



Chương

Bài 3.

CẤP SỐ NHÂN



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A. $1; -3; 9; -27; 54$. B. $1; 2; 4; 8; 16$. C. $1; -1; 1; -1; 1$. D. $1; -2; 4; -8; 16$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Dãy $1; 2; 4; 8; 16$ là cấp số nhân với công bội $q=2$.

Dãy $1; -1; 1; -1; 1$ là cấp số nhân với công bội $q=-1$.

Dãy $1; -2; 4; -8; 16$ là cấp số nhân với công bội $q=-2$.

Dãy $1; -3; 9; -27; 54$ không phải là cấp số nhân vì $-3=1 \cdot (-3); (-27) \cdot (-3)=81 \neq 54$.

» Câu 2. Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

- A. $1; 0,2; 0,04; 0,0008; \dots$ B. $2; 22; 222; 2222; \dots$

- C. $x; 2x; 3x; 4x; \dots$ D. $1; -x^2; x^4; -x^6; \dots$

👉 **Lời giải**

Chọn D

Dãy số : $1; -x^2; x^4; -x^6; \dots$ là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=1$; công bội $q=-x^2$.

» Câu 3. Xác định x để 3 số $x-2; x+1; 3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- A. Không có giá trị nào của x . B. $x=\pm 1$.

- C. $x=2$. D. $x=-3$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ba số $x-2; x+1; 3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân

$$\Leftrightarrow (x-2)(3-x)=(x+1)^2 \Leftrightarrow 2x^2-3x+7=0$$

» Câu 4. u_n được cho bởi công thức nào dưới đây là số hạng tổng quát của một cấp số nhân?

- A. $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$. B. $u_n = n^2 - \frac{1}{2}$. C. $u_n = \frac{1}{2^n} - 1$. D. $u_n = n^2 + \frac{1}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

$u_n = \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ là số hạng tổng quát của một cấp số nhân có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $q = \frac{1}{2}$.



$u_n = n^2 - \frac{1}{2}$ có $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{7}{2} = \frac{1}{2} \cdot 7; u_3 = \frac{17}{2} \neq \frac{7}{2} \cdot 7$ nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

$u_n = \frac{1}{2^n} - 1$ có $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{3}{4} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}; u_3 = -\frac{7}{8} \neq -\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2}$ nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

$u_n = n^2 + \frac{1}{2}$ có $u_1 = \frac{3}{2}; u_2 = \frac{9}{2} = \frac{3}{2} \cdot 3; u_3 = \frac{19}{2} \neq \frac{9}{2} \cdot 3$ nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

» **Câu 5.** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$). Chọn kết luận đúng:

A. Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 12$.

B. Dãy số là cấp số cộng có công sai $d = 2$.

C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 6$.

D. Dãy số là cấp số nhân có công bội $q = 3$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow u_{n+1} = 3 \cdot 2^{n+2}$.

Xét thương $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3 \cdot 2^{n+2}}{3 \cdot 2^{n+1}} = 2 = \text{const}$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) là một cấp số nhân có công bội $q = 2$ và có số hạng đầu là $u_1 = 3 \cdot 2^{1+1} = 12$.

» **Câu 6.** Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

A. $q = \frac{1}{2}$.

B. $q = -2$.

C. $q = 2$.

D. $q = -\frac{1}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

$$u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{u_6}{u_1} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32 \Rightarrow q = 2.$$

Ta có

» **Câu 7.** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2019} bằng

A. $2 \cdot 3^{2018}$.

B. $3 \cdot 2^{2018}$.

C. $2 \cdot 3^{2019}$.

D. $3 \cdot 2^{2019}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 3^{2018}$.

» **Câu 8.** Tập hợp các giá trị x thỏa mãn $x, 2x, x+3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là

A. $\{0; 1\}$.

B. $\emptyset$.

C. $\{1\}$.

D. $\{0\}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Gọi q là công bội của cấp số nhân.



Ta có

$$\begin{cases} 2x = x.q \\ x+3 = 2x.q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x.q \\ x+3 = 2.2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q=2 \\ x=1 \end{cases}$$

Tập hợp các giá trị x thỏa mãn $x, 2x, x+3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là $\{1\}$.

» Câu 9. Giả sử $\frac{\sin a}{6}$, $\cos a$, $\tan a$ theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính $\cos 2a$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Điều kiện: $\cos a \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có: $\cos^2 a = \frac{\sin a}{6} \cdot \tan a \Leftrightarrow 6 \cos^2 a = \frac{\sin^2 a}{\cos a}$.

$$\Leftrightarrow 6 \cos^3 a - \sin^2 a = 0 \Leftrightarrow 6 \cos^3 a + \cos^2 a - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos a = \frac{1}{2}.$$

Ta có: $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}.$

» Câu 10. Cho dãy số có các số hạng đầu là $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là

- A. $\frac{1}{3^{n-1}}$. B. $\frac{1}{3^{n+2}}$. C. $\frac{1}{3^n}$. D. $\frac{1}{3^{n+1}}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có

$$u_1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3^1}$$

$$u_2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3^2}$$

$$u_3 = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3^3}$$

.....

Vậy $u_n = \frac{1}{3^n}.$

» Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 9. B. -9. C. $\frac{1}{4}$. D. 4.

👉 **Lời giải**

Chọn D



$$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{3} = 4$$

Công bội của cấp số nhân đã cho là

» **Câu 12.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. - 12. B. $\frac{1}{5}$. C. 5. D. 12.

👉 **Lời giải**

Chọn C

$$q = \frac{u_2}{u_1} = 5$$

Từ định nghĩa cấp số nhân ta có

» **Câu 13.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. - 4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

$$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$$

Công bội của cấp số nhân là

» **Câu 14.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$.

» **Câu 15.** Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

- A. $x = 4$ B. $x = 5$ C. $x = 2$ D. $x = 1$

👉 **Lời giải**

Chọn C

Do ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên theo tính chất cấp số nhân ta được

$$x^2 \cdot x = 8 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2.$$

» **Câu 16.** Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

- A. $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$ B. $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$
C. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$ D. $u_k = u_1 + (k-1)q$

👉 **Lời giải**

Chọn C

Theo tính chất các số hạng của cấp số nhân.

» **Câu 17.** Với x là số nguyên dương, ba số $2x, 3x+3, 5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là

- A. $-\frac{250}{3}$ B. $\frac{250}{3}$ C. 250. D. - 250.



Lời giải

Chọn B

Ba số $2x$, $3x+3$, $5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên

$$2x(5x+5) = (3x+3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow x = 9$$

Với $x=9$, suy ra $q = \frac{3 \cdot 9 + 3}{2 \cdot 9} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$

Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là: $(5 \cdot 9 + 5) \cdot \frac{5}{3} = \frac{250}{3}$.

» **Câu 18.** Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$, $u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân đã cho

- A.** $q=4$. **B.** $q=-4$. **C.** $q=21$. **D.** $q=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_4 = 64 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^3 = 64 \Leftrightarrow q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4$.

» **Câu 19.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_5 = -162$. Công bội q bằng:

- A.** $q=-3$. **B.** $q=3$. **C.** $q=3; q=-3$. **D.** $q=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_5 = -162 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^4 = -162 \Leftrightarrow q^4 = \frac{-162}{u_1} = \frac{-162}{-2} = 81 \Leftrightarrow q = \pm 3$.

» **Câu 20.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng S_{10} số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A.** $S_{10} = -511$. **B.** $S_{10} = 1023$. **C.** $S_{10} = 1025$. **D.** $S_{10} = -1025$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = -3 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)} = 1023$

» **Câu 21.** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 6$, $u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

- A.** $3 \cdot 2^{12} - 3$. **B.** $2^{12} - 1$. **C.** $3 \cdot 2^{12} - 1$. **D.** $3 \cdot 2^{12}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi công bội của CSN bằng q . Suy ra $u_4 = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \pm 2$. Do CSN có các số hạng không âm nên $q = 2$.

Ta có $S_{12} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{12}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - 2^{12}}{1 - 2} = 3(2^{12} - 1)$



» **Câu 22.** Cho dãy (u_n) với $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$, ta được kết quả

- A.** $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$. **B.** $\frac{4039}{2}$. **C.** $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$. **D.** $\frac{6057}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

$$S_{2019} = 2019 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2019} = 2019 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019}}{1 - \frac{1}{2}} = 2020 - \frac{1}{2^{2019}}.$$

» **Câu 23.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12, u_5 = 48$, có công bội âm. Tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A.** 129. **B.** -129. **C.** 128. **D.** -128.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $u_4^2 = u_3 \cdot u_5 = 576$.

Vì $u_3 > 0, u_5 > 0$ và công bội âm nên: $u_4 = -24 \Rightarrow q = -2$.

$$u_3 = u_1 q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{12}{4} = 3$$

Lại có:

$$S_7 = u_1 \frac{1 - q^7}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - (-2)^7}{1 - (-2)} = 129$$

Áp dụng công thức ta có:

» **Câu 24.** Biết rằng $S = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + 11 \cdot 3^{10} = a + \frac{21 \cdot 3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

- A.** $P = 1$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 4$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Từ giả thiết suy ra $3S = 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \dots + 11 \cdot 3^{11}$. Do đó

$$-2S = S - 3S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10} - 10 \cdot 3^{11} = \frac{1 - 3^{11}}{1 - 3} - 10 \cdot 3^{11} = -\frac{1}{2} - \frac{21 \cdot 3^{11}}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{4} + \frac{21}{4} \cdot 3^{11}.$$

$$\text{Vì } S = \frac{1}{4} + \frac{21 \cdot 3^{11}}{4} = a + \frac{21 \cdot 3^b}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = 11 \rightarrow P = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = 3.$$

» **Câu 25.** Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$. Tìm S_5 .

- A.** $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{181}{16}$. **B.** $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{35}{16}$.
C. $S_5 = 114$ hoặc $S_5 = \frac{185}{16}$. **D.** $S_5 = 141$ hoặc $S_5 = \frac{183}{16}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A



Ta có $u_3 = S_3 - S_2 = 9 \Rightarrow u_1 q^2 = 9 \Rightarrow u_1 = \frac{9}{q^2}$

Vì $S_2 = 4$ nên $u_1 + u_1 q = 4$. Do đó $\frac{9}{q^2} + \frac{9}{q} = 4 \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow q = 3$ hoặc $q = -\frac{3}{4}$.

+ Với $q = 3$ thì $u_1 = 1, u_6 = u_1 q^5 = 243$. Suy ra $S_5 = \frac{u_1 - u_6}{1 - q} = \frac{1 - 243}{1 - 3} = 121$.

+ Với $q = -\frac{3}{4}$ thì $u_1 = 16, u_6 = -\frac{243}{64}$. Suy ra $S_5 = \frac{u_1 - u_6}{1 - q} = \frac{181}{16}$.

» Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 8$ và biểu thức $4u_3 + 2u_2 - 15u_1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính S_{10} .

A. $S_{10} = \frac{2(4^{11} + 1)}{5 \cdot 4^9}$. B. $S_{10} = \frac{2(4^{10} + 1)}{5 \cdot 4^8}$. C. $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{3 \cdot 2^6}$. D. $S_{10} = \frac{2^{11} - 1}{3 \cdot 2^7}$

👉 **Lời giải**

Chọn B

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Khi đó

$$4u_3 + 2u_2 - 15u_1 = 2(4q+1)^2 - 122 \geq -122, \forall q$$

Dấu bằng xảy ra khi $4q+1=0 \Leftrightarrow q = -\frac{1}{4}$. Suy ra:

$$S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 8 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^{10}}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{2(4^{10} - 1)}{5 \cdot 4^8}$$

» Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Tính S_{21} .

A. $S_{21} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$ B. $S_{21} = 3^{21} - 1$. C. $S_{21} = 1 - 3^{21}$. D. $S_{21} = -\frac{1}{2}(3^{21} + 1)$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $u_4 + u_6 = -540 \Leftrightarrow (u_3 + u_5)q = -540$.

Kết hợp với phương trình thứ hai trong hệ, ta tìm được $q = -3$. Lại có

$$u_3 + u_5 = 180 \Leftrightarrow u_1(q^2 + q^4) = 180.$$

Vì $q = -3$ nên $u_1 = 2$. Suy ra $S_{21} = \frac{u_1(1 - q^{21})}{1 - q} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$.

Vậy phương án đúng là A.

» Câu 28. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; \dots; 2048$. Tính tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

A. $S = 2047,75$. B. $S = 2049,75$. C. $S = 4095,75$. D. $S = 4096,75$.



Lời giải

Chọn A

Cấp số nhân đã cho có

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{4} \rightarrow 2048 = 2^{11} = u_1 q^{n-1} = \frac{1}{4} \cdot 2^{n-1} = 2^{n-2} \Leftrightarrow n = 13. \\ q = 2 \end{cases}$$

Vậy cấp số nhân đã cho có tất cả 13 số hạng.

$$S_{13} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{13}}{1 - q} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - 2^{13}}{1 - 2} = 2047,75$$

Vậy

» **Câu 29.** Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,121212\dots$ được biểu diễn bởi phân số

A. $\frac{3}{25}$

B. $\frac{12}{99}$

C. $\frac{1}{11}$

D. $\frac{3}{22}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $0,121212\dots = \frac{12}{10^2} + \frac{12}{10^4} + \frac{12}{10^6} + \dots + \frac{12}{10^{2n}} + \dots = 12 \left(\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + \dots + \frac{1}{10^{2n}} + \dots \right)$

$$= 12 \left(\frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} \right) = \frac{4}{33} = \frac{12}{99}$$

» **Câu 30.** Cho dãy số xác định bởi $u_1 = 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right)$; $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng:

A. $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$

B. $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$

$u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$

D. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$

C.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right) = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1} \right) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3} \left(u_n - \frac{1}{n+1} \right) \quad (1)$$

Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{n+1}$, từ (1) ta suy ra: $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$

Do đó (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, công bội $q = \frac{2}{3}$.

Suy ra: $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}$

Vậy $u_{2018} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{2017} + \frac{1}{2019} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$



» Câu 31. Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

- A. 2, 6, 18. B. 4, 8, 20. C. $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{49}{3}$. D. $4, 4\sqrt{5}, 20$.

🔑 **Lời giải**

Chọn A

Ta gọi ba số đó lần lượt là a, b, c và d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} c = a + 16 \\ c = a + 4d \end{cases} \Rightarrow d = 4$$

Ngoài ra $b^2 = ac \Leftrightarrow (a+4)^2 = a(a+16) \Leftrightarrow a = 2$

Suy ra $b = 6, c = 18$.

Vậy các số cần tìm là 2, 6, 18.

» Câu 32. Ba số dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 30. Biết $x+2; y+2; z+18$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $T = x^2 + z^2$.

- A. $T = 328$. B. $T = 424$. C. $T = 296$. D. $T = 428$.

🔑 **Lời giải**

Chọn A

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x+z=2y$.

Kết hợp với giả thiết $x+y+z=30$, ta suy ra $3y=30 \Leftrightarrow y=10$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng thì $x=y-d=10-d$ và $z=y+d=10+d$.
 $x+2; y+2; z+18$ là cấp số nhân hay $12-d; 12; 28+d$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có: $(12-d)(28+d)=12^2 \Leftrightarrow d^2+16d-192=0$.

$$\begin{cases} d=8 \Rightarrow (x; y; z) = (2; 10; 18) \\ d=-24 \Rightarrow (x; y; z) = (34; 10; -14) \end{cases}$$

$$T = x^2 + z^2 = 18^2 + 2^2 = 328.$$

» Câu 33. Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng tăng có tổng bằng 24. Nếu cộng thêm lần lượt các số $1, 4, 13$ vào ba số x, y, z ta được ba số theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$.

- A. 200. B. 210. C. 220. D. 190.

🔑 **Lời giải**

Chọn B

Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có tổng bằng 24 nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+z=24 \\ x+z=2y \end{cases} \Rightarrow 3y=24 \Rightarrow y=8$$

Ta viết lại 3 số x, y, z lần lượt bằng $8-d, 8, 8+d$.

Nếu cộng thêm lần lượt các số $1, 4, 13$ vào ba số x, y, z ta được ba số là $9-d, 12, 21+d$.



Vì ba số này theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên ta có phương trình $(9-d)(21+d)=12^2$

$$\Leftrightarrow d^2 + 12d - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d=3 \\ d=-15 \end{cases}$$

Vì cấp số cộng tăng nên $d > 0 \Rightarrow d=3 \Rightarrow$ ba số x, y, z lần lượt bằng $5, 8, 11$.

Suy ra $P = x^2 + y^2 + z^2 = 5^2 + 8^2 + 11^2 = 210$.

» **Câu 34.** Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) biết $u_1 = 1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$. D. 2 .

👉 **Lời giải**

Chọn B

(u_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có công bội q ,

Suy ra $|q| < 1$ và $u_3 = u_1 \cdot q^2 = q^2, u_4 = u_1 \cdot q^3 = q^3$

Mà u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng nên $u_1 + u_4 = 2u_3$

Từ đó ta có $1 + q^3 = 2 \cdot q^2 \Leftrightarrow q^3 - 2q^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (q-1)(q^2 - q - 1) = 0 \Leftrightarrow q^2 - q - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ q = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow q = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \quad S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1-\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

.Vậy

» **Câu 35.** Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi

chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

A. 40m . B. 70m . C. 50m . D. 80m .

👉 **Lời giải**

Chọn B

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có

$u_1 = 10$ và $q = \frac{3}{4}$.

Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{10}{1-\frac{3}{4}} = 40$.

Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn $2S - 10 = 70$.

» **Câu 36.** Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5, a_{n+1} = qa_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0, q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng

$a_n = a \cdot q^{n-1} + b \frac{1-q^{n-1}}{1-q}$. Tính $a + 2b$?



A. 13.

B. 9.

C. 11.

D. 16.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Cách 1. Ta có: $a_{n+1} - k = q(a_n - k) \Leftrightarrow k - kq = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{1-q}$

Đặt $v_n = a_n - k \Rightarrow v_{n+1} = qv_n = q^2 \cdot v_{n-1} = \dots = q^n \cdot v_1$

Khi đó $v_n = q^{n-1} \cdot v_1 = q^{n-1} \cdot (a_1 - k) = q^{n-1} \cdot \left(5 - \frac{3}{1-q}\right)$

Vậy $a_n = v_n + k = q^{n-1} \cdot \left(5 - \frac{3}{1-q}\right) + k = q^{n-1} \cdot \left(5 - \frac{3}{1-q}\right) + \frac{3}{1-q} = 5 \cdot q^{n-1} + 3 \cdot \frac{1 - q^{n-1}}{1-q}$

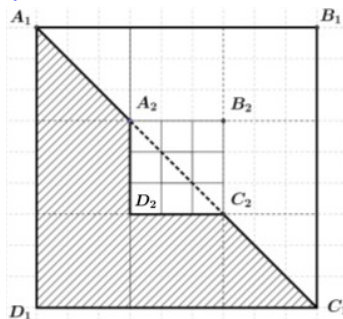
Do đó: $a = 5; b = 3 \Rightarrow a + 2b = 5 + 2 \cdot 3 = 11$.

Cách 2. Theo giả thiết ta có $a_1 = 5, a_2 = 5q + 3$. Áp dụng công thức tổng quát, ta

được
$$\begin{cases} a_1 = a \cdot q^0 + b \frac{1 - q^0}{1 - q} = a \\ a_2 = a \cdot q^1 + b \frac{1 - q^2}{1 - q} = aq + b \end{cases}, \text{ suy ra } \begin{cases} 5 = a \\ 5q + 3 = aq + b \end{cases}, \text{ hay } \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a + 2b = 5 + 2 \cdot 3 = 11$

» **Câu 37.** Với hình vuông như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

A. 9 bước.

B. 4 bước.

C. 8 bước.

D. 7 bước.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là $u_n, n \in \mathbb{N}^*$.



Để thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì

$$\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$$

Vậy cần ít nhất 4 bước.

» **Câu 38.** Cho năm số a, b, c, d, e tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số

đều khác 0, biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị $|S|$ với $S = abcde$.

- A. $|S| = 42$. B. $|S| = 62$. C. $|S| = 32$. D. $|S| = 52$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Gọi q ($q \neq 0$) là công bội của cấp số nhân a, b, c, d, e . Khi đó $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$

là cấp số nhân có công bội $\frac{1}{q}$.
Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=40 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \frac{1-q^5}{1-q} = 40 \\ \frac{1}{a} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{q}\right)^5}{1 - \frac{1}{q}} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \frac{1-q^5}{1-q} = 40 \\ \frac{1}{a} \cdot \frac{q^5 - 1}{q^4(q-1)} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 q^4 = 4$$

Ta có $S = abcde = a \cdot aq \cdot aq^2 \cdot aq^3 \cdot aq^4 = a^5 q^{10}$.

Nên $S^2 = (a^5 q^{10})^2 = (a^2 q^4)^5 = 4^5$.

Suy ra $|S| = \sqrt{4^5} = 32$.

» **Câu 39.** Ba số x, y, z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số $2; 3; 9$ vào ba số đó thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $F = x^2 + y^2 + z^2$.

- A. $F = 389$ hoặc $F = 395$. B. $F = 395$ hoặc $F = 179$.
C. $F = 389$ hoặc $F = 179$. D. $F = 441$ hoặc $F = 357$.

👉 **Lời giải**



Chọn C

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x+z=2y$.

Kết hợp với giả thiết $x+y+z=21$, ta suy ra $3y=21 \Leftrightarrow y=7$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng thì $x=y-d=7-d$ và $z=y+d=7+d$.

Sau khi thêm các số $2;3;9$ vào ba số x,y,z ta được ba số là $x+2, y+3, z+9$ hay $9-d, 10, 16+d$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có $(9-d)(16+d)=10^2 \Leftrightarrow d^2+7d-44=0$.

Giải phương trình ta được $d=-11$ hoặc $d=4$.

Với $d=-11$, cấp số cộng $18, 7, -4$. Lúc này $F=389$.

Với $d=4$, cấp số cộng $3, 7, 11$. Lúc này $F=179$.

» Câu 40. Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

A. $1024 \cdot 10^{12}$ tế bào. B. $256 \cdot 10^{12}$ tế bào. C. $512 \cdot 10^{12}$ tế bào. D. $512 \cdot 10^{13}$ tế bào.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Lúc đầu có 10^{22} tế bào và mỗi lần phân chia thì một tế bào tách thành hai tế bào nên ta có cấp số nhân với $u_1=10^{22}$ và công bội $q=2$.

Do cứ 20 phút phân đôi một lần nên sau 3 giờ sẽ có 9 lần phân chia tế bào.

Ta có u_{10} là số tế bào nhận được sau 3 giờ.

Vậy, số tế bào nhận được sau 3 giờ là $u_{10}=u_1 q^9=512 \cdot 10^{12}$.

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

» Câu 41. Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2=4, u_4=9$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$		
(b)	Số hạng $u_5 = \frac{27}{2}$		
(c)	$-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8		
(d)	Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{3}{2}$		

👉 **Lời giải**

(a) Số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$

Ta có: $u_2=u_1 q=4, u_4=u_1 q^3=9 \Rightarrow \frac{u_4}{u_2} = \frac{u_1 q^3}{u_1 q} \Rightarrow \frac{9}{4} = q^2 \Rightarrow q = -\frac{3}{2} (q < 0)$

Thay $q = -\frac{3}{2}$ vào u_2 , ta được: $u_1 \left(-\frac{3}{2}\right) = 4 \Rightarrow u_1 = -\frac{8}{3}$.



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Số hạng $u_5 = \frac{27}{2}$

Vậy cấp số nhân đã cho có số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$ và công bội $q = -\frac{3}{2}$.

Khi đó $u_n = -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

Vậy $u_5 = -\frac{27}{2}$

» **Chọn SAI.**

(c) $-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8

$-\frac{2187}{32} \neq -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7$ nên không phải là số hạng thứ 8

» **Chọn SAI.**

(d) Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{3}{2}$

$$u_2 = u_1 q = 4, u_4 = u_1 q^3 = 9 \Rightarrow \frac{u_4}{u_2} = \frac{u_1 q^3}{u_1 q} \Rightarrow \frac{9}{4} = q^2 \Rightarrow q = -\frac{3}{2} (q < 0)$$

Ta có:

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 42.** Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 3$		
(b)	Số hạng $u_4 = 48$		
(c)	Số 12288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân (u_n)		
(d)	Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là: 765 .		

» **Lời giải**

(a) Số hạng $u_1 = 3$

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q^4 = 51 \\ u_1 q + u_1 q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 (1 + q^4) = 51 \\ u_1 q (1 + q^4) = 102 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Nhận xét: Nếu $u_1 = 0$ hay $q = 0$ thì (1) và (2) đều không thỏa mãn, vì vậy ta có $u_1 q \neq 0$. Chia theo vế (2) cho (1), ta được: $q = 2$.

Thay $q = 2$ vào (1) suy ra $u_1 = \frac{51}{1+2^4} = 3$.

» **Chọn ĐÚNG.**



(b) Số hạng $u_4 = 48$

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

$$u_4 = 3 \cdot 2^3 = 24$$

» **Chọn SAI.**

(c) Số 12288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân (u_n)

$$\text{Xét } u_n = 12288 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^{n-1} = 12288 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{12} \Leftrightarrow n = 13.$$

Vậy 12288 là số hạng thứ 13 của cấp số nhân đã cho.

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là: 765.

$$\text{Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là: } S_8 = \frac{u_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{3(1-2^8)}{1-2} = 765.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 43.** Cho cấp số nhân (u_n) thoả mãn: $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 2; u_2 = \frac{2}{3}$		
(b)	$u_5 - u_3 = -\frac{16}{81}$		
(c)	Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ 8 của cấp số nhân		
(d)	Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân là số lớn hơn 3.		

» **Lời giải**

(a) Số hạng $u_1 = 2; u_2 = \frac{2}{3}$

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

$$\begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1 q^3 = 243 \cdot u_1 q^8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

Theo giả thiết, ta có:

Năm số hạng đầu của (u_n) là: $u_1 = 2; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}; u_5 = \frac{2}{81}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $u_5 - u_3 = -\frac{16}{81}$

Ta có: $u_3 = \frac{2}{9}; u_5 = \frac{2}{81} \Rightarrow u_5 - u_3 = -\frac{16}{81}$.

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ 8 của cấp số nhân

Số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 q^{n-1} = \frac{2}{3^{n-1}}$.

$$\text{Xét } u_n = \frac{2}{6561} \Rightarrow \frac{2}{3^{n-1}} = \frac{2}{6561}$$

$$\Rightarrow 3^{n-1} = 6561 = 3^8 \Rightarrow n = 9.$$

Vậy $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ 9 của cấp số nhân (u_n) .

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân là số lớn hơn 3.

Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân là:

$$S_9 = \frac{u_1(1-q^9)}{1-q} = \frac{2 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^9\right)}{1 - \frac{1}{3}} \approx 2,99985 < 3$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 44.** Cho cấp số nhân (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng $u_1 = 2$		
(b)	Gọi q là công bội của cấp số nhân, thì ba số $q; 1; 3$ tạo thành một cấp số cộng		
(c)	Số -486 là số hạng thứ 5 của cấp số nhân		
(d)	Tổng của 21 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng 5230176602		

» **Lời giải**

(a) Số hạng $u_1 = 2$

Gọi q là công bội và S_{21} là tổng của 21 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_3 + u_5)q = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 180q = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = -3 \\ u_1(-3)^2 + u_1(-3)^4 = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -3 \\ u_1(9+81) = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -3 \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Gọi q là công bội của cấp số nhân, thì ba số $q; 1; 3$ tạo thành một cấp số cộng

Với $q = -3$, khi đó ba số $\frac{3+(-3)}{2} = 0 \neq 1$ không tạo thành một cấp số cộng.

» **Chọn SAI.**

(c) Số -486 là số hạng thứ 5 của cấp số nhân



Số $-486 = 2 \cdot (-3)^5$ nên số -486 là số hạng thứ 6

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng của 21 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng 5230176602

$$S_{21} = \frac{u_1(1 - q^{21})}{1 - q} = \frac{2[1 - (-3)^{21}]}{1 - (-3)} = \frac{1 + 3^{21}}{2}$$

Suy ra

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 45.** Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số đo góc nhỏ nhất bằng 24°		
(b)	Số đo góc lớn nhất bằng 196°		
(c)	Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220°		
(d)	Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168°		

» **Lời giải**

Đặt $u_1; u_2; u_3; u_4$ theo thứ tự là số đo bốn góc của tứ giác $ABCD$, gọi q là công bội của cấp số nhân $u_1; u_2; u_3; u_4 \Rightarrow q = 2$.

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1 - q^4}{1 - q} = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1 - 2^4}{1 - 2} = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 24^\circ \\ q = 2 \end{cases}$$

Vậy số đo bốn góc của tứ giác $ABCD$ là: $24^\circ; 48^\circ; 96^\circ; 192^\circ$.

(a) Số đo góc nhỏ nhất bằng 24°

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Số đo góc lớn nhất bằng 196°

Số đo bốn góc của tứ giác $ABCD$ là: $24^\circ; 48^\circ; 96^\circ; 192^\circ$.

Vậy số đo góc lớn nhất bằng 192°

» **Chọn SAI.**

(c) Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220°

Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng $24^\circ + 192^\circ = 216^\circ$

» **Chọn SAI.**

(d) Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168°

Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng $192^\circ - 24^\circ = 168^\circ$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 46.** Cho cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----



		g	
(a)	Số hạng $u_1 = 90$		
(b)	Công bội của cấp số nhân bằng 2		
(c)	Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân		
(d)	Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $\frac{3069}{16}$		

👉 **Lời giải**

(a) Số hạng $u_1 = 90$

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 168 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 168 \\ u_1 \cdot q^3 + u_1 \cdot q^4 + u_1 \cdot q^5 = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 168 \\ u_1 q^3(1 + q + q^2) = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{168}{1 + q + q^2} \\ q^3 = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 96 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

» **Chọn SAI.**

(b) Công bội của cấp số nhân bằng 2

$$u_1 = 96; q = \frac{1}{2}$$

» **Chọn SAI.**

(c) Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân

$$24 = 96 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1}$$

Ta có

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $\frac{3069}{16}$

$$S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{96 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \right]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3069}{16}$$

Ta có

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 47.** Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	----------------	-------------	------------



(a)	Ngày thứ hai Aladin ước 6 điều		
(b)	Ngày thứ ba Aladin ước 12 điều		
(c)	Ngày thứ tư Aladin ước 48 điều		
(d)	Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả 3269 điều ước		

Lời giải

(a) Ngày thứ hai Aladin ước 6 điều.

Ngày thứ nhất Aladin ước 3 điều.

Ngày thứ hai Aladin ước $2 \cdot 3$ điều.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Ngày thứ ba Aladin ước 12 điều.

Ngày thứ ba Aladin ước $2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ điều.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Ngày thứ tư Aladin ước 48 điều.

Ngày thứ tư Aladin ước $2 \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$ điều.

» **Chọn SAI.**

(d) Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả 3269 điều ước

Ngày thứ 10 Aladin ước $2^9 \cdot 3$ điều.

$$3(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9) = 3 \left(\frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} \right) = 3069$$

Vậy sau 10 ngày Aladin đã ước:

điều.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 48.** Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thoả mãn

$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9		
(b)	Công bội của cấp số nhân $q=3$		
(c)	Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599		
(d)	Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân		

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(q^2 - 1) = 54 \\ u_1 q^2(q^2 - 1) = 108 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{54}{q(q^2 - 1)} \\ \frac{1}{q} = \frac{54}{108} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{54}{2(2^2 - 1)} \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$$



(a) Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Công bội của cấp số nhân $q=3$

$$u_1=9; q=2$$

» **Chọn SAI.**

(c) Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599

$$S_n=4599 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = 4599 \Leftrightarrow \frac{9 \cdot (1 - 2^n)}{1 - 2} = 4599$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow -9 \cdot (1 - 2^n) = 4599 \Leftrightarrow 1 - 2^n = -511 \Leftrightarrow 2^n = 512 \Leftrightarrow n = 9$$

Vậy tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân

$$\text{Ta có: } u_k=576 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{k-1}=576 \Leftrightarrow 9 \cdot 2^{k-1}=576 \Leftrightarrow 2^{k-1}=64 \Leftrightarrow k-1=6 \Leftrightarrow k=7$$

Vậy số 576 là số hạng thứ 7 của cấp số nhân.

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 49.** Tìm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) , biết: $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

Áp dụng công thức: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q^4 = 51 \\ u_1 q + u_1 q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot (1 + q^4) = 51 \\ u_1 q \cdot (1 + q^4) = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{51}{1 + q^4} \\ \frac{u_1 \cdot (1 + q^4)}{u_1 q \cdot (1 + q^4)} = \frac{51}{102} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow q = 2$$

$$\text{Khi đó: } u_1 = \frac{51}{1 + 2^4} = 3$$

$$\text{Vậy } u_1 = 3; q = 2.$$

» **Câu 50.** Biết $(u_i; q)$ là cặp số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) : $\begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43 \end{cases}$. Có bao nhiêu cặp $(u_i; q)$ thỏa cấp số nhân đã cho?

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$\text{Áp dụng công thức } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \text{ và } S_n = \frac{u_1 (1 - q^n)}{1 - q}$$



$$\begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q = 6 \\ \frac{u_1 \cdot (1 - q^3)}{1 - q} = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q = 6 \\ u_1 (1 + q + q^2) = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{6}{q} \\ \frac{q}{1 + q + q^2} = \frac{6}{43} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 43q = 6 \cdot (1 + q + q^2) \Leftrightarrow 6q^2 - 37q + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 6 \\ q = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\text{Với } q = 6 \text{ thì } u_1 = \frac{6}{6} = 1. \text{ Với } q = \frac{1}{6} \text{ thì } u_1 = \frac{6}{\frac{1}{6}} = 36$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} q = 6 \\ u_1 = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} q = \frac{1}{6} \\ u_1 = 36 \end{cases}.$$

» Câu 51. Biết $(u_i; q)$ là cấp số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) :

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases}$$
 . Có bao nhiêu cặp $(u_i; q)$ có công bội là số nguyên thỏa cấp số nhân đã cho?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Ta có:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 31 \\ u_1 + u_3 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 31 \\ u_1 + u_1 q^2 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 (1 + q + q^2) = 31 \\ u_1 (1 + q^2) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1 + q + q^2}{1 + q^2} = \frac{31}{26} \\ u_1 = \frac{26}{1 + q^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 26 \cdot (1 + q + q^2) = 31 \cdot (1 + q^2) \Leftrightarrow 26 + 26q + 26q^2 = 31 + 31q^2 \Leftrightarrow 5q^2 - 26q + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 5 \\ q = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\text{Với } q = 5 \text{ thì } u_1 = \frac{26}{1 + 5^2} = 1.$$

$$\text{Với } q = \frac{1}{5} \text{ loại.}$$

» Câu 52. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 5, u_5 = 405$ và tổng $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1820$. Tìm n .

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_5 = 405 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_1 q^4 = 405 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ q^4 = \frac{405}{u_1} = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ q = \pm 3 \end{cases}$$

Ta có:

Trường hợp 1: $u_1 = 5; q = 3$.



$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1820 \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$\Leftrightarrow u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = 1820 \Leftrightarrow \frac{1 - 3^n}{1 - 3} = \frac{1820}{5} \Leftrightarrow 3^n = 729 \Leftrightarrow n = 6.$$

Trường hợp 2: $u_1 = 5; q = -3$.

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = 1820 \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$\Leftrightarrow u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = 1820 \Leftrightarrow \frac{1 - (-3)^n}{1 + 3} = \frac{1820}{5} \Leftrightarrow (-3)^n = -1455 \Leftrightarrow n \in \emptyset, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$n = 6$

Vậy

» **Câu 53.** Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân gồm sáu số hạng. Tìm tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đó.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 315**

Gọi (u_n) là cấp số nhân lập được và q là công bội của cấp số nhân đó.

Cấp số nhân cần lập có dạng: $160; u_2; u_3; u_4; u_5; 5$.

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ u_1 q^5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ 160 q^5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$S_6 = \frac{u_1 (1 - q^6)}{1 - q} = \frac{160 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right]}{\frac{1}{2}} = 315$$

Tổng các số hạng của cấp số nhân là:

» **Câu 54.** Biết một cấp số nhân có số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366. Tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có dạng $\overline{5ab0}$, với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $S = a + b$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

Gọi (u_n) là cấp số nhân cần tìm, q là công bội của cấp số nhân đó.

$$u_1 = 18, u_2 = 54 \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{54}{18} = 3$$

Ta có:

Xét số hạng cuối $u_n = 39366$

$$\Leftrightarrow u_1 q^{n-1} = 39366 \Leftrightarrow 18 \cdot 3^{n-1} = 39366 \Leftrightarrow 3^{n-1} = 3^7 \Leftrightarrow n = 8.$$

$$S_8 = \frac{u_1 (1 - q^8)}{1 - q} = 18 \cdot \frac{1 - 3^8}{1 - 3} = 59040$$

Vậy tổng tám số hạng của cấp số nhân là:

$$\begin{cases} a = 9 \\ b = 4 \end{cases} S = a + b = 13$$

Khi đó



» **Câu 55.** Kết quả của tổng sau theo n : $S_n = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$ có dạng $-1 + \frac{d^{n+1}}{3} - \frac{1}{3 \cdot d^n} + \frac{a}{2}n$ với a là số tự nhiên. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

$$\begin{aligned} S_n &= 2^2 + \frac{1}{2^2} + 2 + 2^4 + \frac{1}{2^4} + 2 + \dots + 2^{2n} + \frac{1}{2^{2n}} + 2 \\ &= (2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2n}) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{2n}}\right) + 2n \end{aligned}$$

Ta thấy S_n chứa hai tổng của cấp số nhân: cấp số nhân thứ nhất có n phần tử, số hạng đầu bằng 4, công bội bằng 4; cấp số nhân thứ hai có n phần tử, số hạng đầu bằng $\frac{1}{4}$, công bội bằng $\frac{1}{4}$.
Vì vậy

$$\begin{aligned} S_n &= 4 \cdot \frac{1 - 4^n}{1 - 4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \frac{1}{4^n}}{1 - \frac{1}{4}} + 2n = -\frac{4}{3}(1 - 4^n) + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{4^n}\right) + 2n \\ &= -1 + \frac{4^{n+1}}{3} - \frac{1}{3 \cdot 4^n} + 2n \end{aligned}$$

Do đó $a=4$

» **Câu 56.** Kết quả của tổng sau theo n : $S_n = 8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{888\dots 8}_{n \text{ chũ số } 8}$ có dạng $\frac{a(10^n - b)}{81} - \frac{8}{9}n$ với a, b là các số tự nhiên. Giá trị của $P = a - 30b$ bằng bao nhiêu?

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 50**

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{8}{9} \left(9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots 9}_{n \text{ chũ số } 9} \right) \\ &= \frac{8}{9} (10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^n - 1) \\ &= \frac{8}{9} [(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n) - n] = \frac{8}{9} \left[10 \cdot \frac{1 - 10^n}{1 - 10} - n \right] = \frac{80(10^n - 1)}{81} - \frac{8}{9}n \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a=80 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow P = a - 30b = 50$$

Vậy

» **Câu 57.** Tổng ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng là 21. Nếu lấy số thứ hai trừ đi 1 và số thứ ba cộng thêm 1 thì ba số đó lập thành một cấp số nhân. Tính tích ba số đó biết số hạng đầu có giá trị nhỏ hơn 4

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 231**

Gọi (u_n) là cấp số cộng có công sai d .

Ta có: $u_1 + u_2 + u_3 = 21 \Rightarrow u_1 + (u_1 + d) + (u_1 + 2d) = 21 \Rightarrow u_1 + d = 7(*)$.



Theo giả thiết: $u_1; u_2 - 1; u_3 + 1$ lập thành cấp số nhân hay $u_1; u_1 + d - 1; u_1 + 2d + 1$ lập thành một cấp số nhân.

Suy ra: $(u_1 + d - 1)^2 = u_1(u_1 + 2d + 1) \Rightarrow (u_1 + d - 1)^2 = u_1[2(u_1 + d) - u_1 + 1]$

Kết hợp với (*), ta được: $(7 - 1)^2 = u_1(2 \cdot 7 - u_1 + 1) \Rightarrow 36 = u_1(15 - u_1)$

$$\Rightarrow u_1^2 - 15u_1 + 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 12 > 4(L) \\ u_1 = 3 \end{cases}$$

Với $u_1 = 3$ thì $d = 4 \Rightarrow u_2 = 7; u_3 = 11$.

Vậy tích các số đó bằng 231

» **Câu 58.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$.

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Điều kiện cần: Giả sử phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số nhân.

$$x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3), \forall m \in \mathbb{Z} \Rightarrow x_1 x_2 x_3 = 8.$$

Ta có:

Theo tính chất của cấp số nhân: $x_1 x_3 = x_2^2$.

Suy ra: $x_2^3 = 8 \Rightarrow x_2 = 2$.

Thay nghiệm $x = x_2 = 2$ vào phương trình đã cho, ta có:

$$8 - 28 + 2(m^2 + 6m) \cdot 2 - 8 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 24m - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$$

Điều kiện đủ: Thử lại với các giá trị m tìm được.

Với $m = 1$, ta có phương trình:
$$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ (thoả mãn).}$$

Với $m = -7$, ta có phương trình
$$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ (thoả mãn).}$$

Vậy $m = 1; m = -7$ là các giá trị cần tìm.

» **Câu 59.** Chu kỳ bán rã của nguyên tố phóng xạ polonium 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm) có dạng $\approx a,22 \cdot 10^{-b}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $S = b - 2a$

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 11**

Gọi u_n (gam) là khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau n chu kỳ bán rã.

Ta có 7314 ngày gồm 53 chu kỳ bán rã.

Theo đề bài ra, ta cần tính u_{53} .



Từ giả thiết suy ra dãy (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = \frac{20}{2} = 10$ và công bội $q = 0,5$. Suy ra $u_n = 10 \cdot (0,5)^{n-1}$.

$$u_{53} = 10 \cdot (0,5)^{52} \approx 2,22 \cdot 10^{-15} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=15 \end{cases} \Rightarrow S = 15 - 4 = 11$$

Do đó

» **Câu 60.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để các số $2x-1; x; 2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Vì $2x-1; x; 2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân

$$\Rightarrow (2x-1)(2x+1) = x^2 \Rightarrow 4x^2 - 1 = x^2 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vậy có hai giá trị $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ thoả mãn đề bài.

» **Câu 61.** Kết quả của tổng $S = 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + \dots + 79 \cdot 5^{78}$ được viết dưới dạng $a + \frac{315}{16} \cdot 5^b$ ($b \in \mathbb{N}, a$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $P = a + \frac{b}{16}$.

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Từ giả thiết, ta có: $5S = 5 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^3 + \dots + 79 \cdot 5^{79}$.

$$-4S = S - 5S = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{78} - 79 \cdot 5^{79}$$

Do đó:

Xét tổng $S' = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{78}$ là tổng của 79 số hạng của một cấp số nhân có

số hạng đầu bằng 1 và công bội bằng 5, ta có: $S' = \frac{1 - 5^{79}}{1 - 5}$.

$$-4S = S' - 79 \cdot 5^{79} = \frac{1 - 5^{79}}{1 - 5} - 79 \cdot 5^{79} = -\frac{1}{4} - \frac{315 \cdot 5^{79}}{4} \Rightarrow S = \frac{1}{16} + \frac{315}{16} \cdot 5^{79}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{16} + \frac{315}{16} \cdot 5^{79} = a + \frac{315}{16} \cdot 5^b \Rightarrow a = \frac{1}{16}, b = 79 \Rightarrow P = \frac{1}{16} + \frac{79}{16} = 5$$

Ta có:

» **Câu 62.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

Giả sử $u_n = -192$ và (u_n) là cấp số nhân, ta có:

$$-192 = -3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = 64 \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = (-2)^6 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy -192 là số hạng thứ 7.

» **Câu 63.** Cho các số nguyên x và y thoả mãn $5x-y, 2x+3y, x+2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đồng thời $(y+1)^2; xy+1; (x-1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng giá trị x và y .

🔗 **Lời giải**



✓ **Trả lời: 0**

Do $5x - y, 2x + 3y, x + 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên:
 $2(2x + 3y) = 5x - y + x + 2y \Leftrightarrow 2x = 5y \quad (1)$

Do $(y+1)^2; xy+1; (x-1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên:
 $(xy+1)^2 = (y+1)^2 (x-1)^2 \Leftrightarrow (4+2y-2x)(4xy+2x-2y) = 0 \quad (2).$

Thay (1) vào (2) ta được phương trình:

$$(4+2y-5y)(10y^2+5y-2y)=0 \Leftrightarrow y(4-3y)(10y+3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=\frac{4}{3} \\ y=-\frac{3}{10} \end{cases}.$$

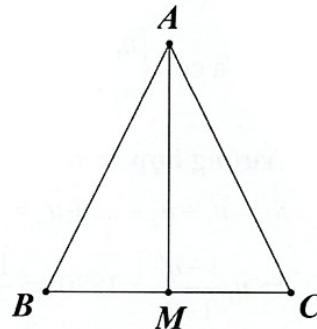
Vì $y \in \mathbb{Q}$ nên suy ra $y=0$ khi đó $x=0$.

» **Câu 64.** Cho tam giác ABC cân tại A . Biết rằng độ dài cạnh BC , trung tuyến AM và độ dài cạnh AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân có công bội q . Có bao nhiêu giá trị công bội q nguyên của cấp số nhân đó?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0**

Ta có: AM là đường trung tuyến nên cũng là đường cao



$$\Rightarrow AM < AB \Rightarrow BC < AM < AB \text{ và } q = \frac{AB}{AM} > 1.$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} AM = BC \cdot q \\ AB = BC \cdot q^2 \end{cases}.$$

Ta có: $AB^2 = AM^2 + BM^2$ (Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle ABM$ vuông tại M)

$$\Leftrightarrow BC^2 \cdot q^4 = BC^2 \cdot q^2 + \frac{BC^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow q^4 = q^2 + \frac{1}{4} \Leftrightarrow q^4 - q^2 - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ q^2 = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2}.$$



» **Câu 65.** Bạn Lan thả quả bóng cao su từ độ cao $12m$ theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng với độ cao bằng $\frac{2}{3}$ độ cao trước đó. Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn là bao nhiêu mét?

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 60**

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân có $u_1 = 12$ và $q = \frac{2}{3}$.

$$S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{12}{1 - \frac{2}{3}} = 36(m)$$

Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là
Vậy tổng quãng đường bóng đi được (cả lên và xuống) đến khi bóng dừng hẳn là

$$2S - 12 = 2 \cdot 36 - 12 = 60(m)$$

» **Câu 66.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thì phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân?

🔑 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Ta chứng minh nếu $x_1; x_2; x_3$ là nghiệm của phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$

$$\text{thì } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = m \\ x_1 x_2 x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\text{Thật vậy } x^3 - mx^2 - 6x - 8 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - mx^2 - 6x - 8 = x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3)x - x_1 x_2 x_3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = m \\ x_1 x_2 x_3 = 8 \end{cases}$$

Điều kiện cần: Phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ có ba nghiệm thực $x_1 < x_2 < x_3$ lập thành một cấp số nhân nên $x_1 \cdot x_3 \cdot x_2 = x_2^2 \cdot x_2 \Leftrightarrow 8 = x_2^3 \Leftrightarrow x_2 = 2$.

Vậy phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ phải có nghiệm bằng 2

Thay $x_2 = 2$ vào phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ ta được $m = -3$.

Điều kiện đủ: Thử lại với $m = -3$ ta có:

$$x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \text{ (thỏa yêu cầu bài toán)}$$

Vậy $m = -3$ thì phương trình đã cho có ba nghiệm $x_1; x_2; x_3$ lập thành cấp số nhân.

----- Hết -----