

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1	Tìm nguyên hàm $F(x) = \int (x^2 + e^{2x}) dx$ với $F(0) = 22$	1,0đ
	* $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}e^{2x} + C$	0,5đ
	* $F(0) = 22 \Leftrightarrow \frac{1}{2} + C = 22 \Leftrightarrow C = \frac{43}{2}$	0,25đ
	* $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{43}{2}$	0,25đ
2a	Tính các tích phân $I_1 = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} - x + 1 \right) dx$	0,75đ
	* Ta có $I_1 = \left(\frac{1}{2} \ln 2x+1 - \frac{1}{2}x^2 + x \right) \Big _0^1$	0,5đ
	* Ta có $I_1 = \frac{1}{2}(1 + \ln 3) \approx 1,05$	0,25đ
2b	Tính các tích phân $I_2 = \int_1^2 \left(\frac{3x-1}{(x+1)(x+2)} \right) dx$	0,75đ
	* Ta có $\frac{3x-1}{(x+1)(x+2)} = \frac{7}{x+2} - \frac{4}{x+1}$	0,25đ
	* Ta có $I_2 = (7 \ln x+2 - 4 \ln x+1) \Big _1^2$	0,25đ
	* Ta có $I_2 = 18 \cdot \ln 2 - 11 \cdot \ln 3 \approx 0,4$	0,25đ
3	Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 3x^2, y = x - 3, x \geq 0$.	1,5đ
	* Xét $\begin{cases} x^3 - 3x^2 = x - 3 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, x = 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$	0,5đ
	* Diện tích cần tìm là $S = \int_0^1 x^3 - 3x^2 - (x-3) dx + \int_1^3 x^3 - 3x^2 - (x-3) dx$	0,5đ
	* Diện tích cần tìm là $S = \frac{24}{3}$	0,5đ
4	Tìm phần thực, phần ảo, mô-đun, số phức liên hợp của số phức $z = \frac{1-i}{1+i} + 4 - 2i$	1,0đ
	* Ta có $z = 4 - 3i$	0,25đ
	* Phần thực là 4, phần ảo là -3	0,25đ
	* $ z = 5$	0,25đ
	* $\bar{z} = 4 + 3i$	0,25đ
5	Tìm quỹ tích điểm biểu diễn cho số phức z thỏa $ z - 1 + i = 2$	1,0đ
	* Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = x + yi$	0,25đ
	* Ta có $ z - 1 + i = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$	0,5đ

	* Vậy quỹ tích là đường tròn tâm $I(1; -1)$ và bán kính là $R = 2$	0,25đ
6a	Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 2; -1), B(0; 1; -1), C(2; 1; -1), D(0; 0; -3)$. Chứng minh rằng A, B, C, D là bốn đỉnh tứ diện. Tính thể tích khối tứ diện.	1,0đ
	* Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; -1; 0) \\ \overrightarrow{AC} = (1; -1; 0) \\ \overrightarrow{AD} = (-1; -2; -2) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 0; 2)$	0,25đ
	* Ta có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -4 \neq 0 \Rightarrow A, B, C, D$ là 4 đỉnh tứ diện	0,25đ
	* Ta có $V = \frac{1}{6} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \Rightarrow V = \frac{2}{3}$	0,5đ
6b	Lập phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C .	1,0đ
	* Ta có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 0; 2)$ là vtpt của (ABC)	0,5đ
	* Ta có $(ABC): 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow z + 1 = 0$	0,5đ
7	Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến giữa (P) và (S) .	1,0đ
	* Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 1)$ và bán kính là $R = 5$.	0,25đ
	* Đường thẳng d qua I và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$	0,25đ
	* Tâm của đường tròn là $J = d \cap (P) \Rightarrow J: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 + 2t \\ x - 2y + 2z + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow J\left(\frac{-2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{-1}{3}\right)$	0,25đ
	* Bán kính đường tròn là $r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = \sqrt{21}$	0,25đ
8	Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa $\frac{2}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{z_1 + z_2}$. Tính giá trị của $T = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2022} + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^{2022}$.	1,0đ
	* Đặt $z = \frac{z_1}{z_2} \Leftrightarrow z_1 = z \cdot z_2$. Từ giả thiết ta có $\frac{2}{z} + 1 = \frac{1}{z + 1} \Leftrightarrow z = -1 \pm i$. Ta có $T = z^{2022} + \frac{1}{z^{2022}}$	0,25đ
	* Ta có $\begin{cases} (1 - i)^{2022} = (-2i)^{1011} = 2^{1011}i \\ (1 + i)^{2022} = (2i)^{1011} = -2^{1011}i \end{cases}$	0,25đ
	* Với $z = -1 - i \Rightarrow T = (1 + i)^{2022} + \left(\frac{1}{1 + i}\right)^{2022} = \left(\frac{1}{2^{1011}} - 2^{1011}\right)i$.	0,25đ

	* Với $z = -1 + i \Rightarrow T = (1 - i)^{2022} + \left(\frac{1}{1 - i}\right)^{2022} = \left(2^{1011} - \frac{1}{2^{2011}}\right)i$.	0,25đ
--	---	--------------

Chú ý: hs giải theo cách khác nếu đúng cũng sẽ đạt điểm tối đa.