

Bài 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Môn học: Toán; lớp: 12

Thời gian thực hiện: 3 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập xác định cho trước.
- Xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm trong những trường hợp đơn giản.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến giá trị lớn nhất và GTNN của hàm số.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị một số tình huống trong thực tế cần vận dụng tính GTLN, GTNN của hàm số để giải quyết.

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

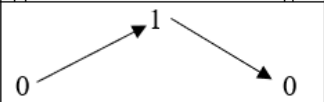
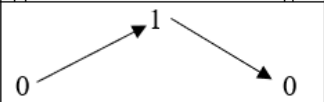
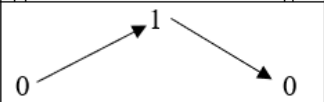
Bài học này dạy trong 03 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1. Định nghĩa
- + Tiết 2: Mục 2. Cách tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn
- + Tiết 3: Chữa bài tập cuối bài học.

Tiết 1. ĐỊNH NGHĨA

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG <i>(Hoạt động khởi động này chung cho cả bài)</i> Mục tiêu: Gọi động cơ, tạo tình huống xuất hiện bài toán cần vận dụng tính GTLN, GTNN trong thực tiễn. Nội dung: GV đưa ra tình huống trong thực tiễn là tìm cạnh của hình vuông bị cắt sao cho thể tích chiếc hộp là lớn nhất. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu: 3 phút - Yêu cầu HS: + Làm thế nào để tính thể tích hình hộp? + Khi nào thì thể tích hình hộp là lớn nhất? - Đặt vấn đề: Bài học này sẽ giúp em tính được GTLN, GTNN của một hàm số.	HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của phần này là để HS làm quen với một bài toán cần tính GTLN, GTNN trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Nhận biết được khái niệm GTLN, GTNN của hàm số. Nội dung: HS thực hiện HĐ1 để rút ra khái niệm GTLN, GTNN của hàm số. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
HĐ1 (10 phút) - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 2 phút và chọn một HS trình bày lời giải trong 1 phút. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả. - Sau khi HS thực hiện xong HĐ1, GV gọi mở để HS có thể nêu được khái niệm GTLN, GTNN của hàm số. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung Khung kiến thức và nêu chú ý cho HS.	Ta có: $M = f(3) = 3, m = f(1) = -1.$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	+ Đây là tình huống đơn giản cho HS nhớ lại khái niệm GTLN, GTNN của hàm số. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 1 (8 phút) GV cho HS hoạt động theo cặp trong 3 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.	+ Mục đích là hình thành kỹ năng xác định GTLN và GTNN của hàm số. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
GV có thể đặt cho HS những câu hỏi sau: + Ở lớp dưới, chúng ta thường tìm GTLN, GTNN của hàm số theo những cách nào? + Chúng ta có thể sử dụng bảng biến thiên để tìm GTLN, GTNN của hàm số không? - GV lưu ý HS cách viết kí hiệu GTLN, GTNN.		luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 2 (6 phút) GV cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	+ Mục đích là rèn luyện kĩ năng xác định GTLN và GTNN của hàm số. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 3 (7 phút) GV cho HS làm việc theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. Trong quá trình HS làm bài, GV có thể gợi ý bằng cách đặt các câu hỏi: + Công thức tính thể tích hình hộp là gì? + Nếu gọi độ dài cạnh hình vuông là x , thì ta có thể đưa về bài toán tìm GTLN của hàm số không?	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	+ Mục đích là giúp HS vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng vào giải quyết tình huống thực tế đặt ra ở đầu bài học. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố khả năng tìm GTLN, GTNN của hàm số. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1 để củng cố cách tìm GTLN, GTNN của hàm số. Sản phẩm: Lời giải của Luyện tập 1. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 1 (8 phút) GV chia lớp thành 4 nhóm để thực hiện Luyện tập 1, trình bày ra bảng phụ. + Nhóm 1, 2: làm ý a; + Nhóm 3, 4: làm ý b.	a) Tập xác định của hàm số là $[0;2]$. Ta có: $y' = \frac{2 - 2x}{2\sqrt{2x - x^2}} = \frac{1 - x}{\sqrt{2x - x^2}};$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$	+ Mục đích là rèn luyện kĩ năng xác định GTLN và GTNN của hàm số. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt																								
Sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết.	Lập bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[0;2]$: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y'</td><td> </td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td> </td></tr><tr><td>y</td><td colspan="4"></td></tr></table> Từ bảng biến thiên, ta được: $\min_{[0;2]} y = y(0) = y(2) = 0;$ $\max_{[0;2]} y = y(1) = 1.$ $y' = -1 - \frac{1}{(x-1)^2} < 0$ b) với mọi $x \in (1; +\infty)$. Tính các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(-x + \frac{1}{x-1} \right) = +\infty;$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + \frac{1}{x-1} \right) = -\infty.$ Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$: <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td> </td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td colspan="2"></td></tr></table> Từ bảng biến thiên, hàm số không có GTLN và GTNN trên khoảng $(1; +\infty)$.	x	0	1	2	y'		+	0	-		y					x	1	$+\infty$	y'		-	y			luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
x	0	1	2																							
y'		+	0	-																						
y																										
x	1	$+\infty$																								
y'		-																								
y																										
HS đôi khi nhầm lẫn giữa các khái niệm giá trị cực đại của hàm số và GTLN của hàm số; giá trị cực tiểu của hàm số và GTNN của hàm số, vì thế GV có thể dành thêm một chút thời gian cho thêm câu hỏi để HS củng cố các khái niệm trên. Tùy tình hình thực tế của mỗi lớp, GV có thể cho HS làm phiếu học tập số 1 trong phần	HS làm việc cá nhân. Câu 1. B. Câu 2. C. Câu 3. D. Câu 4. A.																									

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Phụ lục. HS làm việc cá nhân, sau đó GV mời từng HS đưa ra đáp án của mỗi câu.		
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i> - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Định nghĩa GTLN, GTNN của hàm số. - Giao cho HS làm bài tập 1.10 trong SGK: Xác định GTLN và GTNN của hàm số. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 2. CÁCH TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT ĐOẠN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC <i>Mục tiêu:</i> Xác định GTLN và GTNN của hàm số trên một đoạn. <i>Nội dung:</i> HS thực hiện HĐ2 làm quen với các bước tìm GTLN, GTNN của hàm số. <i>Sản phẩm:</i> Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ. <i>Tổ chức thực hiện:</i> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
HĐ2 (13 phút) - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó chọn một HS đại diện phát biểu; các HS khác lắng nghe, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. - Từ hoạt động 3, GV gợi mở cho HS đưa ra các bước tìm GTLN và GTNN của hàm số. - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	a) Ta có: $\max_{[-1;2]} f(x) = f(0) = f(2) = 1,$ $\min_{[-1;2]} f(x) = f(-1) = -2.$ b) Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ $x = \frac{4}{3}.$ hoặc c) Ta có: $f(-1) = -2; f(2) = 1, f(0) = 1,$ $f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{-5}{27}.$ Ta thấy $\max_{[-1;2]} f(x) = f(0) = f(2) = 1,$ $\min_{[-1;2]} f(x) = f(-1) = -2.$ - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	+ Mục đích là để HS làm quen với các bước xét tìm GTLN, GTNN của hàm số. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 4 (7 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS lên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là giúp HS hình thành kỹ năng xác định GTLN và GTNN của hàm số trên một đoạn.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 5 (7 phút) - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS lên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. - Yêu cầu HS: + Nhắc lại công thức tính đạo hàm của hàm số lượng giác. + Nhắc lại các bước tìm GTLN và GTNN của hàm số.	HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là giúp HS rèn luyện kỹ năng xác định GTLN và GTNN của hàm số trên một đoạn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố cách tìm GTLN, GTNN của hàm số. Nội dung: HS thực hiện bài Luyện tập 2. Sản phẩm: Lời giải của Luyện tập 2. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (10 phút) GV chia lớp thành 4 nhóm thực hiện Luyện tập 2. + Nhóm 1, 2: làm ý a; + Nhóm 3, 4: làm ý b. Các nhóm trình bày ra bảng phụ sau đó sẽ lên trình bày trước lớp, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết.	a) Ta có: $y' = 6x^2 - 6x + 5 > 0$ với mọi giá trị x . Ta có: $y(0) = 2; y(2) = 16$. $\max_{x \in [0;2]} y = y(2) = 16$; Do đó: $\min_{x \in [0;2]} y = y(0) = 2$. b) Ta có: $y' = -xe^{-x}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. $y(0) = 1; y(-1) = 0; y(1) = 2e^{-1}$. $\max_{x \in [-1;1]} y = y(0) = 1$; Do đó: $\min_{x \in [-1;1]} y = y(-1) = 0$.	+ Mục đích của ví dụ này là rèn luyện kỹ năng xác định GTLN và GTNN của hàm số trên một đoạn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế đặt ra ở đầu bài học. Nội dung: HS thực hiện bài Vận dụng. Sản phẩm: Lời giải của Vận dụng. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng (5 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS lên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	a) Ta cần tìm GTLN của $N(t)$. Ta có: $N'(t) = -3t^2 + 24t = -3t(t - 8)$; $N'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 8$.	+ Mục đích là vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
GV có thể đặt câu hỏi cho HS: + Việc đi tìm số người tối đa bị nhiễm bệnh có liên quan gì tới GTLN của hàm số không? + Việc tìm thời điểm virus lây lan nhanh nhất có liên quan gì tới GTLN, GTNN của hàm số không?	Ta có: $N(0)=0; N(8)=256;$ $N(12)=0.$ Do đó số người tối đa bị nhiễm bệnh là 256 người. b) Ta cần tìm t để $N'(t)$ lớn nhất. Ta có: $N''(t) = -6t + 24 = -6(t - 4);$ $N''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4.$ Ta có: $N'(0) = 0; N'(4) = 48;$ $N'(12) = -144.$ Do đó virus lây lan nhanh nhất ở tuần thứ 4.	hiểu thực tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Cách xét tìm GTLN, GTNN của hàm số.
- Giao cho HS làm bài tập trong SGK:

Xác định GTLN và GTNN của hàm số: Bài tập 1.11, 1.12.

Vận dụng cách tìm GTLN và GTNN của hàm số để giải quyết các bài toán thực tiễn: Bài 1.13, 1.14, 1.15.

- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 3. CHỮA BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Củng cố lại khái niệm và các bước tìm GTLN, GTNN của hàm số. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (5 phút) - GV phát phiếu học tập cho HS. - GV cho HS hoạt động theo cặp trong 5 phút để hoàn thành phiếu học tập số 2, sau đó gọi HS trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện phiếu học tập số 2.	- Mục đích của phiếu học tập số 2 là để HS củng cố lại các kiến thức về GTLN, GTNN của hàm số. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố cho HS cách xét tính đơn điệu của hàm số. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.10 ý a, c, Bài 1.11 ý b, d (13 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài 1.10 và 1.11 và ghi bài.	+ Mục đích của các bài tập này là rèn luyện cho HS cách tìm GTLN, GTNN của hàm số. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài 1.12. (12 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài 1.12 và ghi bài.	+ Mục đích của bài này là rèn luyện cho HS cách tìm GTLN, GTNN của hàm số. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.14 (10 phút) GV cho HS hoạt động theo bàn trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. + Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).	HS thực hiện bài 1.14 và ghi bài.	+ Mục đích của bài này là để HS vận dụng tổng hợp các kiến thức để giải quyết tình huống thực tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

(iii) GTNN của hàm số là -3 .

(iv) Hàm số có hai cực trị.

Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định trên?

A. 2.

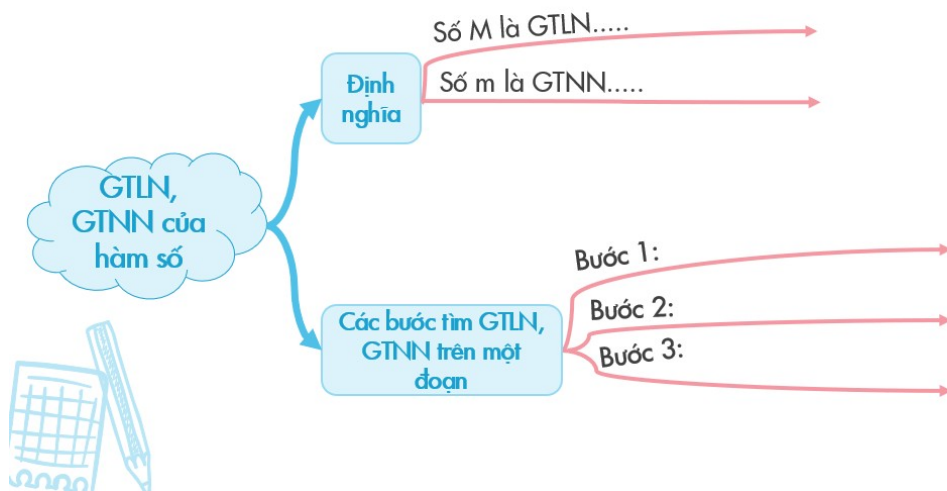
B. 1.

C. 4.

D. 3.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Hoàn thành sơ đồ tư duy sau:



HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

1.10. a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Ta có: $y' = -2x + 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	7	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có:

Hàm số có GTLN là 7 tại $x = 2$. Hàm số không có GTNN trên $\mathbb{R}$.

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \frac{4}{3}$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1		$-\frac{5}{27}$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có: $\min_{[0;+\infty)} y = y\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{5}{27}$. Hàm số không có GTLN trên $[0; +\infty)$.

c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{(2x-2)(x-1) - (x^2-2x+3)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{2}$ hoặc $x = 1 + \sqrt{2}$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	1	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	$-\infty$	$+\infty$	$2\sqrt{2}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có: $\min_{(1;+\infty)} y = y(1+\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$. Hàm số không có GTLN trên $(1; +\infty)$.

d) Tập xác định của hàm số là $[0; 2]$.

Ta có: $y' = \frac{4-4x}{2\sqrt{4x-2x^2}} = \frac{2-2x}{\sqrt{4x-2x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	0	1	2
y'	+	0 -	
y	0	$\sqrt{2}$	0

Từ bảng biến thiên, ta có:

Hàm số đạt GTLN là $\sqrt{2}$ tại $x = 1$.

Hàm số đạt GTNN là 0 tại $x = 0$ và $x = 2$.

1.11. a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			3			2		$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có:

Hàm số đạt giá trị GTNN là 2 tại $x = \pm 1$.

Hàm số không có GTLN trên $\mathbb{R}$.

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = e^{-x} - xe^{-x}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y		$\frac{1}{e}$	

Diagram illustrating the behavior of the function y as x approaches $-\infty$ and $+\infty$. The function y is positive for $x < 1$ and negative for $x > 1$. The function has a horizontal asymptote at $y = \frac{1}{e}$ as $x \rightarrow -\infty$ and a vertical asymptote at $x = 1$ where $y \rightarrow 0$.

Từ bảng biến thiên, ta có:

Hàm số đạt GTLN là $\frac{1}{e}$ tại $x = 1$.

Hàm số không có GTNN trên $\mathbb{R}$.

c) Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.

Ta có: $y' = \ln x + 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$.

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'	-	0	$+$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{e}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta được: $\min_{(0; +\infty)} y = y\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$;

Hàm số không có GTLN trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) Tập xác định của hàm số là $[1; 3]$.

Ta có: $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 2.$

Ta có: $y(1) = \sqrt{2}; y(2) = 2; y(3) = \sqrt{2}.$

Do đó: $\max_{[1;3]} y = y(2) = 2; \min_{[1;3]} y = y(1) = y(3) = \sqrt{2}.$

1.12. a) $\max_{[-1;2]} y = y(-1) = y(2) = 7; \min_{[-1;2]} y = y(1) = -1.$

b) $\max_{[0;3]} y = y(3) = 56; \min_{[0;3]} y = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \right) = -\frac{1}{4}.$

c) $\max_{[0;\pi]} y = y\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}; \min_{[0;\pi]} y = \left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}.$

d) $\max_{x \in [0;1]} y = y(0) = y(1) = 0; \min_{x \in [0;1]} y = y\left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) \approx -0,44.$

1.13. Diện tích của hình chữ nhật lớn nhất khi chiều dài của hình chữ nhật là 6 cm, tức là hình chữ nhật trở thành hình vuông có độ dài cạnh 6 cm.

1.14. Diện tích bề mặt của chiếc hộp là $4xh + x^2 = 108$, khi đó $h = \frac{108 - x^2}{4x}, 0 < x < \sqrt{108}.$

Thể tích của chiếc hộp là $V = x^2 h = \frac{1}{4} x (108 - x^2) = -\frac{1}{4} x^3 + 27x.$

Với $x = 6$ cm, $h = 3$ cm thì thể tích của chiếc hộp là lớn nhất.

1.15. Gọi R là bán kính đáy của hình trụ. Tổng chi phí vật liệu để sản xuất một bình là:

$S = 2\pi R^2 \cdot 1,2 + \frac{2\,000}{R} \cdot 0,75$
(nghìn đồng).

Chi phí vật liệu sản xuất nhỏ nhất khi $R = \sqrt[3]{\frac{1\,500}{4,8\pi}}.$