**Phiếu số 2:**

**CHỦ ĐỀ: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO**

**PHẦN 1. LÝ THUYẾT**

**I. TÓM TẮT KIẾN THỨC:**

**1. Định nghĩa**

Cho hai vectơ  và  đều khác vectơ  Tích vô hướng của  và  là một số, kí hiệu là  được xác định bởi công thức sau:

Trường hợp ít nhất một trong hai vectơ  và  bằng vectơ ta quy ước 

**Chú ý**

 Với  và  khác vectơ  ta có 

 Khi  tích vô hướng  được kí hiệu là  và số này được gọi là bình phương vô hướng của vectơ 

Ta có:

**2. Các tính chất của tích vô hướng**

Người ta chứng minh được các tính chất sau đây của tích vô hướng:

Với ba vectơ  bất kì và mọi số  ta có:

  (tính chất giao hoán);

  (tính chất phân phối);

 ;

 

***Nhận xét.*** Từ các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ ta suy ra:

 

 

 

**3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng**

Trên mặt phẳng tọa độ  cho hai vectơ  Khi đó tích vô hướng  là:



Nhận xét. Hai vectơ  đều khác vectơ  vuông góc với nhau khi và chỉ khi



**4. Ứng dụng**

**a) Độ dài của vectơ**

Độ dài của vectơ  được tính theo công thức: 

**b) Góc giữa hai vectơ**

Từ định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ ta suy ra nếu  và  đều khác  thì ta có



**c) Khoảng cách giữa hai điểm**

Khoảng cách giữa hai điểm  và  được tính theo công thức:



**PHẦN 2. VÍ DỤ ĐIỂN HÌNH**

**Ví dụ 1 .** Cho tam giác đều  cạnh a, tâm O. Hãy tính

1.  và .
2. .

**Lời giải**



1. .
.
2. Gọi  là trung điểm . Khi đó , ta có và 

  ( Vì  ).

**Ví du 2 .** Cho hình thang vuông  có . Goi  là trung điểm của . Biết , tính góc  tao bởi  và .

**Lời giải**

****

Do  là trung điểm của nên .

Nên ta có:





.

Măt khác goi  là trung điểm của . Ta có  là đường trung bình của hình thang . Nên .

Xét tam giác  vuông tai  ta có .

Ta có .

Do đó .

**Mở rộng:** Khi hoc sinh được hoc yề góc giữa 2 đường thẳng, yởi giả thiết như trên, hoc sinh sẽ tính được góc  cũng chính là góc giũa hai đường thẳng .

**Ví dụ 3.** Cho ; ; . Gọi .

1) Tính .

 2) Tính .

**Lời giải**

 1) Ta có: 

 .

 .

 2) 

 .

**Ví dụ 4:** Cho  có ,. Gọi  là chân đường phân giác trong góc .

1) Phân tích  theo  và .

2) Tính độ dài .

**Lời giải**



1) Theo tính chất của đường phân giác trong ta có

  

2) Ta có 

 .

**Ví dụ 5.** Cho hình vuông  tâm  cạnh  . Gọi  lần lượt là trung điểm  và  ,  thỏa mãn  .

1. Tính  và xác định số đo góc  .
2. Chứng minh rằng  vuông cân .

**Lời giải**

1. **Cách 1:** Ta có: , 

 





 .

**Cách 2:** 

 **.**

Ta có: **.**

 **.**

Ta có:  .

 .

 .

. Vậy số đo góc .

1. Ta có: 



 = = .

 .

Vậy tam giác  vuông cân tại .

**PHẦN 3. CỦNG CỐ.**

**A. BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**Bài 1. [Mức độ 1]** Trong mặt phẳng  cho . Tính tích vô hướng của 2 vectơ  và 

**Lời giải**

Ta có , suy ra .

**Bài 2. [Mức độ 1]** Trong mp  cho , , . Tính tích vô hướng của hai vectơ  và 

**Lời giải**

Ta có ; .

**Bài 3.** **[Mức độ 1]** Cho hai véctơ  thỏa mãn: . Gọi  là góc giữa hai véctơ . Tính số đo góc ?

**Lời giải**

 Ta có: 

 .

**Bài 4.** **[Mức độ 1]** Cho hai vecto , sao cho ,  và hai véc tơ ,  vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai véc tơ  và .

 **Lời giải**

Vì hai véc tơ ,  vuông góc với nhau nên



.

**Bài 6. [Mức độ 1]** Cho tam giác  cân tại , và . Tính tích vô hướng 

**Lời giải**

Ta có .

**Bài 7. [Mức độ 2]** Cho hình thang vuông có đáy lớn , đáy nhỏ đường cao . Tính tích vô hướng ****

**Lời giải**



Ta có.

Xét tam giác  vuông tại , có

 và .

.

**Bài 8.** **[Mức độ 2]** Cho bốn điểm *A*, *B*, *C*, *D* bất kì. Chứng minh rằng:

.(\*).

Từ đó suy ra một cách chứng minh định lí: Ba đường cao trong tam giác đồng qui.

**Lời giải**

Ta có: 

 

 .

a) Gọi H là giao của hai đường cao xuất phát từ đỉnh A, B.

Khi đó ta có  .

Từ đẳng thức (\*) ta cho điểm *D* trùng với điểm *H* ta được .

Suy ra  suy ra BH vuông góc với AC .

**Bài 9.** **[Mức độ 2]** Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để tam giác  vuông tại *A* là 

**Lời giải**

Ta có 

.

**Bài 10.** **[Mức độ 2]** Cho tứ giác . Chứng minh rằng hai đường chéo *AC* và *BD* vuông góc với nhau khi và chỉ khi

**Lời giải**

Ta có 





Do đó đường chéo *AC* và *BD* vuông góc với nhau khi và chỉ khi



**Bài 11.[Mức độ 2]**  Cho hình vuông  cạnh a. Gọi  thuộc cạnh  và  sao cho .

a) Chứng minh rằng  vuông góc với .

b) Giả sử  là điểm được xác định bởi  tìm hệ thức liên hệ của  và  để  vuông góc với .

**Lời giải**



a) Ta có ; ; Suy ra 

và 

Suy ra 

Vì  hình vuông nên . nDo đó 

Vậy CN vuông góc với DM.

b) Ta có ; 

Suy ra 

.

**B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** **[Mức độ 1]** Cho ,tích vô hướng bằng :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có .

**Câu 2.** **[Mức độ 1]** Cho ,tính bằng :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Vì  nên .

### **Câu 3. [Mức độ 1]** Cho hai véc tơ  và . Tích vô hướng của hai véc tơ bằng:

 **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

.**Lời giải**

Áp dụng công thức  ta được .

### **Câu 4 . [Mức độ 1]** Cho tam giác  đều có cạnh bằng . Mệnh đề nào sau đây đúng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có :  .

**Câu 5: [Mức độ 2]** Cho hai vectơ  và  thỏa mãn  và hai vectơ  và  vuông góc với nhau. Xác định góc  giữa hai vectơ  và 

**A.** **.** **B.** **.** **C.** **.** **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn B**

Ta có 



Suy ra .

**Câu 6: [Mức độ 2]** Cho hình thang vuông có đáy lớn , đáy nhỏ , đường cao ,  là trung điểm của . Khi đó  bằng :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Ta có nên chọn **B.**

**Câu 7. [Mức độ 2]** Cho hình vuông . Chọn đáp án đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  là vuông nên  vuông góc với , do đó .

**Câu 8. [Mức độ 3]** Cho tam giác  vuông tại , ,  là trung điểm của . Tính tích vô hướng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì tam giác  vuông tại  nên .

Ta có:



.

**Câu 9.** **[Mức độ 3]** Cho tam giác  có , , . Dựng điểm  sao cho, . Đặt . Tính 

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ 

Và 

Ta có hệ:. Suy ra .

**Câu 10.** **[Mức độ 4]** Cho tam giác đều  cạnh bằng . Gọi  là các điểm thỏa mãn , . Gọi  là giao điểm của  và . Tính diện tích của tam giác  theo ?

**A.** **. B.** **. C.** **. D.****.**

**Lời giải**

**Chọn A**



và do  nên từ  ta cũng có



-

Từ giả thiết ta có 



vuông tại .

.

.

Vậy .