**CHỦ ĐỀ 5 – PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

[**I.** **PHƯƠNG TRÌNH KHÔNG CHỨA THAM SỐ** 2](#_Toc6355847)

[**DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH BẬC BA NHẨM ĐƯỢC MỘT NGHIỆM** 2](#_Toc6355848)

[**DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH TRÙNG PHƯƠNG** 2](#_Toc6355849)

[**DẠNG 3: PHƯƠNG TRÌNH DẠNG** 3](#_Toc6355850)

[**DẠNG 4: PHƯƠNG TRÌNH DẠNG ** 3](#_Toc6355851)

[**DẠNG 5: PHƯƠNG TRÌNH GIẢI BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ** 4](#_Toc6355852)

[**DẠNG 6: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU** 4](#_Toc6355853)

[**II. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ** 6](#_Toc6355854)

[**DẠNG 1:PHƯƠNG TRÌNH BẬC BA ĐUA ĐƯỢC VỀ DẠNG TÍCH:(x -****)( ax2 + bx + c) = 0** 6](#_Toc6355855)

[**DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH TRÙNG PHƯƠNG:** 8](#_Toc6355856)

[**HỆ THỐNG BÀI TẬP SỬ DỤNG TRONG CHỦ ĐỀ** 10](#_Toc6355857)

[**I. PHƯƠNG TRÌNH KHÔNG CHỨA THAM SỐ** 10](#_Toc6355858)

[**II. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ** 10](#_Toc6355859)

1. **PHƯƠNG TRÌNH KHÔNG CHỨA THAM SỐ**

## **DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH BẬC BA NHẨM ĐƯỢC MỘT NGHIỆM**

* Nếu nhẩm được một nghiệm của phương trình thì ta tách được phương trình đó về dạng tích .
* Nếu nhẩm được một nghiệm  của phương trình thì ta tách được phương trình đó về dạng tích .

|  |
| --- |
| ***Ví dụ*.** Giải phương trình . |

**Lời giải**

***Nhận xét:*** phương trình này ta nhẩm được một nghiệm  (có thể dùng máy tính) nên ta sẽ tách được nhân tử .

***Cách 1*** Có 





***Cách 2*** Có 



, từ đó giải được .

***Cách 3*** Đặt phép chia da thức  cho đa thức  ta được thương là  nên  nên

phương trình , từ đó giải được .

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là .

## **DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH TRÙNG PHƯƠNG**

Xét phương trình .

***Cách 1*** Đặt  điều kiện , ta được phương trình bậc hai . Giải , đối chiếu điều kiện và suy ra .

***Cách 2*** Giải trực tiếp bằng cách đưa về tích hoặc đưa về bình phương theo .

|  |
| --- |
| ***Ví dụ.*** giải phương trình . |

**Lời giải**

***Cách 1*** (Đặt )

Đặt , điều kiện , phương trình đã cho trở thành



 (loại),  (thỏa mãn) .

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là .

***Cách 2***  (giải trực tiếp)

Có 

 (loại), .

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là .

## **DẠNG 3: PHƯƠNG TRÌNH DẠNG**



Cách giải: Ghép kết hợp



Đặt ẩn phụ  hoặc .

|  |
| --- |
| ***Ví dụ.*** Giải phương trình . |

**Lời giải**

***Cách 1*** (Đặt ẩn phụ)

Phương trình 

.

Đặt , ta được phương trình , suy ra



Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là .

***Cách 2*** (Đưa về tích)

Phương trình 



.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là .

## **DẠNG 4: PHƯƠNG TRÌNH DẠNG**

***Cách giải***

*Trường hợp 1:* Xét , thay vào phương trình xem thỏa mãn hay loại.

*Trường hợp 2:* Xét , chia hai vế phương trình cho  được , rồi đặt ẩn phụ  thì .

|  |
| --- |
| ***Ví dụ.*** Giải phương trình . |

**Lời giải**

***Cách 1*:**(Đặt ẩn phụ)

*Trường hợp 1:* Xét , thay vào phương trình ta được  (loại).

*Trường hợp 2:* Xét , chia hai vế phương trình cho  được



Đặt 

Phương trình trở thành 

, suy ra



.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là 

***Cách 2*** (Đưa về tích)

Có: 





Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là 

## **DẠNG 5: PHƯƠNG TRÌNH GIẢI BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ**

* Biến đổi về một biểu thức.
* Đặt  bằng biểu thức đó và đưa về phương trình bậc hai đối với .

|  |
| --- |
| **Ví dụ:** Giải phương trình . |

**Lời giải**

Có .

Đặt , ta được .

* .
*  (vô nghiệm).

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là 

## **DẠNG 6: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU**

* Đặt điều kiện các mẫu khác 0.
* Quy đồng cùng mẫu chung rồi bỏ mẫu.
* Đặt ẩn phụ nếu được.

|  |
| --- |
| ***Ví dụ 1.*** Giải phương trình . |

**Lời giải**

Điều kiện: .

Có 



. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là 

# **II. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ**

## **DẠNG 1:PHƯƠNG TRÌNH BẬC BA ĐUA ĐƯỢC VỀ DẠNG TÍCH:(x -****)( ax2 + bx + c) = 0**

**Bước 1**: Tách riêng phần chứa m được dạng f(x) + m(x - **) =** 0, rồi tách x -  từ f(x) ta đưa được phương trình đã cho về dạng:

 (x -)( ax2 + bx + c) = 0 ⬄

**Bước 2**: Ghi nhớ một số điều kiện sau:

* Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt ⬄ Phương trình ax2 + bx + c = 0 có

hai nghiệm phân biệt x .

* Phương trình đã cho có đúng 2 phân biệt ⬄ Phương trình ax2 + bx + c = 0 có đúng một nghiệm thỏa mãn x .
* Phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm ⬄ Phương trình ax2 + bx + c = 0 hoặc vô nghiệm, hoặc có nghiệm kép x .

|  |
| --- |
| ***Ví dụ:*** Cho phương trình: x3 – 3x2 + 3mx + 3m + 4 = 0 (1)Tìm m để phương trình đã cho:a) Có ba nghiệm phân biệtb) Có đúng hai nghiệm khác nhauc) Có đúng một nghiệmd) Có ba nghiệm phân biệt  thỏa mãn . |

**Lời giải**

Ta có: (1) ⬄ x3 – 3x2 + 4 + 3m(x + 1) = 0  (x + 1)(x2 – 4x + 4) + 3m(x + 1) = 0

 ⬄ (x + 1)(x2 – 4x + 4 + 3m) = 0  

a) (1) có ba nghiệm phân biệt ⬄ (2) có hai nghiệm phân biệt x  -1

 ⬄ 

 Vậy m < 0, m  -3 là giá trị cần tìm

b) (1) có đúng hai nghiệm khác nhau ⬄ (2) có đúng một nghiệm x  -1

*Trường hợp 1*: (2) có nghiệm kép x  -1

 ⬄ 

*Trường hợp 2*: (2) có hai nghiệm phân biệt trong đó một có nghiệm x = -1

 ⬄ (loại).

 Vậy m = 0 là giá trị cần tìm

c) (1) có đúng hai nghiệm ⬄ (2) không có nghiệm nào thỏa mãn x  -1

*Trường hợp 1*: (2) có nghiệm kép x = -1

⬄ (loại).

 *Trường hợp 2*: (2) vô nghiệm kép ⬄  ⬄ m > 0

 Vậy m > 0 là giá trị cần tìm

d) Theo câu a) với m < 0, m  -3 thì (1) có ba nghiệm phân biệt 

Do  vai trò như nhau và trong ba nghiệm của (1) có một nghiệm bằng - 1 nên ta giả sử  = -1 thì  là hai nghiệm của (2).

Theo định lý Vi-ét, ta có 

Thay  vào  ta được:

(thỏa mãn)

 Vậy m = -2 là giá trị cần tìm.

## **DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH TRÙNG PHƯƠNG:**

**Bài toán:** Tìm m để phương trình ax4 + bx2 + c = 0 (a 0) (1)

a) Có bốn nghiệm phân biệt.

b) Có đúng ba nghiệm khác nhau.

c) Có đúng hai nghiệm khác nhau.

d) Có đúng một nghiệm.

e) Vô nghiệm.

**Bước 1**: Đặt t = x2, t  , phương trình trở thành at2 + bt + c = 0 (2)

**Bước 2**: Nhận xét

* Với t < 0 thì không có x
* Với t = 0 thì có 1 giá trị x = 0
* Với t > 0 thì có hai giá trị của x là x = 

Do đó ta có các kết quả sau:

***a) (1) có bốn nghiệm phân biệt khi (2) có hai nghiệm phân biệt t> 0, t> 0.***

***b) (1) có đúng ba nghiệm khác nhau khi (2)có hai nghiệm phân biệt t> 0, t> 0.***

***c) (1) có đúng hai nghiệm khác nhau xảy ra hai trường hợp***:

*Trường hợp 1*: (2) có nghiệm kép t= t> 0.

*Trường hợp 2*: (2) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn t< 0< t.

***d) (1) có đúng một nghiệm xảy ra hai trường hợp:***

*Trường hợp 1*: (2) có nghiệm kép t= t= 0.

*Trường hợp 2*: (2) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn t< 0 ; t= 0.

***e) (1) vô nghiệm xảy ra ba trường hợp:***

*Trường hợp 1*: (2) vô nghiệm

*Trường hợp 2*: (2) có nghiệm kép thỏa mãn t = t< 0

*Trường hợp 3*: (2) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn t< 0 ; t< 0.

|  |
| --- |
| **Ví dụ** : Cho phương trình x4 – (2m – 1)x2 + 2m – 2 = 0 (1)Tìm m để phương trình đã cho :a) Có bốn nghiệm phân biệt.b) Có đúng ba nghiệm khác nhau.c) Có đúng hai nghiệm khác nhau.d) Có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn:   |

**Lời giải**

**Cách 1:** (Đặt ẩn phụ t =x2)

Đặt t = x2 , t  , phương trình (1) trở thành t2 – (2m – 1)t + 2m – 2 = 0 (2)

Nhận xét :

* Với t < 0 thì không có x.
* Với t > 0 thì có một nghiệm x = 0
* Với t > 0 thì có hai giá trị của x là x = 

a) (1) có bốn nghiệm phân biệt khi (2) có 2 nghiệm phân biệt t> 0, t> 0.

Có  = [-(2m)]2 – 4.1.(2m – 2) = (2m – 1)2 – 8m + 8 = (2m – 3)2

* (2) có hai nghiệm phân biệt t, t khi  > 0 ⬄ (2m – 3)2 > 0 ⬄ m   .

Theo định lý Vi-ét, ta có t+ t= = 2m – 1, tt=  = 2m – 2

\* t> 0, t> 0 ⬄ 

Vậy với m > 1, m   là các giá trị cần tìm

b)(1) có đúng ba nghiệm khác nhau khi (2) có hai nghiệm phân biệt t> 0, t> 0.

\* Theo trên thì (2) có hai nghiệm phân biệt t, tkhi m  .

\* t = 0, t> 0 ⬄ (thỏa mãn)

 Vậy m = 1 là giá trị cần tìm

c) (1) có đúng hai nghiệm khác nhau xảy ra hai trường hợp:

*Trường hợp 1*: (2) có nghiệm kép t= t> 0

*Trường hợp 2*: (2) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn t< 0< t

⬄ 

 Vậy m < 1; m =  là giá trị cần tìm.

d)Theo câu a) thì phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi m > 1, m  .

Do t> 0 ; t> 0 nên bốn nghiệm phân biệt của (1) là :

x= 

Suy ra : 

 = 2

 = 2(4m2 – 8m +5)

Do đó 

 (loại),  (thỏa mãn).

Vậy  là giá trị cần tìm.

**Cách 2** (Đưa về tích)

Phương trình 

 

a) Vì phương trình đã có hai nghiệm phân biệt là  nên để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt thì phương trình  phải có hai nghiệm phân biệt khác 

 

Vậy  là giá trị cần tìm.

b) Vì phương trình đã có hai nghiệm trình  nên để phương trình đã cho có ba nghiệm khác nhau thì phương trình  phải có đúng một nghiệm 

Vậy  là giá trị cần tìm.

c) Vì phương trình đã có đủ hai nghiệm khác nhau là  nên để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm khác nhau thi phương trình  hoặc vô nghiệm hoặc chỉ có nghiệm là 

 

Vậy  là giá trị cần tìm.

d) Theo câu a) thì phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt khi 

Khi đó bốn nghiệm của là , do đó



 (loại), (thỏa mãn).

Vậy  là giá trị cần tìm.

# **HỆ THỐNG BÀI TẬP SỬ DỤNG TRONG CHỦ ĐỀ**

## **I. PHƯƠNG TRÌNH KHÔNG CHỨA THAM SỐ**

**Bài 1.** Giải phương trình 

**Bài 2.** Giải phương trình 

**Bài 3.** Giải phương trình 

**Bài 4.** Giải phương trình 

**Bài 5.** Giải phương trình 

**Bài 6.** Giải phương trình 

## **II. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ**

**Bài 1.** Cho phương trình  Tìm để phương trình đã cho:

 a) Có ba nghiệm phân biệt

 b) Có đúng hai nghiệm khác nhau

 c) có đúng một nghiệm.

 d) Có ba nghiệm  thỏa mãn 

**Bài 2.** Cho phương trình  Tìm để phương trình đã cho:

 a) Có bốn nghiệm phân biệt

 b) Có đúng ba nghiệm khác nhau

 c) Có đúng hai nghiệm khác nhau

 d) Có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn .