**ĐỀ KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI - THCS PHÚ DIÊN BẮC TỪ LIÊM**

**MÔN: TOÁN 8 -2023**

*Thời gian làm bài 90 phút*

**Bài 1: *(4 điểm)*** Cho biểu thức P=

1) Rút gọn biểu thức P

2) Tìm *x* để P=

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của P khi *x*>1

**Bài 2: *(3 điểm)*** 1) Tìm x, y, z biết: 

2) Giải phương trình: .

**Bài 3:** ***(4 điểm)*** 1) Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của: 

2) Chứng minh rằng, nếu:  thì 

**Bài 4: *(1 điểm)*** Chứng minh rằng: Trong  số tự nhiên bất kỳ  luôn tìm được hai số sao cho hiệu của chúng chia hết cho 

**Bài 5:** ***(8điểm)*** Cho hình vuông ABCD độ dài cạnh a (a>0, a không đổi), M bất kì trên cạnh BC. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa C vẽ hình vuông AMHN. Qua M kẻ đường thẳng d song song với AB, d cắt AH tại E, AH cắt CD tại F.

1. Chứng minh BM = CN
2. Chứng minh N, D, C thẳng hàng

3) Gọi O và K thứ tự là tâm của hình vuông AMHN và ABCD. Tứ giác EMFN là hình gì? Chứng minh đường thẳng OK đi qua B.

4) Chứng minh chu vi tam giác MFC không đổi khi M di động trên BC.

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **BÀI** | **ĐÁP ÁN** | **ĐIỂM** |
| **1.1**  (2 đ) | Điều kiện: x≠0; x≠±1  P=  =  =  =  = | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **1.2**  (1 đ) |  | 0,5  0,5 |
| **1.3**  (1 đ) | Áp dụng bđt Cô si ta có P4  MinP = 4. Dấu bằng xảy ra khi x=2 | 0,5  0,5 |
| **2.1**  (1,5 đ) |  | 0,5  0,5  0,5 |
| **2.2**  (1,5 đ) | Biến đổi thành      ;Do  Nên x – 2016 = 0  x = 2016. | 0,5  0,5  0,5 |
| **3.1**  (2 đ) | Khi đó ta có :  Vậy Min N =  khi x = -1    Vậy Max N =  khi x = 1 | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **3.2**  (2 đ) |  | 1  0,5  0,5 |
| **4**  (1đ) | Chia một số bất kỳ cho  có thể nhận được một trong  số dư  Có  số, có  số dư. Do đó theo nguyên lý Dirichlet tồn tại hai số có cùng số dư khi chia cho .  Không mất tổng quát giả sử hai số đó là  và   và . Ta có:      Khi đó  Đây chính là hai số có hiệu của chúng chia hết cho . Bài toán được chứng minh. | 0,5  0,5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 0.5 |
| **5.1**  (1.5 đ) | A1=A2(cùng phụ DAM)  =>DAN=BAM(gcg)  =>BM=DN | 0.5  0.5  0.5 |
| **5.2**  (1.5 đ) | AND=ABM=900  =>D1+ADC=1800  => N,D,C thẳng hàng | 0.5  0.5  0.5 |
| **5.3**  (3 đ) | + Vì d//AB//CD =>M1=ONF  =>OME=ONF(gcg)=> EM=FN  Vì AMHN là hình vuông => AH là trung trực của MN  =>EM=EN,HM=HN  =>EM=EN=HM=HN=> MENF là hình thoi  + Vì MCN vuông tại C có CO là trung tuyến thuộc cạnh huyền  =>OC=OM=ON=>OC=OA  mà KA=KC => O,K thuộc trung trực AC  Lại có BD là trung trực của AC=> đường thẳng OK đi qua B,D | 0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5 |
| **5.4**  (1,5 đ) | FM=FN=FD+DN  CCMF=FM+CM+CF=FD+DN+CM+CF  =(CM+BM)+(FC+FD)  =CD+CB=a+a=2a Không đổi khi M di động trên BC. | 0.5  0.5  0.5 |