

Môn thi: TOÁN LỚP 9 - BẢNG AThời gian làm bài: 150 phút**Câu 1. (4,5 điểm):**a) Cho hàm số $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2010}$ Tính $f(a)$ tại $a = \sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}}$ b) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y)$ **Câu 2. (4,5 điểm):**a) Giải phương trình: $x^2 = \sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{x^2 - x}$ b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 \\ \frac{2}{xy} - \frac{1}{z^2} = 4 \end{cases}$$
Câu 3. (3,0 điểm):Cho $x; y; z$ là các số thực dương thoả mãn: $xyz = 1$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A = \frac{1}{x^3 + y^3 + 1} + \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} + \frac{1}{z^3 + x^3 + 1}$$

Câu 4. (5,5 điểm):

Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Từ một điểm C thay đổi trên tia đối của tia AB. Vẽ các tiếp tuyến CD; CE với đường tròn tâm O (D; E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O'). Hai đường thẳng AD và AE cắt đường tròn tâm O' lần lượt tại M và N (M và N khác với điểm A). Đường thẳng DE cắt MN tại I. Chứng minh rằng:

a) $MI \cdot BE = BI \cdot AE$

b) Khi điểm C thay đổi thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. (2,5 điểm):

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến AD. Điểm M di động trên đoạn AD. Gọi N và P lần lượt là hình chiếu của điểm M trên AB và AC. Vẽ $NH \perp PD$ tại H. Xác định vị trí của điểm M để tam giác AHB có diện tích lớn nhất.

- - - Hết - - -

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

**SỞ GD&ĐT NGHỆ AN KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010**

HƯỚNG DẪN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC

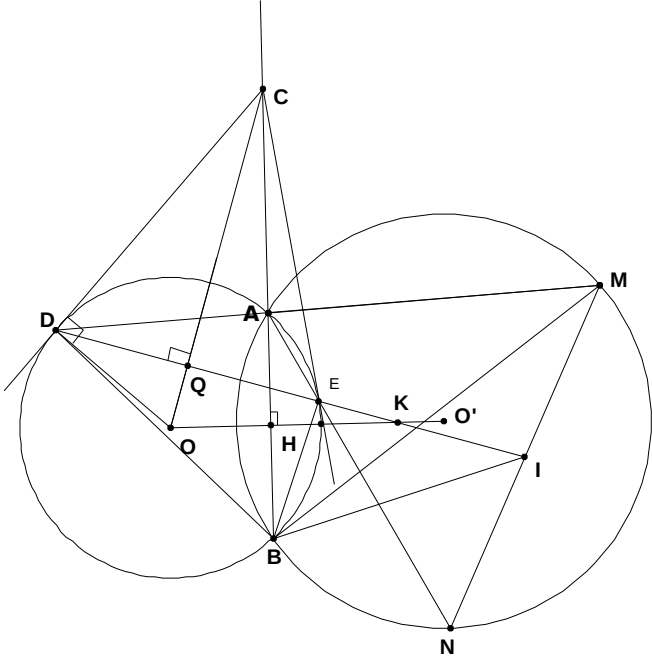
(Hướng dẫn và biểu điểm chấm gồm **04** trang)

Môn: TOÁN - BẢNG A

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1, (4,5đ)	a) (2,0đ)	$a = \sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}}$ $\Rightarrow a^3 = 32 + 3\sqrt[3]{(16 - 8\sqrt{5})(16 + 8\sqrt{5})} \cdot (\sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}})$	0,5
		$\Rightarrow a^3 = 32 + 3 \cdot (-4) \cdot a$	0,5
		$\Rightarrow a^3 = 32 - 12a$	0,25
		$\Rightarrow a^3 + 12a - 32 = 0$	0,25
		$\Rightarrow a^3 + 12a - 31 = 1$	0,25
		$\Rightarrow f(a) = 1^{2010} = 1$	0,25
	b) (2,5đ)	$5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y) \quad (1)$	
		$\Rightarrow 7(x + 2y) : 5 \Rightarrow (x + 2y) : 5$	0,25
		Đặt $x + 2y = 5t \quad (2) \quad (t \in \mathbb{Z})$	0,25
		(1) trở thành $x^2 + xy + y^2 = 7t \quad (3)$	0,25
		Từ (2) $\Rightarrow x = 5t - 2y$ thay vào (3) ta được	
		$3y^2 - 15ty + 25t^2 - 7t = 0 \quad (*)$	0,25
		$\Delta = 84t - 75t^2$ Để (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 84t - 75t^2 \geq 0$ $\Leftrightarrow 0 \leq t \leq \frac{28}{25}$	0,25
		Vì $t \in \mathbb{Z} \Rightarrow t = 0$ hoặc $t = 1$	0,25
		Thay vào (*)	0,25
		Với $t = 0 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$	0,25
		Với $t = 1 \Rightarrow \begin{cases} y_2 = 3 \Rightarrow x_2 = -1 \\ y_3 = 2 \Rightarrow x_3 = 1 \end{cases}$	0,25
			0,25
2, (4,5đ)	a) (2,5đ)	ĐK $x = 0$ hoặc $x \geq 1$	0,25
		Với $x = 0$ thỏa mãn phương trình	0,25
		Với $x \geq 1$ Ta có $\sqrt{x^3 - x^2} = \sqrt{x^2(x - 1)} \leq \frac{1}{2}(x^2 + x - 1)$	0,5
		$\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{1(x^2 - x)} \leq \frac{1}{2}(x^2 - x + 1)$	0,5

		$\Rightarrow \sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{x^2 - x} \leq x^2$	0,25
		Dấu "=" Xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x - 1 \\ x^2 - x = 1 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x - 1 \\ x^2 = x + 1 \end{cases} \Rightarrow x + 1 = x - 1$ Vô lý	0,25
		Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 0$	0,25
	b) (2,0đ)	(I) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 & (1) \\ \frac{2}{xy} - \frac{1}{z^2} = 4 & (2) \end{cases}$ ĐK $x; y; z \neq 0$	0,25
		Từ (1) $\Rightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{2}{xy} + \frac{2}{xz} + \frac{2}{yz} = 4$	0,25
		Thế vào (2) ta được: $\frac{2}{xy} - \frac{1}{z^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{2}{xy} + \frac{2}{xz} + \frac{2}{yz}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{z^2} + \frac{2}{xz} + \frac{2}{yz} = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (\frac{1}{x^2} + \frac{2}{xz} + \frac{1}{z^2}) + (\frac{1}{y^2} + \frac{2}{yz} + \frac{1}{z^2}) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right)^2 + \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 0 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = -z$	0,25
		Thay vào hệ (I) ta được: $(x; y; z) = (\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$ (TM)	0,25
	3, (3,0đ)	Ta có $(x - y)^2 \geq 0 \quad \forall x; y$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 \geq xy$	0,25
		Mà $x; y > 0 \Rightarrow x + y > 0$	0,25
		Ta có: $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$	0,25
		$\Rightarrow x^3 + y^3 \geq (x + y)xy$	0,25
		$\Rightarrow x^3 + y^3 + 1 = x^3 + y^3 + xyz \geq (x + y)xy + xyz$	0,25
		$\Rightarrow x^3 + y^3 + 1 \geq xy(x + y + z) > 0$	0,25
		Tương tự: $y^3 + z^3 + 1 \geq yz(x + y + z) > 0$	0,25
		$z^3 + x^3 + 1 \geq zx(x + y + z) > 0$	0,25
		$\Rightarrow A \leq \frac{1}{xy(x + y + z)} + \frac{1}{yz(x + y + z)} + \frac{1}{xz(x + y + z)}$	0,25
		$\Rightarrow A \leq \frac{x + y + z}{xyz(x + y + z)}$	0,25

	$\Rightarrow A \leq \frac{1}{xyz} = 1$	0,25
	Vậy giá trị lớn nhất của A là $1 \Leftrightarrow x = y = z = 1$	0,25

4, (5,5đ)		
a) (3,0đ)	Ta có: $\angle BDE = \angle BAE$ (cùng chắn cung BE của đường tròn tâm O)	0,25
	$\angle BAE = \angle BMN$ (cùng chắn cung BN của đường tròn tâm O')	0,25
	$\Rightarrow \angle BDE = \angle BMN$	0,25
	hay $\angle BDI = \angle BMN \Rightarrow BDMI$ là tứ giác nội tiếp	0,50
	$\Rightarrow \angle MDI = \angle MBI$ (cùng chắn cung MI)	0,25
	mà $\angle MDI = \angle ABE$ (cùng chắn cung AE của đường tròn tâm O)	0,25
	$\Rightarrow \angle ABE = \angle MBI$	0,25
	mặt khác $\angle BMI = \angle BAE$ (chứng minh trên)	0,25
	$\Rightarrow \triangle MBI \sim \triangle ABE$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{MI}{AE} = \frac{BI}{BE} \Leftrightarrow MI \cdot BE = BI \cdot AE$	0,50
b) (2,5đ)	Gọi Q là giao điểm của CO và DE $\Rightarrow OC \perp DE$ tại Q $\Rightarrow \triangle OCD$ vuông tại D có DQ là đường cao $\Rightarrow OQ \cdot OC = OD^2 = R^2$ (1)	0,50
	Gọi K giao điểm của hai đường thẳng OO' và DE; H là giao điểm của AB và OO' $\Rightarrow OO' \perp AB$ tại H.	0,50
	Xét $\triangle KQO$ và $\triangle CHO$ có $\angle Q = \angle H = 90^\circ$; $\angle Q = \angle H$ chung	0,50
	$\Rightarrow \triangle KQO \sim \triangle CHO$ (g.g)	

		$\Rightarrow \frac{KO}{CO} = \frac{OQ}{OH} \Rightarrow OC.OQ = KO.OH \quad (2)$ $\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow KO.OH = R^2 \Rightarrow OK = \frac{R^2}{OH}$	0,50
		Vì OH cố định và R không đổi $\Rightarrow OK$ không đổi $\Rightarrow K$ cố định	0,50
5, (2,5đ)			
		ΔABC vuông cân tại A $\Rightarrow AD$ là phân giác góc A và $AD \perp BC$ $\Rightarrow D \in (O; AB/2)$	0,25
		Ta có ANMP là hình vuông (hình chữ nhật có AM là phân giác) $\Rightarrow$ tứ giác ANMP nội tiếp đường tròn đường kính NP mà $\angle NHP = 90^\circ \Rightarrow H$ thuộc đường tròn đường kính NP $\Rightarrow \angle AHN = \angle AMN = 45^\circ \quad (1)$	0,50
		Kẻ $Bx \perp AB$ cắt đường thẳng PD tại E $\Rightarrow$ tứ giác BNHE nội tiếp đường tròn đường kính NE	0,25
		Mặt khác $\Delta BED = \Delta CDP$ (g.c.g) $\Rightarrow BE = PC$ mà $PC = BN \Rightarrow BN = BE \Rightarrow \Delta BNE$ vuông cân tại B $\Rightarrow \angle NEB = 45^\circ$ mà $\angle NHB = \angle NEB$ (cùng chắn cung BN) $\Rightarrow \angle NHB = 45^\circ \quad (2)$	0,50
		Từ (1) và (2) suy ra $\angle AHB = 90^\circ \Rightarrow H \in (O; AB/2)$ gọi H' là hình chiếu của H trên AB $\Rightarrow S_{AHB} = \frac{HH' \cdot AB}{2} \Rightarrow S_{AHB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow HH'$ lớn nhất	0,50
		mà $HH' \leq OD = AB/2$ (do H; D cùng thuộc đường tròn đường kính AB và $OD \perp AB$) Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow H \equiv D \Leftrightarrow M \equiv D$	0,50

- Lưu ý:
- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa
 - Điểm bài thi là tổng điểm không làm tròn.