

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI
HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA LỚP 12 THPT
NĂM HỌC 2010 - 2011

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 07/10/2010

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4,0 điểm).

Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{1}{5} \\ 4x^2 + 3x - \frac{57}{25} = -y(3x+1). \end{cases}$$

Câu 2 (4,0 điểm).

Cho dãy số (x_n) với $x_1 = a$, $x_{n+1} = x_n(x_n - 1)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.Tìm điều kiện cần và đủ của a để dãy số trên có giới hạn hữu hạn.

Câu 3 (4,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC có phân giác trong AD (D nằm trên cạnh BC). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của D trên AB, AC. Gọi H là giao điểm của BF và CE. Chứng minh rằng AH vuông góc với BC.

Câu 4 (4,0 điểm).

Cho tam giác ABC có diện tích S , $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$.

Chứng minh rằng:

$$\frac{(b+c-a)a^2}{b+c} + \frac{(c+a-b)b^2}{c+a} + \frac{(a+b-c)c^2}{a+b} \geq 2\sqrt{3}S.$$

Câu 5 (4,0 điểm).

Cho số nguyên dương $n \geq 2$ và tập $M = \{1; 2; 3; \dots; n\}$. Với mỗi tập con A khác rỗng của M ta ký hiệu $|A|$ là số phần tử của tập A, $\min A$ và $\max A$ tương ứng là phần tử nhỏ nhất và lớn nhất của tập A. Tính $\sum_{A \subset M, A \neq \emptyset} (\min A + \max A - |A|)$ theo n .

--- Hết ---

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....