

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1), với m là tham số thực.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
- b) Cho điểm $A(2; 3)$. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sqrt{2}(\sin x - 2 \cos x) = 2 - \sin 2x$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + x} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm).

- a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + 3(1 - i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính môđun của z .
- b) Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d .
Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$. Điểm $M(-3; 0)$ là trung điểm của cạnh AB , điểm $H(0; -1)$ là hình chiếu vuông góc của B trên AD và điểm $G(\frac{4}{3}; 3)$ là trọng tâm của tam giác BCD . Tìm tọa độ các điểm B và D .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

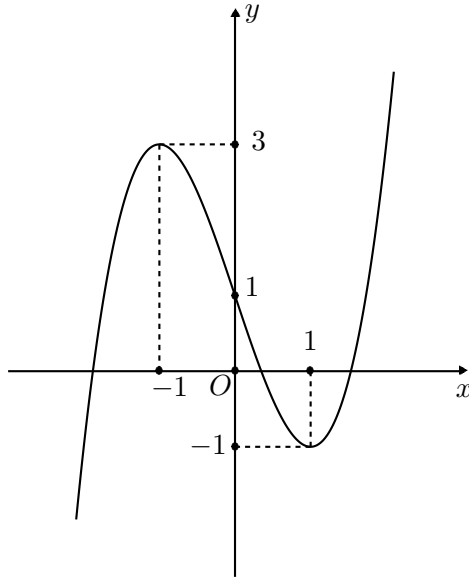
Câu 9 (1,0 điểm). Cho các số thực a, b, c không âm và thỏa mãn điều kiện $(a+b)c > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \frac{c}{2(a+b)}.$$

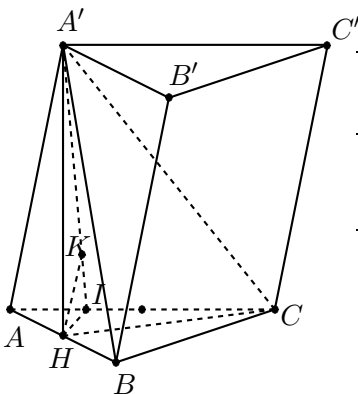
—————Hết—————

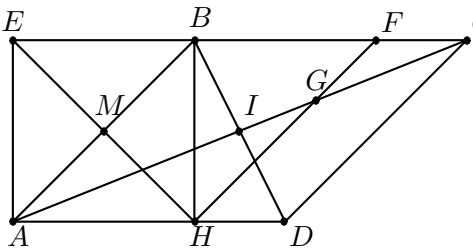
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Câu	Đáp án	Điểm																				
1 (2,0đ)	a) (1,0 điểm)																					
	Với $m = 1$, hàm số trở thành: $y = x^3 - 3x + 1$. • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.	0,25																				
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, $y_{\text{CD}} = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{\text{CT}} = -1$. - Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																				
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>3</td><td></td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$		3		-1	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$																
	y'		$+$	0	$-$	0	$+$															
y	$-\infty$		3		-1	$+\infty$																
• Đồ thị: 	0,25																					
b) (1,0 điểm)																						
Ta có $y' = 3x^2 - 3m$. Đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.	0,25																					
Tọa độ các điểm cực trị B, C là $B(-\sqrt{m}; 2\sqrt{m^3} + 1)$, $C(\sqrt{m}; -2\sqrt{m^3} + 1)$. Suy ra $\overrightarrow{BC} = (2\sqrt{m}; -4\sqrt{m^3})$.	0,25																					
Gọi I là trung điểm của BC , suy ra $I(0; 1)$. Ta có tam giác ABC cân tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$	0,25																					
$\Leftrightarrow -4\sqrt{m} + 8\sqrt{m^3} = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = \frac{1}{2}$. Đối chiếu điều kiện tồn tại cực trị, ta được giá trị m cần tìm là $m = \frac{1}{2}$.	0,25																					

Câu	Đáp án	Điểm
2 (1,0đ)	Phương trình đã cho tương đương với $2 \sin x \cos x - 2\sqrt{2} \cos x + \sqrt{2} \sin x - 2 = 0$.	0,25
	$\Leftrightarrow (\sin x - \sqrt{2})(2 \cos x + \sqrt{2}) = 0$.	0,25
	• $\sin x - \sqrt{2} = 0$: phương trình vô nghiệm.	0,25
	• $2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.	0,25
3 (1,0đ)	Ta có $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + x} dx = \int_1^2 dx + \int_1^2 \frac{2x + 1}{x^2 + x} dx$.	0,25
	• $\int_1^2 dx = 1$.	0,25
	• $\int_1^2 \frac{2x + 1}{x^2 + x} dx = \ln x^2 + x \Big _1^2$	0,25
	$= \ln 3$. Do đó $I = 1 + \ln 3$.	0,25
4 (1,0đ)	a) Đặt $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết suy ra $\begin{cases} 5a - 3b = 1 \\ 3a + b = 9 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow a = 2, b = 3$. Do đó môđun của z bằng $\sqrt{13}$.	0,25
	b) Số phần tử của không gian mẫu là: $C_{12}^3 = 220$.	0,25
	Số cách chọn 3 hộp sữa có đủ 3 loại là $5.4.3 = 60$. Do đó xác suất cần tính là $p = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.	0,25
5 (1,0đ)	Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; 2; -1)$.	0,25
	Mặt phẳng (P) cần viết phương trình là mặt phẳng qua A và nhận $\vec{u}$ làm vectơ pháp tuyến, nên $(P) : 2(x - 1) + 2(y - 0) - (z + 1) = 0$, nghĩa là $(P) : 2x + 2y - z - 3 = 0$.	0,25
	Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d , suy ra $H(1 + 2t; -1 + 2t; -t)$.	0,25
	Ta có $H \in (P)$, suy ra $2(1 + 2t) + 2(-1 + 2t) - (-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$. Do đó $H\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.	0,25
6 (1,0đ)	Gọi H là trung điểm của AB , suy ra $A'H \perp (ABC)$ và $\widehat{A'CH} = 60^\circ$. Do đó $A'H = CH$. $\tan \widehat{A'CH} = \frac{3a}{2}$.	0,25
	Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.	0,25
	Gọi I là hình chiếu vuông góc của H trên AC' ; K là hình chiếu vuông góc của H trên $A'I$. Suy ra $HK = d(H, (ACC'A'))$.	0,25
	Ta có $HI = AH \cdot \sin \widehat{IAH} = \frac{\sqrt{3}a}{4}$, $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HA'^2} = \frac{52}{9a^2}$, suy ra $HK = \frac{3\sqrt{13}a}{26}$. Do đó $d(B, (ACC'A')) = 2d(H, (ACC'A')) = 2HK = \frac{3\sqrt{13}a}{13}$.	0,25



Câu	Đáp án	Điểm
7 (1,0đ)	 Gọi E và F lần lượt là giao điểm của HM và HG với BC. Suy ra $\overrightarrow{HM} = \overrightarrow{ME}$ và $\overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{GF}$, Do đó $E(-6; 1)$ và $F(2; 5)$. Đường thẳng BC đi qua E và nhận $\overrightarrow{EF}$ làm vectơ chỉ phương, nên $BC: x - 2y + 8 = 0$. Đường thẳng BH đi qua H và nhận $\overrightarrow{EF}$ làm vectơ pháp tuyến, nên $BH: 2x + y + 1 = 0$. Tọa độ điểm B thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y + 8 = 0 \\ 2x + y + 1 = 0. \end{cases}$ Suy ra $B(-2; 3)$.	0,25
	Do M là trung điểm của AB nên $A(-4; -3)$. Gọi I là giao điểm của AC và BD, suy ra $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{GI}$. Do đó $I(0; \frac{3}{2})$.	0,25
	Do I là trung điểm của đoạn BD, nên $D(2; 0)$.	0,25
8 (1,0đ)	$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} & (1) \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} & (2). \end{cases}$ Điều kiện: $\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 2y \\ 4x \geq 5y + 3 \end{cases} (*)$. Ta có $(1) \Leftrightarrow (1-y)(\sqrt{x-y}-1) + (x-y-1)(1-\sqrt{y}) = 0$ $\Leftrightarrow (1-y)(x-y-1)\left(\frac{1}{\sqrt{x-y}+1} + \frac{1}{1+\sqrt{y}}\right) = 0$ (3).	0,25
	Do $\frac{1}{\sqrt{x-y}+1} + \frac{1}{1+\sqrt{y}} > 0$ nên $(3) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = x - 1. \end{cases}$ • Với $y = 1$, phương trình (2) trở thành $9 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 3$.	0,25
	• Với $y = x - 1$, điều kiện (*) trở thành $1 \leq x \leq 2$. Phương trình (2) trở thành $2x^2 - x - 3 = \sqrt{2-x} \Leftrightarrow 2(x^2 - x - 1) + (x - 1 - \sqrt{2-x}) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - x - 1)\left[2 + \frac{1}{x-1+\sqrt{2-x}}\right] = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. Đối chiếu điều kiện (*) và kết hợp trường hợp trên, ta được nghiệm $(x; y)$ của hệ đã cho là $(3; 1)$ và $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$.	0,25
9 (1,0đ)	Ta có $a + b + c \geq 2\sqrt{a(b+c)}$. Suy ra $\sqrt{\frac{a}{b+c}} \geq \frac{2a}{a+b+c}$.	0,25
	Tương tự, $\sqrt{\frac{b}{a+c}} \geq \frac{2b}{a+b+c}$. Do đó $P \geq \frac{2(a+b)}{a+b+c} + \frac{c}{2(a+b)} = \left[\frac{2(a+b)}{a+b+c} + \frac{a+b+c}{2(a+b)}\right] - \frac{1}{2}$	0,25
	$\geq 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.	0,25
	Khi $a = 0, b = c, b > 0$ thì $P = \frac{3}{2}$. Do đó giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3}{2}$.	0,25

—————Hết—————