7}-1} - \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} = \frac{6(\sqrt{7}+1)}{6} - |\sqrt{7}-2| = \sqrt{7}+1 - \sqrt{7}+2 = 3$$

Câu 9. [VD] Giá trị biểu thức $\frac{x-4}{\sqrt{x}+2}$ khi $x=144$ là

A. 14

B. 140

C. 10

D. 146

Lời giải

Chọn C

$$\frac{x-4}{\sqrt{x}+2} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2} = \sqrt{x}-2$$

Thay $x = 144$ ta có $\sqrt{144} - 2 = 12 - 2 = 10$

Câu 10. [VD] Kết quả phép tính $\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}} + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$ là

A. $2\sqrt{2}$

B. $-2\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{5}$

D. $-2\sqrt{5}$

Chọn A

$$M = \frac{3(\sqrt{8} - \sqrt{5})}{(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{5})^2} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} = \sqrt{8} - \sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Câu 11. [VD] Sau khi rút gọn biểu thức $\frac{2}{7+3\sqrt{5}} + \frac{2}{7-3\sqrt{5}}$ là phân số tối giản

$\frac{a}{b}$ (a, b ∈ Z). Khi đó a + b có giá trị là:

A. 28.**B.** 7.**C.** 8.**D.** 14.**Lời giải****Chọn C**

$$\frac{2}{7+3\sqrt{5}} + \frac{2}{7-3\sqrt{5}} = \frac{2(7-3\sqrt{5})}{4} + \frac{2(7+3\sqrt{5})}{4} = 7$$

$$a + b = 7 + 1 = 8$$

Câu 12. [VDC] Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{11}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng về giá trị của biểu thức A

A. $A > \frac{9}{4}$.**B.** $A < \frac{9}{4}$.**C.** $A = \frac{9}{4}$.**D.** $A > \frac{9}{2}$.**Lời giải****Chọn A**

Ta có: $A > \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{11}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{101}}$

$$\Rightarrow A > \frac{\sqrt{5} - \sqrt{1}}{5 - 1} + \frac{\sqrt{9} - \sqrt{5}}{9 - 5} + \frac{\sqrt{11} - \sqrt{9}}{11 - 9} + \dots + \frac{\sqrt{101} - \sqrt{97}}{101 - 97}$$

$$A > \frac{\sqrt{101} - \sqrt{1}}{4} > \frac{\sqrt{100} - 1}{4} = \frac{9}{4}. \text{ Điều phải chứng minh.}$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} + \sqrt{175} - 2\sqrt{2}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

a) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức A là $4\sqrt{7}$.

b) Kết quả thực hiện phép tính biểu thức A có dạng $a - b\sqrt{7}$, giá trị của biểu thức $a - b$ bằng -4 .

c) Giá trị của biểu thức $A\sqrt{7} - \frac{2}{\sqrt{6}}$ là $\frac{84 - \sqrt{6}}{3}$.

d) Giá trị của x để $Ax - 6\sqrt{7} = 0$ là $\frac{3}{2}$.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

- $A = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} + \sqrt{175} - 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{7}}{8 - 7} + \sqrt{5^2 \cdot 7} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{7}$. Do đó a đúng

- $A = 4\sqrt{7}$ nên $a = 0; b = -4$. Vậy $a - b = 0 - (-4) = 4$. Do đó b sai.

- V Giá trị của biểu thức $A\sqrt{7} - \frac{2}{\sqrt{6}} = 4\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - \frac{2\sqrt{6}}{6} = 28 - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{84 - \sqrt{6}}{3}$. Do đó c đúng.

- $Ax - 6\sqrt{7} = 0 \Rightarrow 4\sqrt{7}x = 6\sqrt{7} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$. Do đó d đúng.

$$P = \frac{45}{10 - 5\sqrt{3}}$$

Câu 2. Cho biểu thức

a) Kết quả trục căn thức ở mẫu của biểu thức P là $18 + 9\sqrt{3}$.

b) P có dạng $a + b\sqrt{3}$. Tích $a.b$ là 2

c) Nghiệm của phương trình $x^2 - (P - 9\sqrt{3})x = 0$ là 18.

d) Kết quả so sánh biểu thức P với 34 là $P < 34$.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) Đ

- $P = \frac{45}{10 - 5\sqrt{3}} = \frac{9}{2 - \sqrt{3}} = \frac{9(2 + \sqrt{3})}{4 - 3} = 18 + 9\sqrt{3}$. Do đó a đúng

- $P = 18 + 9\sqrt{3}$ nên $a = 18; b = 9$. Vậy $a.b = 9.18 = 162$. Do đó b sai.

- Ta có $x^2 - (P - 9\sqrt{3})x = 0$ nên $x^2 - 18x = 0 \Rightarrow x(x - 18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 18 \end{cases}$. Do đó sai

- Ta có $34 = 18 + 16 = 18 + \sqrt{256}$; $P = 18 + 9\sqrt{3} = 18 + \sqrt{243}$. Vì $\sqrt{243} < \sqrt{256}$ nên $P < 34$. Do đó d đúng.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Câu 3. Với $a > 0; b > 0$, cho biểu thức $M = \sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}}$

a) Kết quả rút gọn biểu thức là $\sqrt{\frac{2a}{b}}$.

b) Giá trị của biểu thức với $a=1; b=2$ là $\sqrt{2}$.

c) Biết $b.M = 1$, khi đó tích $a.b = \frac{1}{2}$.

d) Nếu $a=b$ thì giá trị biểu thức $M=2$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

- ta có $M = \frac{\sqrt{ab}}{|b|} + \frac{a}{b} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{|a|} = \frac{\sqrt{ab}}{b} + \frac{a}{b} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{a} = \frac{\sqrt{ab}}{b} + \frac{\sqrt{ab}}{b} = \frac{2\sqrt{ab}}{b}$. Do đó a sai

- Thay $a=1; b=2$ vào biểu thức $M = \frac{2\sqrt{1 \cdot 2}}{2} = \sqrt{2}$. Do đó b đúng.

- Ta có $b.M = 1 \Rightarrow b \cdot \frac{2\sqrt{ab}}{b} = 1 \Rightarrow 2\sqrt{ab} = 1 \Rightarrow \sqrt{ab} = \frac{1}{2} \Rightarrow ab = \frac{1}{4}$. Do đó c sai

- Vì $a=b$ nên ta có $M = \frac{2\sqrt{a^2}}{a} = \frac{2a}{a} = 2$. Do đó d đúng.

Câu 4. Cho biểu thức $N = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ và biểu thức $P = \frac{3}{\sqrt{8} + \sqrt{5}} + \frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$.

a) Kết quả phép tính N là một số nguyên.

b) Kết quả của phép tính biểu thức $P = 2\sqrt{2}$.

c) Giá trị của biểu thức $N; P$ liên hệ với nhau bởi biểu thức $N = 5P$.

d) Giá trị của biểu thức $N; P$ là nghiệm của phương trình $2x^2 - 20\sqrt{2}x = 0$

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

- $N = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{3 - 2} + \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{3 - 2} = 5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6} = 10$. Do đó a đúng.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

- $P = \frac{3(\sqrt{8} - \sqrt{5})}{(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{5})^2} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} = \sqrt{8} - \sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. Do đó b đúng.

- Vì $N = 10; P = 2\sqrt{2}$ nên $N < 5P$. Do đó c sai.

- $2x^2 - 20\sqrt{2}x = 0 \Rightarrow 2x(x - 10\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10\sqrt{2} \end{cases}$. Do đó d sai.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Kết quả của phép đưa thừa số ra ngoài dấu căn $\sqrt{45 \cdot 15}$ là.....

Lời giải

Đáp án: $15\sqrt{3}$

$$\sqrt{45 \cdot 15} = \sqrt{15 \cdot 3 \cdot 15} = \sqrt{15^2 \cdot 3} = 15\sqrt{3}$$

Câu 2. [NB] Kết quả trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{14}{\sqrt{7}}$ là

Lời giải

Đáp án: $2\sqrt{7}$

$$\frac{14}{\sqrt{7}} = \frac{14\sqrt{7}}{7} = 2\sqrt{7}$$

Câu 3. [TH] Kết quả của phép tính $\sqrt{63a^2} + \sqrt{28a^2} - 5a\sqrt{7}$ với $a > 0$ là

Lời giải

Đáp án: 0

$$\sqrt{63a^2} + \sqrt{28a^2} - 5a\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7 \cdot a^2} + \sqrt{2^2 \cdot 7 \cdot a^2} - 5a\sqrt{7} = 3a\sqrt{7} + 2a\sqrt{7} - 5a\sqrt{7} = 0$$

Câu 4. [TH] Kết quả của phép tính $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}}$ là.....

Lời giải

Đáp án: $\sqrt{5}$

$$\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 3} - \sqrt{3} = \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{5}$$

Câu 5. [VD] Kết quả của phép tính $B = \sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{2}}{17 - 12\sqrt{2}}} - \sqrt{\frac{3 + 2\sqrt{2}}{17 + 12\sqrt{2}}}$ là.....

Đáp án: 2

$$B = \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{9-12\sqrt{2}+8}} - \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{9+12\sqrt{2}+8}} = \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})^2}} - \sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})^2}}$$

$$B = \sqrt{\frac{1}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt{\frac{1}{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{2}-1)^2}} - \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{2}+1)^2}}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\sqrt{2}+1-(\sqrt{2}-1)}{2-1} = 2.$$

Câu 6. [VD] Kết quả thực hiện phép tính $A = \left(\frac{3}{\sqrt{2}+1} + \frac{14}{2\sqrt{2}-1} - \frac{4}{2-\sqrt{2}} \right) (\sqrt{8}+2)$ là....

Đáp án: 10

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{3}{\sqrt{2}+1} + \frac{14}{2\sqrt{2}-1} - \frac{4}{2-\sqrt{2}} \right) (\sqrt{8}+2) = \left[\frac{3(\sqrt{2}-1)}{1} + \frac{14(2\sqrt{2}+1)}{7} - \frac{4(2+\sqrt{2})}{2} \right] (2\sqrt{2}+2) \\ &= (3\sqrt{2}-3+4\sqrt{2}+2-4-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+2) \\ &= (5\sqrt{2}-5)(2\sqrt{2}+2) = 5(\sqrt{2}-1)2(\sqrt{2}+1) = 10 \end{aligned}$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải: **Bước 1.** Dùng các phép biến đổi đơn giản để đưa các căn thức bậc hai phức tạp thành căn thức bậc hai đơn giản.

Bước 2. Thực hiện phép tính theo thứ tự đã biết.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

- a) $\sqrt{48}$. b) $\sqrt{1000}$. c) $\sqrt{243}$. d) $\sqrt{0,4}$.

Lời giải

- a) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$. b) $\sqrt{1000} = \sqrt{100 \cdot 10} = 10\sqrt{10}$.

c) $\sqrt{243} = \sqrt{81 \cdot 3} = 9\sqrt{3}.$

d) $\sqrt{0,4} = \sqrt{4 \cdot 0,1} = 2\sqrt{\frac{1}{10}}.$

Ví dụ 2 [TH]:

Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a) $\sqrt{36x}$ với $x \geq 0$

b) $\sqrt{3x^4y^2}.$

c) $\sqrt{8(x-3)^2}.$

d) $\sqrt{x^3+3x^2+3x+1}$ với $x \geq -1.$

Lời giải

a) $\sqrt{36x} = 6\sqrt{x}.$

b) $\sqrt{3x^4y^2} = x^2|y|\sqrt{3}.$

c) $\sqrt{8(x-3)^2} = 2|x-3|\sqrt{2}.$

d) $\sqrt{x^3+3x^2+3x+1} = \sqrt{(x+1)^3} = (x+1)\sqrt{x+1}.$

Ví dụ 3 [TH]: Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}.$

b) $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}.$

Lời giải

a) $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(3+\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{3}+3}{3} = \sqrt{3}+1.$

b) $\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{(1+\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}+5}{5}.$

Ví dụ 4 [VD]: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{4}{\sqrt{5}-1} - \frac{6}{\sqrt{7}-1}$

b) $\frac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{6}}{2+\sqrt{3}}$

Lời giải

a) Biểu thức: $\frac{4}{\sqrt{5}-1} - \frac{6}{\sqrt{7}-1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4} - \frac{6(\sqrt{7}+1)}{6} = \sqrt{5}+1 - \sqrt{7}-1 = \sqrt{5}-\sqrt{7}$

b) Biểu thức: $\frac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{8}+\sqrt{6}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} + \frac{(\sqrt{2}-1)(3+\sqrt{2})}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}}$
 $= 2+3+\sqrt{2}-\sqrt{2}=5$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

a) $\sqrt{27.15}$.

b) $\sqrt{21.7}$.

c) $\sqrt{32.45}$.

d) $\sqrt{125.15}$.

e) $3\sqrt{-27x^2y}$ với $x > 0; y < 0$

f) $\frac{x-y}{7}\sqrt{\frac{98}{(x-y)^2}}$ với $x < y$.

Hướng dẫn

a) $\sqrt{27.15} = \sqrt{81.5} = 9\sqrt{5}$.

b) $\sqrt{21.7} = \sqrt{3.7.7} = \sqrt{3.49} = 7\sqrt{3}$.

c) $\sqrt{32.45} = \sqrt{16.2.9.5} = \sqrt{144.10}$.

d)

$\sqrt{125.15} = \sqrt{625.3} = 25\sqrt{3}$.

e) $3\sqrt{-27x^2y} = 3.3|x|\sqrt{-3y} = 9x\sqrt{-3y}$ vì $x > 0; y < 0$

f) $\frac{x-y}{7}\sqrt{\frac{98}{(x-y)^2}} = \frac{x-y}{7}\sqrt{\frac{7^2.2}{(x-y)^2}} = \frac{x-y}{7} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{|x-y|} = -\sqrt{2}$ vì $x > 0; y < 0$

Bài 2. [TH] Đưa thừa số vào trong dấu căn

a) $x^2 \cdot \sqrt{\frac{y}{x}}$.

b) $-x\sqrt{\frac{3}{x^3}}$.

c) $x^2\sqrt{\frac{1}{x^3}}$.

d) $\frac{x}{3}\sqrt{\frac{-9}{x}}$.

Hướng dẫn

a) Điều kiện xác định $\frac{y}{x} \geq 0$.

$x^2 \cdot \sqrt{\frac{y}{x}} = \sqrt{x^4} \cdot \sqrt{\frac{y}{x}} = \sqrt{x^3y}$.

b) Điều kiện xác định $x > 0$

$-x\sqrt{\frac{3}{x^3}} = -\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{\frac{3}{x^3}} = -\sqrt{\frac{3}{x}}$.

c) Điều kiện xác định $x > 0$

$x^2\sqrt{\frac{1}{x^3}} = \sqrt{x^4} \cdot \sqrt{\frac{1}{x^3}} = \sqrt{x}$.

d) Điều kiện xác định $x < 0$

$\frac{x}{3}\sqrt{\frac{-9}{x}} = -\sqrt{\frac{x^2}{9}} \cdot \sqrt{\frac{-9}{x}} = -\sqrt{-x}$.

Bài 3. [TH] Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$.

b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$.

c) $\frac{3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$.

d) $\frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-3}$.

Hướng dẫn

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

a) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}.$

b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{5+\sqrt{5}}{4}.$

c) $\frac{3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(3\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{2-1} = 7-4\sqrt{2}.$

d) $\frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-3} = \frac{(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}+3)}{7-3^2} = -5-2\sqrt{7}.$

Bài 4 [TH] Thực hiện phép tính sau:

a) $\sqrt{112} - 3\sqrt{175} + \sqrt{252}$

b) $\sqrt{99} - \frac{1}{4}\sqrt{176} + \frac{1}{5}\sqrt{275}$

c) $6\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

d) $3\sqrt{\frac{5}{9}} + 5\sqrt{\frac{1}{125}} - 9\sqrt{\frac{5}{81}}$

Hướng dẫn

a) $\sqrt{112} - 3\sqrt{175} + \sqrt{252} = 4\sqrt{7} - 15\sqrt{7} + 6\sqrt{7} = -5\sqrt{7}.$

b) $\sqrt{99} - \frac{1}{4}\sqrt{176} + \frac{1}{5}\sqrt{275} = 3\sqrt{11} - \sqrt{11} + \sqrt{11} = 3\sqrt{11}.$

c) $6\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right) = 6\left(\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) = 5\sqrt{6}.$

d) $3\sqrt{\frac{5}{9}} + 5\sqrt{\frac{1}{125}} - 9\sqrt{\frac{5}{81}} = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$

Bài 5 [VD] Thực hiện phép tính:

a) $A = \sqrt{112} - 7\sqrt{\frac{1}{7}} - 14\sqrt{\frac{1}{28}} - \frac{21}{\sqrt{7}};$

b) $C = \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1};$

c) $Q = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}}\right) \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{2})$

d) $U = \frac{2}{\sqrt{5}+1} - \sqrt{\frac{2}{3-\sqrt{5}}}$

Hướng dẫn

a) Ta có $A = \sqrt{112} - 7\sqrt{\frac{1}{7}} - 14\sqrt{\frac{1}{28}} - \frac{21}{\sqrt{7}} = \sqrt{16 \cdot 7} - 7 \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} - 14 \cdot \frac{\sqrt{7}}{14} - \frac{21\sqrt{7}}{7} = 4\sqrt{7} - \sqrt{7} - \sqrt{7} - 3\sqrt{7} = -\sqrt{7}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

b) Ta có
$$C = \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} = 3$$

c)
$$Q = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}} \right) (\sqrt{5}-\sqrt{2}) = \left[\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{1-\sqrt{3}} - \sqrt{5} \right] (\sqrt{5}-\sqrt{2}) = -(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2}) = -3$$

d)
$$U = \frac{2}{\sqrt{5}+1} - \sqrt{\frac{2}{3-\sqrt{5}}} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} - \sqrt{\frac{2(3+\sqrt{5})}{4}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{\sqrt{5}+1}{2} = -1$$
