|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH YÊN BÁI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC**  *(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)* | **KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC**  **NĂM HỌC 2022 – 2023**  Môn thi: Toán chuyên  Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*  Khóa thi ngày: 07/6/2022 |

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho biểu thức , với 

a) Rút gọn biểu thức *P*.

b)Tìm tất cả các giá trị của *x* để .

Câu 2. (3,0 điểm)

1. Cho phương trình  (*m* là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để phương trình có hai nghiệm phân biệt *x1, x2* thỏa mãn .

2. Giải hệ phương trình 

Câu 3. (3,5 điểm)

Cho tam giác nhọn *ABC (AB < AC)*. Đường tròn tâm *O* đường kính *BC* cắt các cạnh *AC* và *AB* lần lượt tại *E* và *F*. Gọi *H* là giao điểm của *BE* và *CF*, *I* là trung điểm của *AH* .

a) Chứng minh ràng tam giác *IHE* cân.

b) Chứng minh rằng *IE* là tiếp tuyến của đường tròn *(O).*

c) *AH* cắt *BC* và *EF* lần lượt tại *D* và *M*. Chứng minh rằng *IE2 = IM.ID*.

d) *IC* cắt đường tròn *(O)* tại *N* (khác *C*). Chứng minh rằng *B, M, N* thẳng hàng.

Câu 4. (1,0 điểm)

1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên *n,* số *B =* 9.52n + 13.3nluôn chia hết cho 22.

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương *(a; b)* sao cho *ab* là ước của *a2 + b*. Câu 5. (1,0 điểm)

1. Cho các số dương *a, b, c* thỏa mãn . Chứng minh rằng:



2. Cho *X* là tập hợp gồm 26 số nguyên dương đôi một khác nhau, mỗi số không lớn hơn 100. Chứng minh trong *X* luôn tồn tại hai số *x, y* sao cho *x - y* thuộc tập hợp {5;10;15}.

**LỜI GIẢI**

**Câu 1:**

a) 







 

b) Để  

\* Với *P = P (P≥0)* thì 

\* Với *P = -P (P<0)* thì 

 (vô lý)

Vậy *x* > 1 và *x* ≠ 4

**Câu 2:**

**1) Cho pt :**  (1)

Ta có 

Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt 

 hoặc 

Vì *x1* là nghiệm của phương trình (1) nên ta có:



Thay  vào phương trình 

Ta được: 

 (\*)

Mà x1, x2 là nghiệm của phương trình (1) nên theo hệ thức Viet ta có:



Thay vào (\*) ta được: 



(Thỏa mãn)

Vậy  hoặc 

**2) Giải hệ phương trình:**

**Cách 1:**



 

Thế  vào (1) ta được:

 Điều kiện: 











 

Thay *y =* 2 vào (1) ta được *x* = 0

Vậy hệ phương trình có nghiệm (*x; y*) = (0; 2)

**Cách 2:**

 

Trừ từng vế của (1) cho (2) ta được:









\* Với x + y =2 => x = 2 – y thay vào (2) ta được:







 => 

\* Với x + y = –1 => x = –1 – y thay vào (2) ta được:





 (vô nghiệm)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: (*x; y*) = (0; 2)

**Câu 3:**



a) Ta có  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

 (kề bù với )

Tương tự 

Suy ra  và  cùng nhìn đoạn AH dưới góc 90o

=> Tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn đường kính AH, mà I là trung điểm của AH

=> I là tâm đường tròn nội tiếp tứ giác AEHF

=> IE = IH

=>  cân tại I

b) Kéo dài AI cắt BC tại D

=> 

Ta có  cân tại I

=> 

Mặt khác  cân tại O

=> 

Mà 

hay 

=> 

=> IE là tiếp tuyến của (O)

c) Xét  và  có:

 chung

 ( tứ giác BDHF nội tiếp)

=>  (g - g)

=> 

Mặt khác IE = IF (tứ giác AEHF nội tiếp (I))

=> IE2 = ID.IM **(1)**

d) Xét  và  có:

 chung

 (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn )

=>  (g - g)

=>  **(2)**

Từ (1) và (2) => IN.IC = IM.ID 

Xét  và  có:

 chung



=>  (c - g - c)

=> 

=>  **(\*)**

Mà  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

=>  **(\*\*)**

Từ (\*) và (\*\*) =>  => B, M, N thẳng hàng

Mà 

**Câu 4:**

a) 







Vì 

Áp dụng tính chia hết của một tổng

=> 

b) Để ab là ước của  thì: 

gọi  (a1, b1) = 1

Vì 



Mà 

 mà 

Vậy b = d2 = a2

Từ  

Câu 5:

1. Để chứng minh bài toán ta chứng minh bất đẳng thức sau:

 **(1)** là đúng

(1) 





 luôn đúng

Dấu “=” xảy ra khi *x = y = z*



Ta có: 

Tương tự:





Từ (1), (2) và (3)



Dấu “=” xảy ra **

**

2. Ta chia các số nguyên từ 1 đến 100 thành 5 đoạn như sau:

. Vì có 26 số nguyên dương khác nhau nên theo nguyên lí Đirrichlet có ít nhất  số cùng thuộc một đoạn. Hiệu của hai số bất kỳ trong 6 số này luôn lớn 0 và nhỏ hơn 20.

Trong 6 số bất kỳ ta luôn chọn được hai số có cùng số dư khi chia cho 5, hiệu hai số này chia hết cho 5. Giả sử hai số đó là 