

DẠNG 10**Tìm điều kiện để hàm trùng phương có 1 hoặc 3 cực trị**

- Câu 1:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y = -x^4 + (m-5)x^2 + 3m-1$ có ba điểm cực trị
- A. 2017. B. 2019. C. 2016. D. 2015.
- Câu 2:** Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.
- A. 3 B. 4. C. 6. D. 5.
- Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^4 + (2m-6)x^2 - 2020$ có 3 điểm cực trị?
- A. $m > 3$. B. $m \leq 3$. C. $m \geq 3$. D. $m < 3$.
- Câu 4:** Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.
- A. 3 B. 4. C. 6. D. 5.
- Câu 5:** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là
- A. Vô số. B. 7. C. 5. D. 3.
- Câu 6:** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là
- A. Vô số. B. 3. C. 7. D. 5.
- Câu 7:** Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có 3 điểm cực trị là
- A. $m = 1$. B. $m > 8$. C. $m < 0$. D. $4 < m < 5$.
- Câu 8:** Cho hàm số $y = -x^4 + (m^2 - m)x^2$. Tìm m để hàm số có đúng một cực trị.
- A. $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
C. $m \in [0; 1]$. D. $m \in (0; 1)$.
- Câu 9:** Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị.
- A. $b = 0$. B. $b \neq 0$. C. $b < 0$. D. $b > 0$.
- Câu 10:** Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị.
- A. $b = 0$. B. $b \neq 0$. C. $b < 0$. D. $b > 0$.
- Câu 11:** Tìm tất cả giá trị thực của m để hàm số $y = x^4 + (2m-6)x^2 - 2020$ có ba điểm cực trị.
- A. $m > 3$. B. $m \leq 3$. C. $m \geq 3$. D. $m < 3$.
- Câu 12:** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m-3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là
- A. 3. B. 4. C. 0. D. 1.
- Câu 13:** Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có 3 điểm cực trị là
- A. $m = 1$. B. $m > 8$. C. $m < 0$. D. $4 < m < 5$.

- Câu 14:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-3)x^2 + 3m-5$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.
- A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m > 3 \end{cases}$. B. $m \leq 0$. C. $0 \leq m \leq 3$. D. $m > 3$.
- Câu 15:** Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y = (m-1)x^4 + (6-m)x^2 + m$ có đúng một điểm cực trị?
- A. 6. B. 1. C. 4. D. 5.
- Câu 16:** Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m-1$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại là
- A. $(-\infty; -2)$. B. $\{-2; 2\}$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2]$.
- Câu 17:** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m-1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là
- A. $(-\infty; -2)$. B. $\{-2; 2\}$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.
- Câu 18:** Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m-1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là
- A. $(-\infty; -2)$. B. $\{-2; 2\}$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2]$.
- Câu 19:** Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = mx^4 + (m-3)x^2 + 2021$ có 2 cực tiểu và một cực đại.
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 20:** Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = x^4 - 2xm^2$ có đúng 3 điểm cực trị?
- A. $m > 0$. B. $m \in \emptyset$. C. $m < 0$. D. $\forall m \in \mathbb{R}$.
- Câu 21:** Cho hàm số trùng phương $f(x) = x^4 - 2mx^2 - 1$. Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.
- A. $m > 1$. B. $m \leq 1$. C. $m > 0$. D. $m \leq 0$.
- Câu 22:** Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2$ có đúng một điểm cực trị?
- A. $m \leq 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m = 1$.
- Câu 23:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y = -x^4 + (m-5)x^2 + 3m-1$ có ba điểm cực trị
- A. 2017. B. 2019. C. 2016. D. 2015.
- Câu 24:** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 2020$ có đúng một điểm cực đại.
- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. B. $m \leq 0$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $m < 1$.

- Câu 25:** Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = mx^4 + (m-3)x^2 + 2021$ có 2 cực tiểu và một cực đại.
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 26:** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^4 - 2x^2 + 1$ có đúng một điểm cực trị là
- A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y = -x^4 + (m-5)x^2 + 3m-1$ có ba điểm cực trị

- A. 2017. B. 2019. C. 2016. D. 2015.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$.

Suy ra hàm số $y = -x^4 + (m-5)x^2 + 3m-1$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m-5 > 0 \Leftrightarrow m > 5$.

Mà m nguyên dương và không vượt quá 2020 nên $m \in \{6, 7, \dots, 2019, 2020\} \Rightarrow$ có tất cả 2015 giá trị.

Câu 2: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

- A. 3 B. 4. C. 6. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 + 4(m^2 - m - 6)x$

$$y' = 0 \Rightarrow 4x^3 + 4(m^2 - m - 6)x = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x = 0 \\ x^2 = -m^2 + m + 6 \end{cases}$$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow -m^2 + m + 6 > 0 \Rightarrow -2 < m < 3$

Do đó ta chọn B

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^4 + (2m-6)x^2 - 2020$ có 3 điểm cực trị?

- A. $m > 3$. B. $m \leq 3$. C. $m \geq 3$. D. $m < 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $y' = 4x^3 + 2(2m-6)x = 4x(x^2 + m-3)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 0 \\ x^2 + m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 3 - m \end{cases}$$

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 = 3 - m$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow 3 - m > 0$$

$$\Leftrightarrow m < 3.$$

Câu 4: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

- A. 3 B. 4. C. 6. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 + 4(m^2 - m - 6)x$

$$y' = 0 \Rightarrow 4x^3 + 4(m^2 - m - 6)x = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x = 0 \\ x^2 = -m^2 + m + 6 \end{cases}$$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow -m^2 + m + 6 > 0 \Rightarrow -2 < m < 3$

- Câu 5:** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là
- A. Vô số. B. 7. C. 5. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Để hàm số có 1 cực trị thì $-(m^2 - 9) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$.

Vậy có 7 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 6:** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là
- A. Vô số. B. 3. C. 7. D. 5.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y = x^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2021$ có 1 cực trị thì $y' = 4x^3 - 2(m^2 - 9)x$

$$\Leftrightarrow 2x(2x^2 - m^2 + 9) = 0 \text{ có 1 nghiệm, suy ra: } 2x^2 - m^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9 - m^2}{2} \text{ vô nghiệm hoặc}$$

$$\text{có nghiệm } x = 0 \text{ nên } 9 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 3 \end{cases}.$$

- Câu 7:** Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có 3 điểm cực trị là
- A. $m = 1$. B. $m > 8$. C. $m < 0$. D. $4 < m < 5$.

Lời giải

Chọn C

♦ Để hàm số có 3 cực trị thì $a.b < 0 \Leftrightarrow 1.m < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

- Câu 8:** Cho hàm số $y = -x^4 + (m^2 - m)x^2$. Tìm m để hàm số có đúng một cực trị.
- A. $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
C. $m \in [0; 1]$. D. $m \in (0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = -4x^3 + 2(m^2 - m)x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 2(m^2 - m)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 = m^2 - m \end{cases}$$

Hàm số có đúng một điểm cực trị khi phương trình $2x^2 = m^2 - m$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$.

Điều kiện là $m^2 - m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$.

Vậy $m \in [0;1]$.

Câu 9: Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị.

A. $b = 0$.

B. $b \neq 0$.

C. $b < 0$.

D. $b > 0$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 + 2bx = 2x(2x^2 + b).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2} \end{cases}$$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow x^2 = -\frac{b}{2} \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow -\frac{b}{2} > 0 \Leftrightarrow b < 0.$$

Câu 10: Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị.

A. $b = 0$.

B. $b \neq 0$.

C. $b < 0$.

D. $b > 0$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 + 2bx = 2x(2x^2 + b).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2} \end{cases}$$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow x^2 = -\frac{b}{2} \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow -\frac{b}{2} > 0 \Leftrightarrow b < 0.$$

Câu 11: Tìm tất cả giá trị thực của m để hàm số $y = x^4 + (2m - 6)x^2 - 2020$ có ba điểm cực trị.

A. $m > 3$.

B. $m \leq 3$.

C. $m \geq 3$.

D. $m < 3$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có ba điểm cực trị khi $2m - 6 < 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Câu 12: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m - 3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là

A. 3.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = mx^4 - (m - 3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ a.b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ -(m - 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1;2;3\}$. Vậy có bốn giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 13: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có 3 điểm cực trị là

A. $m = 1$.

B. $m > 8$.

C. $m < 0$.

D. $4 < m < 5$.

Lời giải

Chọn C

Để hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 2mx = 0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 + 2mx = 0 \Leftrightarrow 2x(2x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + m = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Theo yêu cầu bài toán thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0. Khi đó

$$\begin{cases} 2 \cdot 0^2 + m \neq 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Vậy $m < 0$ thì hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-3)x^2 + 3m-5$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m > 3 \end{cases}$.

B. $m \leq 0$.

C. $0 \leq m \leq 3$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn D

+) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

+) Trường hợp 1: $m = 0$.

$$y = -3x^2 - 5.$$

$$y' = -6x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	-5	$-\infty$

Hàm số chỉ có cực đại $\Rightarrow m = 0$, không thỏa mãn.

+) Trường hợp 2: $m \neq 0$.

$$y' = 4mx^3 + 2(m-3)x.$$

$$y' = 2x(2mx^2 + m-3).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-m+3}{2m} \end{cases} \quad (1).$$

Nếu $\frac{-m+3}{2m} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \geq 3 \end{cases}$ thì hàm số có 1 cực trị.

* $m < 0$.

Chủ đề 02: Cực trị của hàm số

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	
y		$y(0)$	

$-\infty \swarrow \quad \searrow -\infty$

Suy ra hàm số chỉ có cực đại (không thỏa mãn).

* $m \geq 3$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	
y		$y(0)$	

$+\infty \swarrow \quad \searrow +\infty$

Suy ra hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại khi $m \geq 3$ thỏa mãn.

Nếu $\frac{-m+3}{2m} > 0 \Leftrightarrow 0 \leq m < 3$ thì hàm số luôn có cả cực đại và cực tiểu.

Vậy $m \geq 3$.

Câu 15: Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y = (m-1)x^4 + (6-m)x^2 + m$ có đúng một điểm cực trị?

A. 6.

B. 1.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Ta có: $y' = 4(m-1)x^3 + 2(6-m)x = 2x[2(m-1)x^2 + 6-m]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2(m-1)x^2 + 6-m = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Hàm số đã cho có đúng một cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có đúng một nghiệm $\Leftrightarrow (m-1)(m-6) \leq 0$
 $\Leftrightarrow 1 \leq m \leq 6$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách khác:

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đúng một điểm cực trị

$$\Leftrightarrow a.b \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)(6-m) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 6.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 16: Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m-1$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại là

A. $(-\infty; -2)$.

B. $\{-2; 2\}$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2]$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số đã cho là: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+2)x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4(m+2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m+2 \end{cases}$$

Để hàm số đã cho chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại thì $m+2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Câu 17: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m - 1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $\{-2; 2\}$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại khi $\begin{cases} a > 0 \\ ab > 0 \end{cases}$

Áp dụng cho bài toán này ta được: $-2(m+2) > 0 \Leftrightarrow m < -2$

Câu 18: Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m - 1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $\{-2; 2\}$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2]$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+2)x = 4x(x^2 - m - 2)$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m+2 \end{cases}$$

Để hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại thì $\begin{cases} m+2 \leq 0 \\ a = 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -2$

Vậy $m \in (-\infty; -2]$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = mx^4 + (m-3)x^2 + 2021$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

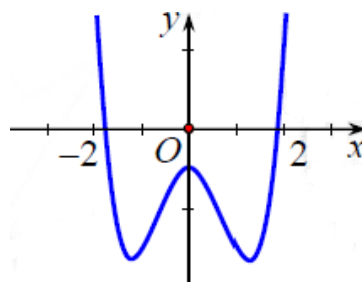
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 3 cực trị khi $ab < 0$

Để hàm số $y = f(x)$ có 2 cực tiểu và 1 cực đại thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có dạng



Chủ đề 02: Cực trị của hàm số

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị nhánh ngoài của hàm số hướng lên, nên hàm số có hệ số $a > 0$.

Khi đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có:

$$\begin{cases} a > 0 \\ ab < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m(m-3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 3.$$

Vậy có 2 giá trị m nguyên là $m \in \{1; 2\}$.

Câu 20: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = x^4 - 2xm^2$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. $m > 0$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m < 0$.

D. $\forall m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho có đúng 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 2m^2$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2m^2 = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{m^2}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{m^2}{2}}.$$

Vậy không có giá trị nào của tham số m để hàm số có đúng 3 điểm cực trị.

Câu 21: Cho hàm số trùng phương $f(x) = x^4 - 2mx^2 - 1$. Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

A. $m > 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $m > 0$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4mx$. Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$.

Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Vậy $m > 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 22: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2$ có đúng một điểm cực trị?

A. $m \leq 1$.

B. $m \geq 1$.

C. $m < 1$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2$ có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi $-2(m-1) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y = -x^4 + (m-5)x^2 + 3m-1$ có ba điểm cực trị

A. 2017.

B. 2019.

C. 2016.

D. 2015.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số có ba điểm cực trị thì: $ab = -1 \cdot (m-5) < 0 \Leftrightarrow m-5 > 0 \Leftrightarrow m > 5$ (1)

Theo giả thiết: $m \leq 2020$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra có 2015 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn là: $m \in \{6; 7; \dots; 2020\}$

Câu 24: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 2020$ có đúng một điểm cực đại.

- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. B. $m \leq 0$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $m < 1$.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Xét các trường hợp:

+**TH1:** $m = 0 \Rightarrow y = -x^2 + 2020$ là hàm bậc hai có đồ thị là parabol có bề lõm hướng xuống nên có đúng một điểm cực đại. Do đó $m = 0$ là một giá trị cần tìm.

+**TH2:** $m \neq 0$: hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 2020$ là hàm trùng phương nên đồ thị có đúng một

$$\text{điểm cực đại khi } \begin{cases} m > 0 \\ m-1 < 0 \\ m < 0 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 1 \\ m < 0 \end{cases}$$

Kết hợp 2 trường hợp trên ta được $m < 1$ là tất cả các giá trị cần tìm.

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = mx^4 + (m-3)x^2 + 2021$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

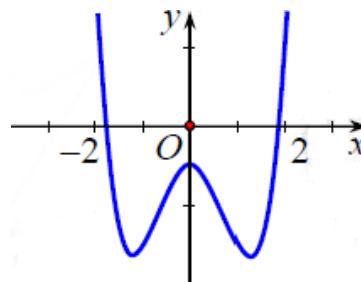
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 3 cực trị khi $ab < 0$

Để hàm số $y = f(x)$ có 2 cực tiểu và 1 cực đại thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có dạng



Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị nhánh ngoài của hàm số hướng lên, nên hàm số có hệ số $a > 0$.

Khi đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có: $\begin{cases} a > 0 \\ ab < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m(m-3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 3$.

Vậy có 2 giá trị m nguyên là $m \in \{1; 2\}$.

Câu 26: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^4 - 2x^2 + 1$ có đúng một điểm cực trị là

Lời giải

Chọn D

$$y = (m^2 - 9)x^4 - 2x^2 + 1 \quad (1).$$

Xét các trường hợp:

$$\text{TH1: } m^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3.$$

Khi đó (1) trở thành: $y = -2x^2 + 1$ có đúng 1 điểm cực trị.

Vậy $m = \pm 3$ thỏa đề bài.

$$\text{TH2: } m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3.$$

Ta có:

$$y' = 4(m^2 - 9)x^3 - 4x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4(m^2 - 9)x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (m^2 - 9)x^2 - 1 = 0(*) \end{cases}$$

Hàm số có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow (*)$ có đúng một nghiệm $x = 0$ hoặc vô nghiệm.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ (m^2 - 9).0^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 3.$$

Vì m là số nguyên nên $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

Từ TH1 và TH2 suy ra có 7 giá trị nguyên của m thỏa đề bài.

Cách 2. Tổng quát $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đúng một cực trị

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \frac{b}{a} \geq 0 \end{cases}$$

Để hàm số $y = (m^2 - 9)x^4 - 2x^2 + 1$ có đúng một điểm cực trị

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 = 0 \\ \begin{cases} m^2 - 9 \neq 0 \\ \frac{-2}{m^2 - 9} \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 3 \\ -3 < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$$

Vì m là số nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa đề bài.

