

Người làm: Trần Thị Minh Hoàn
Zalo: Tran Hoan
Email: hoanttm11@gmail.com

- số đt zalo: 0987666501

CD7: ĐA THỨC

Dạng 1. Xác định đa thức

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 Đề giao lưu HSG huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)

Cho $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 + 1) + 8$ và $g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3$, trong đó a, b, c là các hằng số. Để $f(x) = g(x)$ thì giá trị của số a là:

- A. 3 B. -3 C. 0 D. 1

Lời giải

Ta có: $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 + 1) + 8 = ax^3 + 4x^3 + 4x + 8 = x^3(a + 4) + 4x + 8$

$$g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3 = x^3 + 4bx^2 + 4x + c - 3$$

Để $f(x) = g(x)$ thì $a + 4 = 1 \Rightarrow a = -3$

Vậy $a = -3$

Câu 2. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Lạng Giang 2022 - 2023)

Cho đa thức $A(x) = 4x^3 - 5x^2 + x - 2x^2 + 2023$ và $(5x^3 - 6 - 5x^3) - B(x) = A(x)$. Hệ số cao nhất của $B(x)$ là:

- A. 2 B. 3 C. 2029 D. -5

Lời giải

Ta có: $(5x^3 - 6 - 5x^3) - B(x) = A(x)$

$$\Rightarrow B(x) = (5x^3 - 6 - 5x^3) - A(x)$$

$$\Rightarrow B(x) = (5x^3 - 6 - 5x^3) - (4x^3 - 5x^2 + x - 2x^2 + 2023)$$

$$\Rightarrow B(x) = 5x^3 - 6 - 5x^3 - 4x^3 + 5x^2 - x + 2x^2 - 2023$$

$$\Rightarrow B(x) = -4x^3 + 7x^2 - x - 2029$$

Vậy hệ số cao nhất của $B(x)$ là -4 .

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 Đề giao lưu Olympic cấp thị xã – huyện Kinh Môn 2022 - 2023)

Cho hai đa thức $P(x) = 2x^3 - x + x^2 - x^3 + 3x + 5$

$$Q(x) = 3x^3 + 4x^2 + 3x - 4x^3 - 5x^2 + 10$$

Tìm đa thức $M(x) = P(x) + Q(x)$ và tìm nghiệm của đa thức $M(x)$.

Lời giải

$$\text{Có: } P(x) = 2x^3 - x + x^2 - x^3 + 3x + 5 = (2x^3 - x^3) + x^2 - (x - 3x) + 5 = x^3 + x^2 + 2x + 5$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= 3x^3 + 4x^2 + 3x - 4x^3 - 5x^2 + 10 = (3x^3 - 4x^3) + (4x^2 - 5x^2) + 3x + 10 = -x^3 - x^2 + 3x + 10 \\ M(x) &= P(x) + Q(x) = (x^3 + x^2 + 2x + 5) + (-x^3 - x^2 + 3x + 10) \\ &= x^3 + x^2 + 2x + 5 - x^3 - x^2 + 3x + 10 = 5x + 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M(x) &= 0 \Rightarrow 5x + 15 = 0 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của đa thức $M(x)$ là $x = -3$

Câu 2. (HSG 7 Đề HSG thị xã Birm Sơn 2022 - 2023)

Cho hai đa thức $f(x) = (x-1)(x+3)$ và $g(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$. Xác định hệ số a, b của đa thức $g(x)$ biết nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$.

Lời giải

Cho hai đa thức $f(x) = (x-1)(x+3)$ và $g(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$.

Đa thức $f(x)$ có nghiệm là $x=1; x=-3$. Vì nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$ nên $g(1) = 1^3 - a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 3 = 0$ hay $-a + b = 2$ (1)

Và $g(-3) = (-3)^3 - a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) - 3 = 0$ hay $3a + b = -10$ (2)

Kết hợp (1) và (2) ta được $\begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$

Câu 3. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Thanh Sơn 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, biết $f(0) = 2; f(1) = 7; f(-2) = -14$, tìm các hệ số a, b, c .

Lời giải

$$f(0) = 2 \Rightarrow c = 2$$

Ta có:

$$f(1) = 7 \Rightarrow a + b + c = 7 \Rightarrow a + b = 5$$

$$f(-2) = -14 \Rightarrow 4a - 2b + c = -14 \Rightarrow 4a - 2b = -16 \Rightarrow 2a - b = -8$$

Tìm được: $a = -1; b = 6$

Vậy: $a = -1; b = 6; c = 2$

Câu 4. (HSG 7 Kỳ thi chọn HSG cấp huyện Quế Võ 2022 - 2023)

Cho các đa thức: $A(x) = 3x^4 - 3x^2 + 7x + 29$; $B(x) = x^2 - x^4 + 2x^3 + 3$; $C(x) = x^3 + 2x - 2$.

Tính $P(x) = A(x) + 3B(x) - 6C(x)$ và tìm nghiệm của $P(x)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} P(x) &= (3x^4 - 3x^2 + 7x + 29) + 3(x^2 - x^4 + 2x^3 + 3) - 6(x^3 + 2x - 2) \\ &= 3x^4 - 3x^2 + 7x + 29 + 3x^2 - 3x^4 + 6x^3 + 9 - 6x^3 - 12x + 12 \\ &= 3x^4 - 3x^4 - 6x^3 + 6x^3 - 3x^2 + 3x^2 + 7x - 12x + 29 + 9 + 12 \\ &= -5x + 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(x) &= 0 \Rightarrow -5x + 50 = 0 \\ 5x &= 50 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của đa thức $P(x)$ là $x = 10$

Câu 5. (HSG 7 Giao lưu HSG TP Chí Linh 2022 - 2023)

Cho hai đa thức $P = 5x^4 + 3x^2 + 4x^3 - \frac{3}{4}x - 7x^4 - \frac{1}{4}x + 3$

$$Q = \frac{1}{2}x^3 - 2x^4 + 4x^2 + x + \frac{7}{2}x^3$$

Tìm đa thức H biết $P - H = Q - (x^2 + 3x - 7)$

Lời giải

$$P - H = Q - (x^2 + 3x - 7) \quad \text{nên} \quad H = P - [Q - (x^2 + 3x - 7)]$$

$$\Rightarrow H = P - Q + (x^2 + 3x - 7)$$

Ta có
$$P - Q = \left(5x^4 + 3x^2 + 4x^3 - \frac{3}{4}x - 7x^4 - \frac{1}{4}x + 3 \right) - \left(\frac{1}{2}x^3 - 2x^4 + 4x^2 + x + \frac{7}{2}x^3 \right)$$

$$= 5x^4 + 3x^2 + 4x^3 - \frac{3}{4}x - 7x^4 - \frac{1}{4}x + 3 - \frac{1}{2}x^3 + 2x^4 - 4x^2 - x - \frac{7}{2}x^3$$

$$= -x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow H = -x^2 - 2x + 3 + x^2 + 3x - 7 = x - 4$$

Vậy $H = x - 4$

Câu 6. (HSG 7 Đề thi HSG cấp huyện Mường Lát 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, xác định các hệ số a, b, c biết $f(0) = 2; f(1) = 7; f(-2) = -14$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\text{Mà } \begin{cases} f(0) = 2 \\ f(1) = 7 \\ f(-2) = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b + c = 7 \\ 4a - 2b + c = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b + 2 = 7 \\ 4a - 2b + 2 = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b = 5 \\ 4a - 2b = -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b = 5 \\ 2a - b = -8 \end{cases}$$

Suy ra $a + b + 2a - b = 5 + (-8) \Rightarrow 3a = -3 \Rightarrow a = -1$

Do đó $b = 6$. Vậy $a = -1, b = 6, c = 2$.

Câu 7. (HSG 7 Đề kiểm định HSG Quỳnh Phụ 2022 - 2023)

Cho đa thức: $F(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{99} + x^{100}$ và

$$G(x) = 99x^{99} - 99x^{98} + 99x^{97} - 99x^{96} + \dots + 99x - 99$$

a) Tìm đa thức $H(x)$ sao cho: $F(x) - H(x) = G(x)$

b) Tính giá trị của đa thức $H(x)$ tại $x = 99$.

Lời giải

a) Vì $F(x) - H(x) = G(x) \Rightarrow H(x) = F(x) - G(x)$

$$H(x) = (1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{99} + x^{100}) - (99x^{99} - 99x^{98} + 99x^{97} - 99x^{96} + \dots + 99x - 99)$$

$$= 1 - x + x^2 - x^3 + \dots - x^{99} + x^{100} - 99x^{99} + 99x^{98} - 99x^{97} + 99x^{96} - \dots - 99x + 99$$

$$\begin{aligned}
 &= (1+99) + (-x-99x) + (x^2+99x^2) + \dots + (x^{98}+99x^{98}) + (-x^{99}-99x^{99}) + x^{100} \\
 &= 100 - 100x + 100x^2 - \dots + 100x^{98} - 100x^{99} + x^{100} \\
 &= x^{100} - 100x^{99} + 100x^{98} - \dots + 100x^2 - 100x + 100
 \end{aligned}$$

b) Tại $x=99$ thì $100=x+1$

Khi đó,
$$\begin{aligned}
 H(x) &= x^{100} - (x+1)x^{99} + (x+1)x^{98} - \dots + (x+1)x^2 - (x+1)x + (x+1) \\
 &= x^{100} - x^{100} - x^{99} + x^{99} + x^{98} - \dots + x^3 + x^2 - x^2 - x + x + 1
 \end{aligned}$$

Vậy giá trị của đa thức $H(x)$ tại $x=99$ là 1

Câu 8. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Văn Lâm 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$. Xác định hệ số a, b biết đa thức $f(x)$ nhận $x = -1$ và $x = 2$ làm nghiệm.

Lời giải

Đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ nhận $x = -1$ làm nghiệm

$$\Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow a - b - 2 = 0 \text{ hay } a = b + 2$$

Đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ nhận $x = 2$ làm nghiệm.

$$\Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 4(b+2) + 2b - 2 = 0 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1.$$

Vậy $a = 1; b = -1$.

Dạng 2. Tính giá trị của đa thức

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 Đề giao lưu HSG huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)

Cho $x + y = 0$. Giá trị của đa thức $D = 3xy(x+y) + 2x^3y + 2x^2y^2 + 4$ là:

- A. 0 B. 3 C. 4 D. 5

Lời giải

Ta có
$$D = 3xy(x+y) + 2x^3y + 2x^2y^2 + 4 = 3xy(x+y) + 2x^2y(x+y) + 4$$

Thay $x + y = 0$ vào đa thức D ta được:

$$D = 3xy \cdot 0 + 2x^2y \cdot 0 + 4 = 0 + 0 + 4 = 4$$

Vậy giá trị của đa thức $D = 4$ khi $x + y = 0$.

Câu 2. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Lạng Giang 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn: $f(x) + x.f(-x) = x + 2023$ với mọi giá trị của x . Kết quả của $f(-4)$ là:

- A. $\frac{10117}{17}$ B. $-\frac{10127}{17}$ C. $-\frac{10117}{17}$ D. $\frac{10127}{17}$

Lời giải

$$f(x) + x.f(-x) = x + 2023 \quad (1) \text{ với mọi giá trị của } x.$$

+ Thay $x = 4$ vào (1) ta được:

$$f(4) + 4.f(-4) = 4 + 2023$$

$$\text{Đ } f(4) + 4.f(-4) = 2027$$

$$\text{Đ } 4.f(4) + 16.f(-4) = 8108 \quad (2)$$

+ Thay $x = -4$ vào (1) ta được:

$$f(-4) - 4.f(4) = -4 + 2023$$

$$\text{Đ } f(-4) - 4.f(4) = 2019$$

$$\text{Đ } -4.f(4) + f(-4) = 2019 \quad (3)$$

Từ (2), (3) $\text{Đ } [4.f(4) + 16.f(-4)] + [-4.f(4) + f(-4)] = 8108 + 2019$

$$\text{Đ } 17.f(-4) = 10127$$

$$\text{Đ } f(-4) = \frac{10127}{17}$$

Câu 3. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Lạng Giang 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = x(x^2 - 4)(x^2 + 2023)$ có các nghiệm là:

A. $\{-2; 2\}$

B. $\{0; 2; -2\}$

C. $\{0; 2\}$

D. $\{2023; 2; -2\}$

Lời giải

$$f(x) = x(x^2 - 4)(x^2 + 2023) = 0$$

$$\text{Đ } x = 0 \text{ hoặc } x^2 - 4 = 0 \text{ hoặc } x^2 + 2023 = 0$$

$$\text{Đ } x = 0 \text{ hoặc } x = \pm 2$$

$(x^2 + 2023 = 0)$ không tìm được x thỏa mãn vì $x^2 + 2023 > 0$ với mọi x

Vậy đa thức $f(x) = x(x^2 - 4)(x^2 + 2023)$ có các nghiệm là: $0; 2; -2$.

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 Đề chọn HSG cấp TP Bắc Giang, tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)

Cho đa thức bậc ba $Q(x)$ với hệ số x^3 là một số nguyên dương và $Q(5) - Q(4) = 2023$. Chứng minh rằng $Q(7) - Q(2)$ là hợp số.

Lời giải

Đa thức bậc ba $Q(x)$ với hệ số x^3 là một số nguyên dương nên

$$Q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \in \mathbb{N}^*)$$

Ta có

$$Q(5) = 125a + 25b + 5c + d$$

$$Q(4) = 64a + 16b + 4c + d$$

$$\Rightarrow Q(5) - Q(4) = 61a + 9b + c = 2023 \quad (1)$$

Lại có $Q(7) = 343a + 49b + 7c + d$

$$Q(2) = 8a + 4b + 2c + d$$

$$\Rightarrow Q(7) - Q(2) = 335a + 45b + 5c \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $Q(7) - Q(2) = 30a + (305a + 45b + 5c) = 30a + 10115$

Vì $(30a + 10115) : 5$ nên $Q(7) - Q(2) : 5 \quad (a \in \mathbb{N}^*)$

Mà $Q(7) - Q(2) > 5$

Do vậy $Q(7) - Q(2)$ là hợp số.

Câu 2. (HSG 7 Giao lưu HSG TP Chí Linh 2022 - 2023)

Cho đa thức $A(x) = x^4 - 123x^3 + 123x^2 - 123x + 125$. Tính $A(122)$.

Lời giải

Khi $x = 122$ thì ta có $123 = x + 1$

Do đó $A(x) = x^4 - (x+1)x^3 + (x+1)x^2 - (x+1)x + 125$

$$\begin{aligned} &= x^4 - x^4 - x^3 + x^3 + x^2 - x^2 - x + 125 \\ &= -x + 125 \end{aligned}$$

Vậy $A(122) = -122 + 125 = 3$

Câu 3. (HSG 7 Đề HSG cấp huyện Hiệp Hòa 2022 - 2023)

Cho đa thức $P(x) = x^6 + 2023x^5 - 2023x^4 + 2023x^3 - 2023x^2 + 2023x - 2023$. Tính $P(-2024)$.

Lời giải

Ta có

$$P(-2024) = (-2024)^6 + 2023 \cdot (-2024)^5 - 2023 \cdot (-2024)^4 + 2023 \cdot (-2024)^3 - 2023 \cdot (-2024)^2 + 2023 \cdot (-2024) - 2023$$

$$P(-2024) = (-2024)^6 + 2023 \cdot [-2024^5 - 2024^4 - 2024^3 - 2024^2 - 2024 - 1]$$

$$P(-2024) = (-2024)^6 - 2023 \cdot (2024^5 + 2024^4 + 2024^3 + 2024^2 + 2024 + 1)$$

$$\text{Đặt } A = 2024^5 + 2024^4 + 2024^3 + 2024^2 + 2024 + 1$$

$$2024 \cdot A = 2024^6 + 2024^5 + 2024^4 + 2024^3 + 2024^2 + 2024$$

$$2024A - A = 2024^6 - 1$$

$$2023A = 2024^6 - 1$$

$$A = \frac{2024^6 - 1}{2023}$$

$$P(-2024) = (-2024)^6 - 2023 \cdot \frac{2024^6 - 1}{2023}$$

Khi đó

$$P(-2024) = 2024^6 - 2024^6 + 1 = 1$$

$$\text{Vậy } P(-2024) = 1$$

Câu 4. (HSG 7 Đề khảo sát HSG huyện Tiên Hải 2022 - 2023)

Cho đa thức $P = ax^2 + bx + c$ biết $7a - b + 4c = 0$. Chứng minh $P(2) \cdot P(-1)$ không là số dương.

Lời giải

Vì $7a - b + 4c = 0 \Rightarrow b = 7a + 4c$, thay vào biểu thức $P(x)$ ta được:

$$P(x) = ax^2 + (7a + 4c)x + c$$

$$P(2) = a \cdot 2^2 + (7a + 4c) \cdot 2 + c = 4a + 14a + 8c + c = 18a + 9c = 9(2a + c)$$

$$P(-1) = a \cdot (-1)^2 + (7a + 4c) \cdot (-1) + c = a - 7a - 4c + c = -6a - 3c = (-3) \cdot (2a + c)$$

Ta có $P(2) \cdot P(-1) = 9 \cdot (2a + c) \cdot (-3) \cdot (2a + c) = -27(2a + c)^2$

Vì $(2a + c)^2 \geq 0$ với mọi a, c nên $-27(2a + c)^2 \leq 0$.

Vậy $P(2) \cdot P(-1)$ không là số dương.

Câu 5. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Quảng Xương 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = 2x^2 + 6x$

a) Tính các giá trị $f(-1); f\left(\frac{1}{2}\right)$

b) Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$.

Lời giải

a) Ta có: $f(x) = 2x^2 + 6x$

Khi đó $f(-1) = 2(-1)^2 + 6(-1) = 2 - 6 = -4$

Tương tự: $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

$f(-1) = -4; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$

Vậy:

b) Ta có: $f(x) = 2x^2 + 6x = 0$

Hay $2x^2 + 6x = 0$

Suy ra: $2x(x + 3) = 0$. Do đó: $2x = 0$ hoặc $x + 3 = 0$

Nên $x = 0$ hoặc $x = -3$

Vậy $x = 0; x = -3$

Câu 6. (HSG 7 Đề khảo sát chất lượng HSG huyện Nghi Lộc 2022 - 2023)

Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết $P(1) = 15$ và $P(2) = 30$. Tính hiệu $P(3) - P(0)$.

Lời giải

Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

Biết $P(1) = 15$ thay vào $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

Ta có $1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 15$

$$a + b + c + 1 = 15$$

$$a + b + c = 14$$

$P(2) = 30$ thay vào $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

Ta có $2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 30$

$$4a + 2b + c = 22$$

$$a + b + c + 3a + b = 22$$

Vì $a + b + c = 14$

$$14 + 3a + b = 22$$

$$3a + b = 8$$

$$P(3) = 3^3 + 3^2 a + 3b + c.$$

$$P(3) = 27 + 9a + 3b + c$$

$$P(0) = 0^3 + 0^2 a + 0.b + c = c$$

$$P(3) - P(0) = (27 + 9a + 3b + c) - c$$

$$P(3) - P(0) = 27 + 9a + 3b = 27 + 3(3a + b)$$

$$P(3) - P(0) = 27 + 3.8 = 51 \text{ (vì } 3a + b = 8)$$

Vậy $P(1) = 15$ và $P(2) = 30$ thì $P(3) - P(0) = 51$.

Câu 7. (HSG 7 Đề Olympic thị xã Hoàng Mai 2022 - 2023)

Tính giá trị của đa thức $M = 5x^4 + 9x^2y^2 + 4y^4 + 5y^2$ với $x^2 + y^2 = 5$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } M &= 5x^4 + 9x^2y^2 + 4y^4 + 5y^2 \\ &= 5x^4 + 5x^2y^2 + 4x^2y^2 + 4y^4 + 5y^2 \\ &= 5x^2(x^2 + y^2) + 4y^2(x^2 + y^2) + 5y^2 \end{aligned}$$

Thay $x^2 + y^2 = 5$ vào đa thức M ta được:

$$M = 5 \cdot x^2 \cdot 5 + 4y^2 \cdot 5 + 5y^2 = 25x^2 + 25y^2 = 25(x^2 + y^2) = 25 \cdot 5 = 125$$

Vậy $M = 125$ với $x^2 + y^2 = 5$

Câu 8. (HSG 7 Đề giao lưu HSG huyện Vĩnh Lộc – Thanh Hóa 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức $P = x^3 - y^2 + x + x^2y - 2x^2 + 2021 + 3y - xy$ với $x + y = 2$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= x^3 - y^2 + x + x^2y - 2x^2 + 2021 + 3y - xy \\ &= x^2(x + y) - y(x + y) - 2x^2 + 3y + x + 2021 \end{aligned}$$

Thay $x + y = 2$ vào đa thức P ta được:

$$P = 2x^2 - 2y - 2x^2 + 3y + x + 2021 = y + x + 2021 = 2 + 2021 = 2023$$

Vậy $P = 2023$ với $x + y = 2$.

Câu 9. (HSG 7 Đề giao lưu HSG huyện Chương Mỹ 2022 - 2023)

Cho biểu thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, biết rằng giá trị của biểu thức $f(x)$ tại $x = 0$, $x = 1$, $x = -1$ lần lượt bằng 2023; 2027 và 2025. Tính giá trị của biểu thức $f(x)$ tại $x = 2$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(0) &= c = 2023 \\ f(1) &= a + b + c = 2027 \Rightarrow a + b = 2027 \\ f(-1) &= a - b + c = 2025 \Rightarrow a - b = 2025 \\ &\Rightarrow a = 2026; b = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } f(x) = 2026x^2 + x$$

$$\text{Ta có } f(2) = 2026 \cdot 2^2 + 2 = 8106$$

Vậy $f(2) = 8106$.

Dạng 4. Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết.

Câu 1. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Lạng Giang 2022 - 2023)

Đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ có a, b, c là các số nguyên và $a \neq 0$ thức. Biết với mọi giá trị nguyên của x thì $f(x)$ chia hết cho 7. Chứng minh a, b, c cũng chia hết cho 7.

Lời giải

$f(x) = ax^2 + bx + c \div 7$ với mọi giá trị x .

+ Với $x = 0 \Rightarrow f(0) = c \div 7$

+ Với $x = 1 \Rightarrow f(1) = a + b + c \div 7$

Mà $c \div 7$ (cm trên)

$\Rightarrow a + b \div 7$ (1)

+ Với $x = -1 \Rightarrow f(-1) = a - b + c \div 7$

Mà $c \div 7$ (cm trên)

$\Rightarrow a - b \div 7$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow (a + b) - (a - b) \div 7 \Rightarrow 2b \div 7 \Rightarrow b \div 7$ (do $\text{UCLN}(2, 7) = 1$)

$\Rightarrow (a + b) + (a - b) \div 7 \Rightarrow 2a \div 7 \Rightarrow a \div 7$ (do $\text{UCLN}(2, 7) = 1$)

Từ (1), (2)

Vậy a, b, c chia hết cho 7 với $f(x)$ chia hết cho 7.

Dạng 5: Nghiệm của đa thức

Câu 1. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Gia Viễn 2022 - 2023)

Cho đa thức $Q(x) = ax^2 + bx + 4c$. Chứng minh rằng nếu đa thức $Q(x)$ nhận 2 và -2 là nghiệm thì a và c là hai số đối nhau.

Lời giải

Vì $Q(x) = ax^2 + bx + 4c$ nhận 2 và -2 là nghiệm nên $Q(2) = 0; Q(-2) = 0$.

Ta có: $Q(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 4c = 4a + 2b + 4c = 0$

$Q(-2) = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 4c = 4a - 2b + 4c = 0$

$\Rightarrow 4a + 2b + 4c + 4a - 2b + 4c = 0 \Rightarrow 8a + 8c = 0$

$\Rightarrow 8(a + c) = 0 \Rightarrow a + c = 0$

$\Rightarrow a$ và c là hai số đối nhau.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>