

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

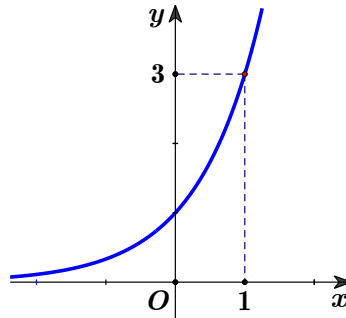
Câu 1. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$ B. $(xy)^n = x^n y^n$ C. $(x^n)^m = x^{n.m}$ D. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(2a)$ bằng

- A. $\frac{\ln 5}{\ln 2}$. B. $\ln(3a)$. C. $\frac{\ln 5a}{\ln 2a}$. D. $\ln \frac{5}{2}$.

Câu 3. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?

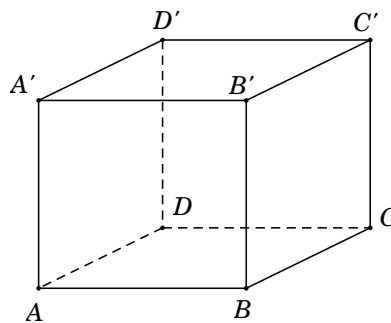


- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = 3^x$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 7$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ dưới.



Chọn khẳng định **đúng**?

- A. $BB' \perp C'B$. B. $BB' \perp CD'$. C. $BB' \perp A'D$. D. $BB' \perp CD$.

Câu 6. Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng (P) , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu:

- A. Vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mặt phẳng (P) .
 B. Vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mặt phẳng (P) .
 C. Vuông góc với đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) .
 D. Vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) .

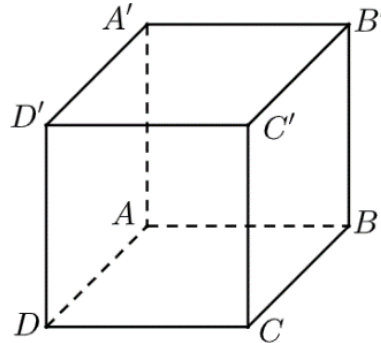
Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi O là trung điểm cạnh SC . H là hình chiếu vuông góc của O trên (ABC) . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. H là trung điểm của cạnh AB .
- B. H là trung điểm của cạnh BC .
- C. H là trung điểm của cạnh AC .
- D. H là trọng tâm của tam giác ABC .

Câu 8. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

- A. 90° .
- B. 60° .
- C. 30° .
- D. 45° .

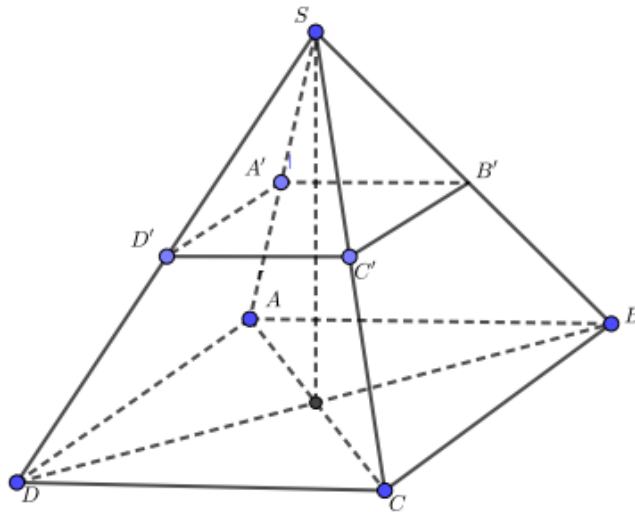
Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).



Đường vuông góc chung của AD và $C'D'$ đi qua hai điểm nào sau đây?

- A. D và D' .
- B. A và C' .
- C. A và D' .
- D. A và A' .

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Hình nào sau đây là hình chóp cụt đều?



- A. $S.A'B'C'D'$.
- B. $ABCD.A'B'C'D'$.
- C. $ACD.A'C'D'$.
- D. $ABC.A'B'C'$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B', B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng MN và BD là

- A. 90° .
- B. 45° .
- C. 60° .
- D. 30° .

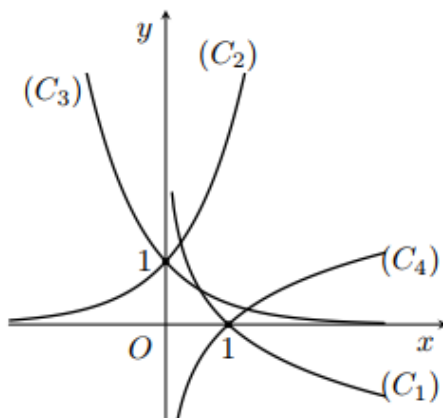
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$, có tam giác ABC và tam giác SBC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Số đo của góc giữa SA và (ABC) là

- A. 30° .
- B. 45° .
- C. 60° .
- D. 75° .

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = 3^x$, $y = \log_3 x$, $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ và các đường cong (C_1) , (C_2) , (C_3) , (C_4) là đồ thị của bốn hàm số đã cho như hình vẽ.



- a) Đồ thị của hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ là đường cong (C_1) .
- b) Đồ thị của hàm số $y = 3^x$ là đường cong (C_2) .
- c) Đồ thị của hàm số $y = \log_3 x$ là đường cong (C_4) .
- d) Đồ thị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ là đường cong (C_3) .

Câu 14. Cho số thực a dương. Khi đó

- a) $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = \sqrt[3]{a}$
- b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^2$
- c) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt{a}$
- d) $a^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{5}-2} = a^{-2}$

Câu 15. Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khi đó

- a) $\log_a (a.b) = 1 + \log_a b$
- b) $\log_a \left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \frac{3}{2 \log_a b}$
- c) $\log_a (b.c) = \log_a b \cdot \log_a c$
- d) $\log_a b + 2 \log_a c - \log_a 2 = \log_a (b + c^2 - 2)$

Câu 16. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18.

- a) Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3\sqrt{3}$.
- b) Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.
- c) Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ thuộc khoảng $(14.5; 15.5)$.
- d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17. Cho $4^x + 4^{-x} = 2$ và biểu thức $A = \frac{4 - 2^x - 2^{-x}}{1 + 2^x + 2^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính giá trị của $2a - b$.

Câu 18. Cho hàm số các số thực a, b, c thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 16$, $b^{\log_5 7} = 25$, $c^{\log_7 49} = \sqrt{7}$. Giá trị biểu thức $P = a^{(\log_2 5)^2} + b^{(\log_5 7)^2} + c^{(\log_7 49)^2}$ bằng bao nhiêu?

Câu 19. Cho biết tính đến ngày 31 tháng 12 năm 2023, dân số nước ta có khoảng 99186471 người và người ta dự đoán tỷ lệ tăng dân số trong vòng 21 năm, từ năm 2020 đến năm 2040 là khoảng 0.99% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người?

Câu 20. Thang đo Richtơ được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richtơ. Công thức tính độ chấn động như sau : $M_L = \log A - \log A_0$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richtơ, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 8 độ Richtơ sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richtơ?

Câu 21. Tháp Phước Duyên ở Chùa Thiên Mụ (Huế) cao bảy tầng, sàn của mỗi tầng đều là hình bát giác đều (như hình bên). Hỏi góc giữa hai cạnh AB và CD là bao nhiêu?



Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2$, tam giác SAB vuông tại A , tam giác SBC vuông tại B , $SB = 4$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ (kết quả làm tròn đến chữ thập phân thứ hai).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$

B. $(xy)^n = x^n y^n$

C. $(x^n)^m = x^{n.m}$

D. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(2a)$ bằng

A. $\frac{\ln 5}{\ln 2}$.

B. $\ln(3a)$.

C. $\frac{\ln 5a}{\ln 2a}$.

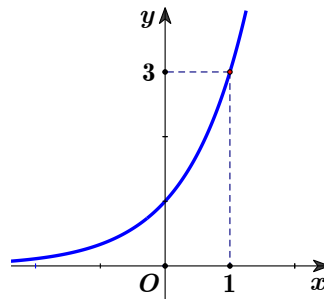
D. $\ln \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln(5a) - \ln(2a) = \ln \frac{5a}{2a} = \ln \frac{5}{2}$.

Câu 3. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y = 3^x$.

Lời giải

Chọn D

Đây là đồ thị của một hàm số đồng biến nên loại B, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 3)$ nên loại A.

Vậy ta chọn D.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 7$.

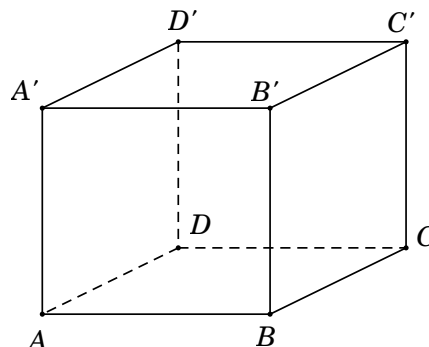
D. $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{3x-5} = 16 \Leftrightarrow 2^{3x-5} = 2^4 \Leftrightarrow 3x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ dưới.



Chọn khẳng định **đúng**?

A. $BB' \perp C'B$.

B. $BB' \perp CD'$.

C. $BB' \perp A'D$.

D. $BB' \perp CD$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\begin{cases} BB' \perp AB \\ AB // CD \end{cases} \Rightarrow BB' \perp CD$.

Câu 6. Trong không gian cho đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng (P) , đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu:

A. Vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mặt phẳng (P) .

B. Vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mặt phẳng (P) .

C. Vuông góc với đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) .

D. Vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) .

Lời giải

Chọn D

Ta có định nghĩa: Đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu Δ vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi O là trung điểm cạnh SC . H là hình chiếu vuông góc của O trên (ABC) . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. H là trung điểm của cạnh AB .

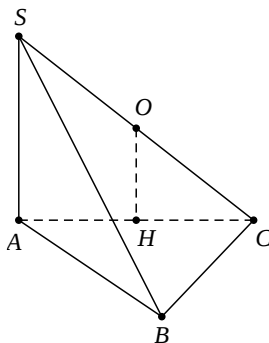
B. H là trung điểm của cạnh BC .

C. H là trung điểm của cạnh AC .

D. H là trọng tâm của tam giác ABC .

Lời giải

Chọn C



Theo bài ra, ta có $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH // SA \Rightarrow H$ là trung điểm của AC .

Câu 8. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

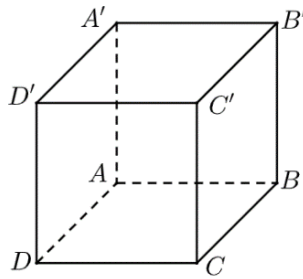
D. 45° .

Lời giải

Chọn A

Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau thì góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng 90° .

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).



Đường vuông góc chung của AD và $C'D'$ đi qua hai điểm nào sau đây?

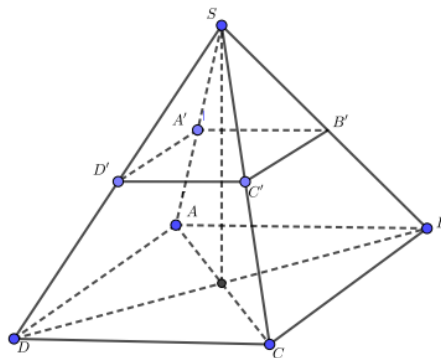
- A. D và D' . B. A và C' . C. A và D' . D. A và A' .

Lời giải

Chọn A

Đường vuông góc chung của AD và $C'D'$ đi qua hai điểm D và D' .

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Hình nào sau đây là hình chóp cắt đều?



- A. $S.A'B'C'D'$. B. $ABCD.A'B'C'D'$. C. $ACD.A'C'D'$. D. $ABC.A'B'C'$.

Lời giải

Chọn B

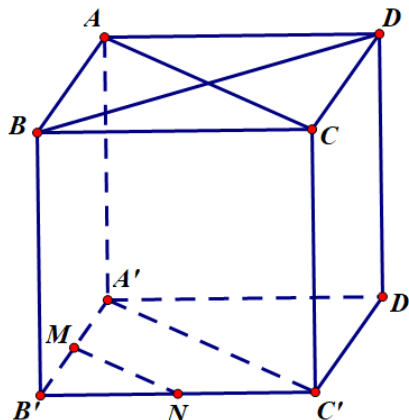
Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên tứ giác $ABCD$ là hình vuông và $SA = SB = SC = SD$. Vì A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD nên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ song song với mặt đáy $(ABCD)$, tứ giác $A'B'C'D'$ là hình vuông và $AA' = BB' = CC' = DD'$. Vậy $ABCD.A'B'C'D'$ là hình chóp cắt đều.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B', B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng MN và BD là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Chọn A



Vì M, N lần lượt là trung điểm của $A'B', B'C'$ nên $MN // A'C'$. $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp A'C' \Rightarrow BD \perp MN$. Vậy góc giữa hai đường thẳng MN và BD là 90° .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$, có tam giác ABC và tam giác SBC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Số đo của góc giữa SA và (ABC) là

A. 30° .

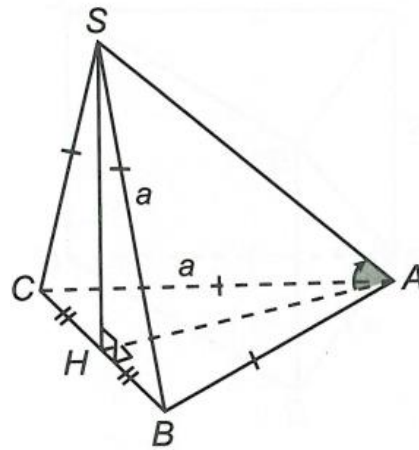
B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Lời giải

Chọn B



Ta có $SH \perp (ABC)$.

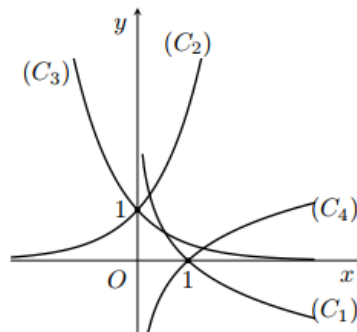
$\Rightarrow (SA, (ABC)) = \angle SAH = \alpha$.

$\triangle ABC$ và $\triangle SBC$ là hai tam giác đều cạnh a nên $AH = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\triangle SHA$ vuông cân tại $H \Rightarrow \alpha = 45^\circ$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho các hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = 3^x$, $y = \log_3 x$, $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ và các đường cong (C_1) , (C_2) , (C_3) , (C_4) là đồ thị của bốn hàm số đã cho như hình vẽ.



Lời giải

a) SAI

Vì đồ thị hàm số mũ $y = a^x$ luôn nằm bên trên trục hoành.

b) ĐÚNG

Vì đồ thị (C_2) nằm bên trên trục hoành và đi lên từ trái qua phải (tức đồng biến).

c) ĐÚNG

Vì đồ thị (C_4) nằm bên phải trục tung và đi lên từ trái qua phải (tức đồng biến).

d) SAI

Vì đồ thị hàm số logarit $y = \log_a x$ luôn nằm bên phải trục tung.

Câu 14. Cho số thực a dương. Khi đó

- a) $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = \sqrt[3]{a}$
- b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^2$
- c) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt{a}$
- d) $a^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{5}-2} = a^{-2}$

Lời giải

- a) $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{2}{9}} = a^{\frac{31}{18}}$. Vậy $a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{9}} = \sqrt[3]{a}$ (sai).
- b) $a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = a^2$. Vậy $a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{a} = a^2$ (đúng).
- c) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$. Vậy $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} = \sqrt{a}$ (đúng).
- d) Ta có: $a^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{5}-2} = a^{\sqrt{5}} \cdot a^{-(\sqrt{5}-2)} = a^{\sqrt{5}} \cdot a^{2-\sqrt{5}} = a^{\sqrt{5}+2-\sqrt{5}} = a^2$. Vậy $a^{\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{5}-2} = a^{-2}$ (sai).

Câu 15. Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khi đó

- a) $\log_a (a.b) = 1 + \log_a b$
- b) $\log_a \left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \frac{3}{2\log_a b}$
- c) $\log_a (b.c) = \log_a b \cdot \log_a c$
- d) $\log_a b + 2\log_a c - \log_a 2 = \log_a (b + c^2 - 2)$

Lời giải

- a) Ta có: $\log_a (a.b) = \log_a a + \log_a b = 1 + \log_a b$. Vậy $\log_a (a.b) = 1 + \log_a b$ (Đ).
- b) Ta có: $\log_a \left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \log_a a^3 - \log_a b^2 = 3 - 2\log_a b$. Vậy $\log_a \left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \frac{3}{2\log_a b}$ (S).
- c) Ta có: $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$. Vậy $\log_a (b.c) = \log_a b \cdot \log_a c$ (S).
- d) Ta có: $\log_a b + 2\log_a c - \log_a 2 = \log_a b + \log_a c^2 - \log_a 2 = \log_a \left(\frac{b.c^2}{2}\right)$.

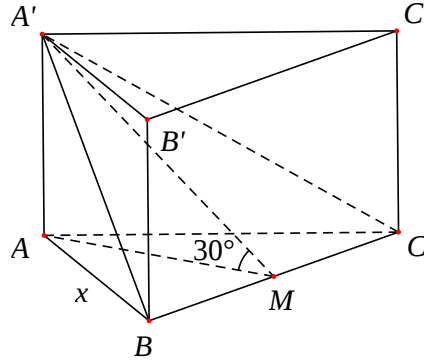
Vậy $\log_a b + 2\log_a c - \log_a 2 = \log_a (b + c^2 - 2)$ (S).

Câu 16. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18.

- a) Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3\sqrt{3}$.
- b) Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.
- c) Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ thuộc khoảng $(14.5; 15.5)$.
- d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

Lời giải

a-Sai; b- Đúng; c- Sai; d- Đúng



Đặt $AB = x, (x > 0)$, gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ A'M \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = A'MA = 30^\circ.$$

$$\text{Xét } \triangle A'MA, \text{ có } A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = x.$$

$$S_{A'BC} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 18 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{Suy ra đường cao của hình lăng trụ là } h = A'A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 3,$$

$\Rightarrow$ a.- Sai

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều nên } S_{ABC} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

$\Rightarrow$ b.- Đúng

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} A'A \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \approx 15.59$$

$\Rightarrow$ c.- Sai

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = 3 \cdot 9\sqrt{3} = 27\sqrt{3}.$$

$\Rightarrow$ d.- Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17. Cho $4^x + 4^{-x} = 2$ và biểu thức $A = \frac{4 - 2^x - 2^{-x}}{1 + 2^x + 2^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là tối giản. Tính giá trị của $2a - b$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 4^x + 4^{-x} = 2 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 4 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 4 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 2$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{4 - 2^x - 2^{-x}}{1 + 2^x + 2^{-x}} = \frac{4 - (2^x + 2^{-x})}{1 + (2^x + 2^{-x})} = \frac{4 - 2}{1 + 2} = \frac{2}{3} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}. \quad \text{Vậy } 2a - b = 2 \cdot 2 - 3 = 1.$$

Câu 18. Cho hàm số các số thực a, b, c thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 16$, $b^{\log_5 7} = 25$, $c^{\log_7 49} = \sqrt{7}$. Giá trị biểu thức $P = a^{(\log_2 5)^2} + b^{(\log_5 7)^2} + c^{(\log_7 49)^2}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= a^{(\log_2 5)^2} + b^{(\log_5 7)^2} + c^{(\log_7 49)^2} = \left(a^{\log_2 5}\right)^{\log_2 5} + \left(b^{\log_5 7}\right)^{\log_5 7} + \left(c^{\log_7 49}\right)^{\log_7 49} \\ &= 16^{\log_2 5} + 25^{\log_5 7} + \left(\sqrt{7}\right)^{\log_7 49} = \left(2^4\right)^{\log_2 5} + \left(5^2\right)^{\log_5 7} + \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_7 49} \\ &= \left(2^{\log_2 5}\right)^4 + \left(5^{\log_5 7}\right)^2 + \left(7^{\log_7 49}\right)^{\frac{1}{2}} = 5^4 + 7^2 + 49^{\frac{1}{2}} = 681. \end{aligned}$$

Vậy giá trị biểu thức $P = 681$.

Câu 19. Cho biết tính đến ngày 31 tháng 12 năm 2023, dân số nước ta có khoảng 99186471 người và người ta dự đoán tỷ lệ tăng dân số trong vòng 21 năm, từ năm 2020 đến năm 2040 là khoảng 0.99% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người?

Lời giải

Chọn năm 2023 làm mốc tính, số dân hàng tỉ lệ tăng dân số trong vòng 21, từ năm 2020 đến năm 2040 năm là khoảng 0.99% một năm, nên dân số nước ta sau N năm ($-3 \leq N \leq 17$) là:

$S_N = 99186471 \cdot (1 + 0.99\%)^N$ để dân số là 115 triệu người thì N phải thỏa mãn:

$$1150000000 = 99186471 \cdot (1 + 0.99\%)^N$$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{0.99}{100}\right)^N = \frac{115\,000\,000}{99\,186\,471} \Leftrightarrow N \cdot \ln(1.0099) = \ln\left(\frac{115\,000\,000}{99\,186\,471}\right)$$

$$\Leftrightarrow N = \frac{\ln\left(\frac{115\,000\,000}{99\,186\,471}\right)}{\ln(1.0099)} \approx 15,016 \approx 15$$

Như vậy sau 15 năm, tức là năm 2038 thì dân số nước ta ở mức khoảng 115 triệu người.

Câu 20. Thang đo Richté được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richté. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richté, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 8 độ Richté sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richté?

Lời giải

Với trận động đất 8 độ Richté.

$$8 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 8 = \log \frac{A}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A}{A_0} = 10^8 \Leftrightarrow A = 10^8 \cdot A_0.$$

Với trận động đất 5 độ Richté.

$$5 = \log A' - \log A_0 \Leftrightarrow 5 = \log \frac{A'}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A'}{A_0} = 10^5 \Leftrightarrow A' = 10^5 \cdot A_0.$$

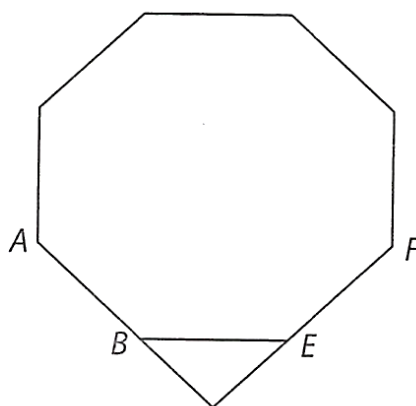
$$\text{Khi đó ta có tỉ lệ: } \frac{A}{A'} = \frac{10^8 \cdot A_0}{10^5 \cdot A_0} = 1000 \Leftrightarrow A = 1000 \cdot A'.$$

Vậy biên độ tối đa của một trận động đất 8 độ Richté sẽ lớn gấp 1000 lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richté.

Câu 21. Tháp Phước Duyên ở Chùa Thiên Mụ (Huế) cao bảy tầng, sàn của mỗi tầng đều là hình bát giác đều (như hình bên). Hỏi góc giữa hai cạnh AB và CD là bao nhiêu độ?



Lời giải



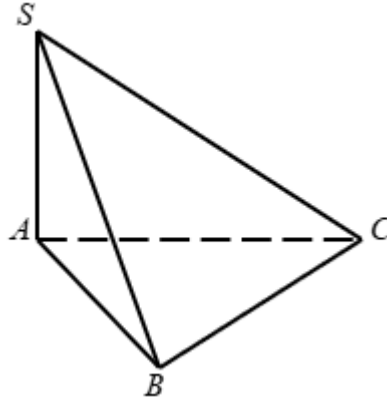
Hình 7.3

Ta có: $CD \parallel EF$ nên $(AB, CD) = (AB, EF)$, với AB , EF là hai cạnh của một hình bát giác đều.

Góc ngoài của một bát giác đều bằng $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ nên $(AB, EF) = 90^\circ$. Suy ra $(AB, CD) = 90^\circ$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2$, tam giác SAB vuông tại A , tam giác SBC vuông tại B , $SB = 4$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ (kết quả làm tròn đến chữ thập phân thứ hai).

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} AB \perp BC \\ SB \perp BC \\ AB \cap SB = B \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SA$$

Mà
$$\begin{cases} SA \perp AB \\ AB \cap BC = B \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$$

Do tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = 2$ nên $AB = BC = \sqrt{2}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} (\sqrt{2})^2 = 1.$$

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{16 - 2} = \sqrt{14}$$

Suy ra thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot 1 = \frac{\sqrt{14}}{3} \approx 1,25$.

----- **HẾT** -----