

CHƯƠNG II. ĐƯỜNG TRÒN
BÀI 1. SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN.
TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đường tròn

Tập hợp các điểm cách điểm O cố định một khoảng bằng R không đổi ($R > 0$) là đường tròn tâm O có bán kính R .

Ký hiệu: (O) hoặc $(O; R)$.

2. Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn $(O; R)$

Vị trí tương đối	hức thức
M nằm trên đường tròn (O)	$OM = R$
M nằm trong đường tròn (O)	$OM < R$
M nằm ngoài đường tròn (O)	$OM > R$

3. Định lý (về sự xác định một đường tròn)

- Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.
- Đường tròn đi qua ba đỉnh của một tam giác gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao điểm ba đường trung trực của tam giác đó,

4. Tính chất đối xứng của đường tròn

Đường tròn là hình có tâm đối xứng và trục đối xứng.

- Tâm đối xứng là tâm đường tròn;
- Trục đối xứng là bất kì đường kính nào của đường tròn.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh các điểm cho trước cùng nằm trên một đường tròn

Phương pháp giải: Ta có các cách sau:

Cách 1. Chứng minh các điểm cho trước cùng cách đều một điểm nào đó.

Cách 2. Dùng định lý: "Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông".

1A. Chứng minh các định lý sau:

- Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm cạnh huyền của tam giác đó.
- Nêu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

1B. Cho tam giác ABC có các đường cao BD, CE . Chứng minh bốn điểm $B, E, D,$

1.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

C cùng nằm trên một đường tròn. Chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

2A. Cho tam giác ABC có đường cao AD và trực tâm H . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của HA, HB . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, AC . Chứng minh:

a) Bốn điểm E, F, I, K cùng thuộc một đường tròn;

b) Điểm D cũng thuộc đường tròn đi qua bốn điểm E, F, I, K .

2B. Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh M, N, P, Q cùng nằm trên một đường tròn.

3A. Cho hình thoi $ABCD$. Đường trung trực của cạnh AB cắt BD tại E và cắt AC tại F . Chứng minh E, F lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và ABD .

3B. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh AB cố định. Gọi O là trung điểm của AB , P là giao điểm của CO và BD . Chứng minh P chạy trên một đường tròn khi C, D thay đổi.

Dạng 2. Xác định vị trí tương đối của một điểm đối với một đường tròn

Phương pháp giải. Muốn xác định vị trí của điểm M đối với đường tròn $(O; R)$ ta so sánh khoảng cách OM với bán kính R theo bảng sau:

Vị trí tương đối	Hệ thức
M nằm trên đường tròn (O)	$OM = R$
M nằm trong đường tròn (O)	$OM < R$
M nằm ngoài đường tròn (O)	$OM > R$

4A. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a , các đường cao là BM và CN . Gọi O là trung điểm cạnh BC .

a) Chứng minh B, C, M, N cùng thuộc đường tròn tâm O .

b) Gọi G là giao điểm của BM và CN . Chứng minh điểm G nằm trong, điểm A nằm ngoài đối với đường tròn đường kính BC .

4B. Cho đường tròn (O) , đường kính $AD = 2R$. Vẽ cung tròn tâm D bán kính R , cung này cắt (O) ở B và C .

a) Tứ giác $OBDC$ là hình gì? Vì sao?

b) Tính số đo các góc $\widehat{EBD}, \widehat{EBO}, \widehat{EBA}$.

c) Chứng minh tam giác ABC là tam giác đều.

Dạng 3. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác và số đo các góc liên quan

Phương pháp giải: Ta có thể sử dụng một trong các cách sau:

Cách 1. Sử dụng tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông,

Cách 2. Dùng định lý Pytago trong tam giác vuông.

2. Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

Cách 3. Dùng hệ thức lượng về cạnh và góc trong tam giác vuông.

5A. Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB = 5\text{ cm}$, $AC = 12\text{ cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

5B. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 2 cm . Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

6A. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 9\text{ cm}$, $BC = 12\text{ cm}$. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trên một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

6B. Cho góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và điểm B nằm trên tia Ax sao cho $AB = 3\text{ cm}$.

a) Vẽ đường tròn (O) đi qua A và B sao cho tâm O nằm trên tia Ay .

b) Tính bán kính đường tròn (O) .

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

7. Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao $AH = 2\text{ cm}$, $BC = 8\text{ cm}$. Đường vuông góc với AC tại C cắt đường thẳng AH ở D .

a) Chứng minh các điểm B, C cùng thuộc đường tròn đường kính AD .

b) Tính độ dài đoạn thẳng AD .

8. Cho tam giác nhọn ABC . Vẽ đường tròn (O) có đường kính BC , cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự D, E .

a) Chứng minh $CD \perp AB$ và $BE \perp AC$.

b) Gọi K là giao điểm của BE và CD . Chứng minh $AK \perp BC$.

9. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Điểm C di động trên đường tròn, H là hình chiếu của C trên AB . Trên OC lấy M sao cho $OM = OH$.

a) Hỏi điểm M chạy trên đường nào?

b) Trên tia BC lấy điểm D sao cho $CD = CB$. Hỏi điểm D chạy trên đường nào?

10. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Gọi E là giao điểm CM và DN .

a) Tính số đo góc CEN .

b) Chứng minh A, D, E, M cùng thuộc một đường tròn.

c) Xác định tâm của đường tròn đi qua ba điểm B, D, E .

CHƯƠNG II. ĐƯỜNG TRÒN

BÀI 1. SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN.

TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

1A. a) Giả sử $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi O là trung điểm của BC

$\Rightarrow OA = OB = OC \Rightarrow O$ là tâm đường tròn đi qua A, B, C

$$OA = OB = OC \Rightarrow OA = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \triangle ABC$$

b) Ta có vuông tại A

1B. Đường tròn (O) ngoại tiếp $\triangle ABC$ với BC là đường kính. Gọi O là trung điểm

$$\left(O; \frac{BC}{2}\right)$$

của BC . Chứng minh B, C, D, E nằm trên

2A. a) Chứng minh $IFEK$ là hình bình hành

3. Đường tụy gần không đi sẽ không đến - Việc tụy nhỏ không làm sẽ không nên



có tâm O. Chứng minh $IK \perp KE \Rightarrow IFEK$
là hình chữ nhật $\Rightarrow I, F, E, K$ cùng thuộc $(O;OI)$

b) Ta có $\angle IDE = 90^\circ \Rightarrow$ tam giác IDE
vuông tại D.

Chứng minh rằng $KD \perp DF \Rightarrow \Delta KDF$
vuông

2B. Ta có MNPQ là hình chữ nhật tâm O
 $\Rightarrow M, N, P, Q$ cùng thuộc $(O;OM)$

3A. Tính chất: Trong hình thoi, đường chéo này là trung trực của hai cạnh AB và AC. Nên E là tâm đường tròn ngoại tiếp của ΔABC . Tương tự, F là tâm đường tròn ngoại tiếp của ΔABD

3B. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo của hình thoi. Chứng minh P là trọng tâm của ΔABC

$PQ \parallel AI \Rightarrow BQ = \frac{2}{3}AB \Rightarrow Q$
Kẻ

Cố định $\Rightarrow P$ thuộc đường tròn đường kính QB

4A. a) Ta có

$$\angle BNC = 90^\circ \Rightarrow N \in \left(O; \frac{BC}{2} \right)$$

$$\angle BMC = 90^\circ \Rightarrow M \in \left(O; \frac{BC}{2} \right)$$

$\Rightarrow B, C, M, N$

Cùng thuộc đường tròn tâm $\left(O; \frac{BC}{2} \right)$

b) ΔABC đều có G là trực tâm đồng thời là trọng tâm.

ΔAOB vuông tại O có $R = ON = \frac{a}{2}$

$$OA = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} > R$$

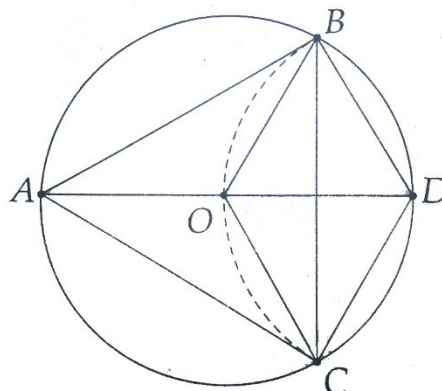
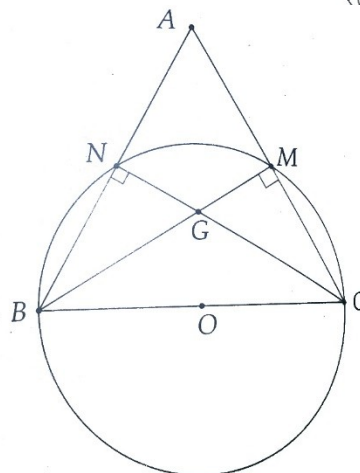
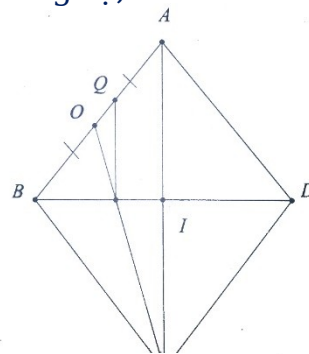
Ta có
 $\Rightarrow A$ nằm ngoài (O)

$$OG = \frac{1}{3}OA = \frac{a\sqrt{3}}{6} < R$$

Ta có
 $\Rightarrow G$ nằm ngoài (O)

4B. a) HS Tự chứng minh

b) Tính được $\angle EBO = \angle EBD = \angle ABO = 30^\circ$



4. Đường tụy gần không đi sẽ không đến-Việc tụy nhỏ không làm sẽ không nên

Chứng minh $\triangle ABC$ cân tại A có $\angle ABC = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều

5A. Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ABC, ta có $BC=13\text{cm} \Rightarrow R=6,5\text{cm}$

5B. Gọi O là giao 3 đường trung trực của $\triangle ABC$. Khi đó O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Gọi H là giao điểm của AO và BC. Ta có : $AH = \sqrt{3}\text{ cm}$;

$$OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$$

6A. Gọi O là giao điểm của AC và BD, Ta có:

$OA=OB=OC=OD \Rightarrow A,B,C,D$ cùng thuộc $(O;R=7,5\text{cm})$

6B. a) Dựng đường thẳng d là trung trực của AB, d cắt tia Ay tại O suy ra $(O;OA)$ là đường tròn cần dựng.

HS tự chứng minh

$$OA = \frac{3\sqrt{2}}{3}\text{cm}$$

b) Tính được

7. a) Ta có $\angle ACD = 90^\circ \Rightarrow C$ thuộc Đường tròn đường kính AD.

Chứng minh $\angle ABD = 90^\circ \Rightarrow B$ thuộc đường tròn đường kính AD $\Rightarrow B,C$ cùng thuộc đường tròn đường kính AD

b) Tính được $AD=10\text{cm}$

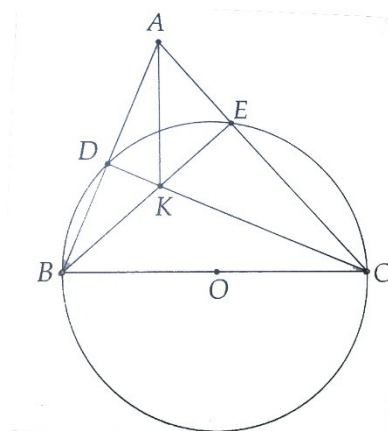
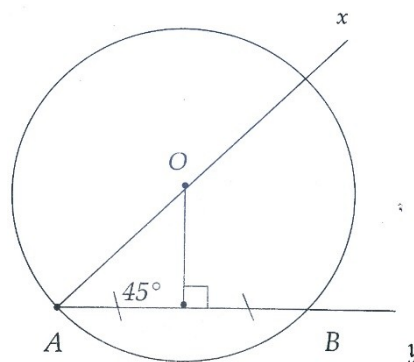
8. a) Có O là trung điểm của BC.

$$\text{Mà } D \in \left(O; \frac{1}{2}BC\right) \Rightarrow OB=OD=OC$$

$\Rightarrow \triangle BDC$ vuông tại D $\Rightarrow CD \perp AB$

Tương tự $BE \perp AC$

b) Xét $\triangle ABC$ có K là trực tâm $\Rightarrow AK \perp BC$



9. a) Gọi EF là đường kính

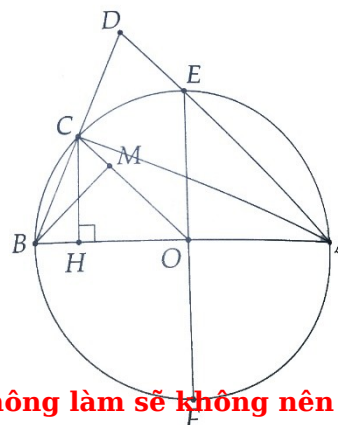
$$\left(O; \frac{AB}{2}\right) \text{ sao cho } EF \perp AB$$

Xét trường hợp C chạy trên nửa đường tròn $\widehat{EBF}$

Chứng minh

$$\triangle OMB = \triangle OHC \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \angle OMB = \angle OHC = 90^\circ$$



5.Đường tụy gần không đi sẽ không đến-Việc tụy nhỏ không làm sẽ không nên

Vậy M chạy trên đường tròn đường kính OB

Chúng minh tương tự khi C chạy trên nửa đường tròn đường kính OA.

b) Chứng minh $\triangle ADB$ cân tại A

$\Rightarrow AD=AB$ nên D chạy trên (A;AB)

10. a) Chứng minh $\triangle CMB = \triangle DNC \Rightarrow \angle NCE = \angle CDN$

Từ đó chúng minh được $\angle EN = 90^\circ$

b) Ta có A,D,E,M cùng thuộc đường tròn đường kính DM

c) Gọi I là trung điểm của CD, chứng minh AI song song với MC

$\Rightarrow \triangle ADE$ cân tại A

$\Rightarrow B,E,D$ cùng thuộc (A;AB)

