|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH VĨNH PHÚC**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**  **Năm học 2022 – 2023**  **MÔN THI: TOÁN (Chuyên)**  **Thời gian làm bài 150 phút** |

**Bài 1 (3,5điểm)**

1. Giải phương trình: 
2. Giải phương trình: .
3. Giải hệ phương trình: 

**Bài 2 (1,5điểm)**

1. Tìm tất cả các số nguyên tố p và q thỏa mãn  là một số chính phương.
2. Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho tồn tại các số tự nhiên  thảo mãn 

**Bài 3 (1,0điểm)**

Cho các số thực dương  thảo mãn điều kiện .

1. Chứng minh rằng: .
2. Chứng minh rằng: .

**Bài 4 (3,0điểm)**

Cho tư giác nội tiếp đường tròn sao cho các tia và cắt nhau tại điểm , hai tia và  cắt nhau tai điểm . Gọi lần lượt là trung điểm của . Đường phân giác của góc  và  cắt nhau tại điểm . Gọi là hình chiếu vuông góc của trên đường thẳng .

1. Chứng minh rằng và 
2. Chứng minh rằng và 
3. Gọi M là trung điểm của hai đường thẳng EK và BC, N là giao điểm hai đường thẳng FK và AB. Chứng minh rằng .

**Bài 5 (1,0 điểm)**

Thầy Hùng viết các số nguyên 1, 2, 3,....,2021, 2022 lên bảng. Thầy Hùng xóa đi 1010 số bất kỳ trên bảng. Chứng minh rằng trong các số còn lại trên bảng luôn tìm được.

1. 3 số có tổng bình phương là hợp số.
2. 504 số có tổng bình phương chia hết cho 4.

-------HẾT-------

**ĐÁP ÁN CHI TIẾT**

**Bài 1 (3,5điểm)**

1. Giải phương trình: 
2. Giải phương trình: .
3. Giải hệ phương trình: 

**Lời giải**

1. Nhận xét x=0 không là nghiệm của phương trình. Do đó phương trình tương đương:











Vậy tập nghiệm của phương trình 

1. Điều kiện: 

Đặt  ta có: .

Suy ra .

Với t = 4, ta có: . Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwars, ta có:



Đẳng thức xảy ra khi (thỏa mãn)

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = 1.

1. Với y = 0,phương trình thứ nhất trở thành:

Thử lại thấy thõa mãn.

Do đó là một nghiệm của hệ phương trình.

Xét ta có:



Đặt và ; ta có hệ phương trình:

hoặc 

Với  ta có: hoặc 

Vớita có: hoặc 

Vậy hệ phương trình đã cho có 6 nghiệm:



**Bài 2 (1,5điểm)**

1. Tìm tất cả các số nguyên tố p và q thỏa mãn  là một số chính phương.
2. Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho tồn tại các số tự nhiên  thảo mãn 

**Lời giải**

1. Giả sử với .

Ta có: 

.

Trường hợp 1:

Ta có:  Suy ra

hoặc 

Từ đay tìm ra được:

Trường hợp 2:

Ta có:  Suy ra

vô lí

Trường hợp 3:

Ta có:  Suy ra

vô lí

Vậycặp giá trị duy nhất cần tìm.

1. Ta có: 



Do nên 

Ta có: 

Suy ra: do đó hoặc 

Từ đây ta được hoặc .

Nếu , ta có: Khi đó (loại) hoặc (nhận).

Nếu , ta có: Khi đó (nhận) hoặc (nhận).

Nếu , ta có: 

Tóm lại hoặc là tất cả các giá trị cân tìm.

**Bài 3 (1,0điểm)**

Cho các số thực dương  thảo mãn điều kiện .

1. Chứng minh rằng: .
2. Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

1. Ta có: 

Mà nên: .

1. Ta có: 

.

Viết hai bất đẳng thức tương tự rồi cộng lại ta được:



Áp dụng bất đẳng thức AG-MG, ta được:



Từ đây ta suy ra điều phải chứng minh.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

**Bài 4 (3,0điểm)**

Cho tư giác nội tiếp đường tròn sao cho các tia và cắt nhau tại điểm , hai tia và  cắt nhau tai điểm . Gọi lần lượt là trung điểm của . Đường phân giác của góc  và  cắt nhau tại điểm . Gọi là hình chiếu vuông góc của trên đường thẳng .

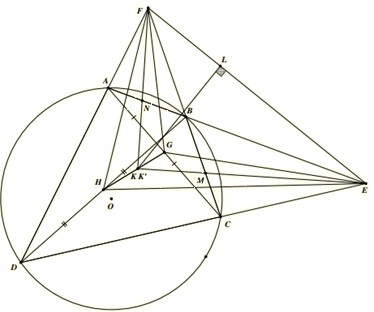
1. Chứng minh rằng và 
2. Chứng minh rằng và 
3. Gọi M là trung điểm của hai đường thẳng EK và BC, N là giao điểm hai đường thẳng FK và AB. Chứng minh rằng .

**Lời giải**

1. Vì ABCD là tứ giác nội tiếp nên



Bằng các phép biên đổi góc ta có







Do đó là tam giác vuông tại , có KL là đường cao nên theo hệ thức lượng ta được suy ra vậy bài toán được chứng minh.

1. Ta có (g.g) vì có chung, .

Mà là trung tuyến của nên .

Suy ra và Tương tự ta được 

Do đó  Suy ra . Vậy bài toán được chứng minh.

1. Theo b) ta được là phân giác . Tương tự ta được là phân giác . Gọi K’ là giao của với. Theo tính chất phân đường phân giác ta có



Suy ra FK’ là phân giác . Do đó K trùng K’. Nên H, K, G thẳng hàng.

Vì EK là phân giác nên theo tính chất đường phân giác kết hợp với phương tích, ta được



Tương tự ta được suy ra .Vậy bài toán được chứng minh.

**Bài 5 (1,0 điểm)**

Thầy Hùng viết các số nguyên 1, 2, 3,....,2021, 2022 lên bảng. Thầy Hùng xóa đi 1010 số bất kỳ trên bảng. Chứng minh rằng trong các số còn lại trên bảng luôn tìm được.

1. 3 số có tổng bình phương là hợp số.
2. 504 số có tổng bình phương chia hết cho 4.

**Lời giải**

1. Từ 1, 2, 3,..., 2021, 2022 có 1011 số chẵn và 1011 số lẽ. Khi xóa 1010 số bất kỳ thì trên bảng luôn còn ít nhất một số chẵn. + Nếu xóa đi 1010 số lẽ thì trên bảng còn 1011 số chẵn. Chọn 3 số chẵn này được tổng bình phương là một số chẵn. + Nếu số số lẻ được xóa nhỏ hơn 1010 thì luôn tồn một số chẵn và ít nhất hai số lẻ còn lại sẽ tổng bình phương là một số chẵn. Các tổng bình phương này lớn hơn 2 và chia hết cho 2 nên là hợp số. b) Các số chính phương lẻ chia 4 luôn dư 1. Các số chính phương chẵn luôn chia hết cho 4. Hơn nữa tổng bình phương của 504 số lẻ luôn chia hết cho 4. Sau khi xóa 1010 số thì trên bảng còn lại 1012 số. + Nếu có 504 số lẻ thì suy ra đều phải chứng minh. + Nếu có ít hơn 504 số lẻ thì có ít nhất 506 số chẵn. Chọn ra 504 số chẵn bất kỳ từ 506 số chẵn này ta được điều phải chứng minh.

**……………………………………………..**