

**ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK1 LỚP 12**

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 - LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

(Đề gồm có ... trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) < 0, \forall x \in (1;2)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (2;3)$.
Phát biểu nào sau đây là đúng?

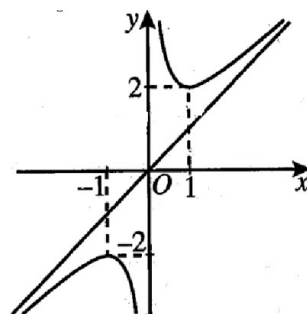
- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên cả hai khoảng $(1;2)$ và $(2;3)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên cả hai khoảng $(1;2)$ và $(2;3)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) > 0, \forall x \in (0;1)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (1;2)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.
- B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.
- C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.
- D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 5. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $y_{CT} = 1, y_{CB} = 2$.
- B. $y_{CT} = 2, y_{CB} = -1$.
- C. $y_{CT} = -2, y_{CB} = 2$.
- D. $y_{CT} = 2, y_{CB} = -2$.



Hình 5

Câu 4. Cho các hằng số a, b, c, d khác 0 thỏa mãn $a.d - b.c \neq 0$. Đồ thị của

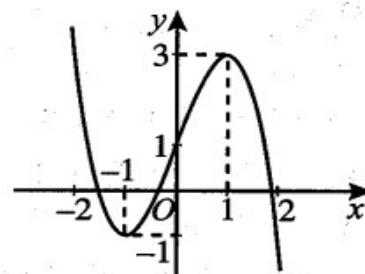
hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là:

- A. $x = \frac{d}{c}; y = \frac{a}{c}$
- B. $x = -\frac{d}{c}; y = \frac{a}{c}$
- C. $x = -\frac{d}{c}; y = \frac{b}{d}$
- D. $x = \frac{b}{a}; y = \frac{b}{d}$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như Hình 8.

Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $m = -2, M = 2$
- B. $m = 1, M = 3$



Hình 8

C. $m = 3, M = 1$

D. $m = -1, M = 3$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Đường tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $x = 1, y = 1$.

B. $x = 1, y = 2$.

C. $x = 2, y = 1$.

D. $x = 2, y = 2$.

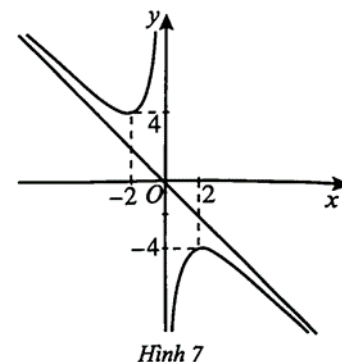
Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x}$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như Hình 7. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng:

A. Đường thẳng $y = x$.

B. Đường thẳng $y = -x$.

C. Đường thẳng $x = 0$.

D. Đường thẳng $y = -2x$.



Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC . Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

C. $\vec{GD} - \vec{GA} = \vec{AD}$.

D. $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(-4; 3; 2)$.

B. $(2; 3; -4)$.

C. $(3; -4; 2)$.

D. $(-2; -3; 4)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; 2)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là:

A. $(-2; 6; -3)$.

B. $(2; -6; 3)$.

C. $(-2; -2; -3)$.

D. $(2; 2; 1)$.

Câu 11. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày theo mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng 4. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[50;60)	3	3
[60;70)	5	8
[70;80)	25	33
[80;90)	4	37
[90;100)	3	40
	$n = 40$	

Bảng 4

A. 75.

B. 70,8.

C. 78,8.

D. 74,8.

Câu 12. Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng

4. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

A. 9,08.

B. 82,4375.

c. 74,75 .

D. 50 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Bảng 5 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[40; 50)$	5	5
$[50; 60)$	8	13
$[60; 70)$	25	38
$[70; 80)$	20	58
$[80; 90)$	2	60
	$n = 60$	

Bảng 5

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).
b) Trung vị của mẫu số liệu trên là $66,8$ (nghìn đồng).
c) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là $60,8$ (nghìn đồng).
d) Mốt của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$

a) $f'(x) = 1 + 2\cos 2x$.

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$.

c) Trên đoạn $[0; p]$ phương trình $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm $\frac{5p}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; p]$ là $\frac{5p}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)\%$.

a) Hàm số $f(x) = \frac{100(x + 200)}{x + 30}$.

b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.

d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dẫn đến dương vô cực bằng 100.



Câu 4. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 2) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).

Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu

$(0;0;0)$

a) Radar ở vị trí có tọa độ

$(300;200;10)$

Hình 2

b) Vị trí A có tọa độ

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

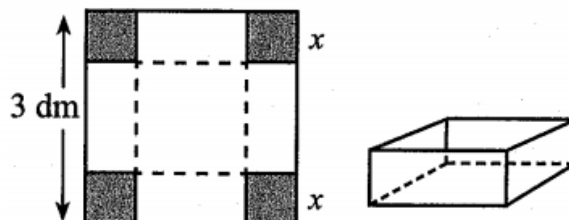
A

d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $A = 2a + b$ là bao nhiêu?

Câu 2. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 3dm . Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(\text{dm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như Hình 2 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.

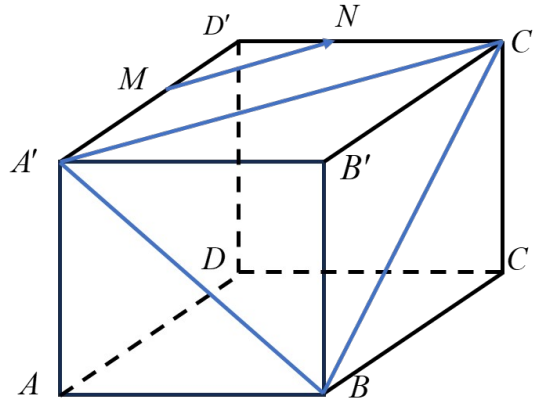


Hình 2

Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(\text{dm})$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimet khối?

Câu 3. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi J là góc giữa hai vectơ $\vec{MN}$ và $\vec{A'B}$. Số đo của góc J bằng bao nhiêu độ?



Câu 5. Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?

Câu 6. Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	D	B	D	C	D	B	B	A	D	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) S	a) S	a) S
b) Đ	b) S	b) S	b) S
c) Đ	c) S	c) Đ	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	5	2	26	60	109	550

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên I thỏa mãn $f'(x) < 0, \forall x \in (1;2)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (2;3)$.
Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên cả hai khoảng $(1;2)$ và $(2;3)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên cả hai khoảng $(1;2)$ và $(2;3)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $f'(x) < 0 \text{ "x" } \in (1;2)$ và $f'(x) > 0 \text{ "x" } \in (2;3)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) > 0, \text{ "x" } \in (0;1)$ và $f'(x) < 0, \text{ "x" } \in (1;2)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.
- B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.
- C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.
- D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Vì $f'(x) > 0, \text{ "x" } \in (0;1)$ và $f'(x) < 0, \text{ "x" } \in (1;2)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ và đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

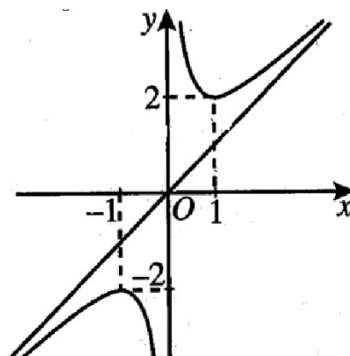
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 5. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $y_{CT} = 1, y_{CD} = 2$.
- B. $y_{CT} = 2, y_{CD} = -1$.
- C. $y_{CT} = -2, y_{CD} = 2$.
- D. $y_{CT} = 2, y_{CD} = -2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta có giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = -2$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT} = 2$.



Hình 5

giá trị

Câu 4. Cho các hằng số a, b, c, d khác 0 thỏa mãn $a.d - b.c \neq 0$. Đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là:

- A. $x = \frac{d}{c}; y = \frac{a}{c}$
- B. $x = -\frac{d}{c}; y = \frac{a}{c}$
- C. $x = -\frac{d}{c}; y = \frac{b}{d}$
- D. $x = -\frac{b}{a}; y = \frac{b}{d}$

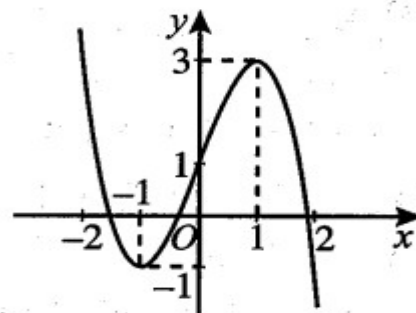
Lời giải

Chọn B

Ta có $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có TXĐ là $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$

+) $\lim_{x \rightarrow \frac{-d}{c}} \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c}$.. Vậy TCD là $x = \frac{-d}{c}$.

+) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c}$.. Vậy TCN là $y = \frac{a}{c}$.



Hình 8

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên i và có đồ thị như Hình 8. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $m = -2, M = 2$ B. $m = 1, M = 3$
 C. $m = 3, M = 1$ D. $m = -1, M = 3$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị của hàm số ta có:

$$m = -1$$

$$M = 3$$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Đường tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. $x = 1, y = 1$. B. $x = 1, y = 2$.
 C. $x = 2, y = 1$. D. $x = 2, y = 2$.

Lời giải

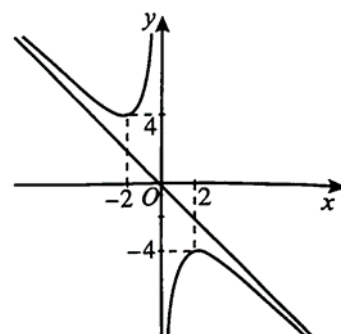
Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \text{ là một tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty \text{ là một tiệm cận đứng}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty \text{ là một tiệm cận đứng}$$



Hình 7

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x}$ ($a \neq 0$) có đồ thị như Hình 7.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng:

- A. Đường thẳng $y = x$.
 B. Đường thẳng $y = -x$.
 C. Đường thẳng $x = 0$.
 D. Đường thẳng $y = -2x$.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - ax + b] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c}{x} = 0$ nên đường thẳng (d): $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Vì (d) đi qua $O(0;0)$ và $A(2;-4)$ nên $\begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \end{cases}$. Vậy đường thẳng (d) có dạng $y = -2x$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC . Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.
 B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
 C. $\vec{GD} - \vec{GA} = \vec{AD}$.
 D. $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$.

Lời giải

Chọn B

Tính chất trọng tâm: $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Câu B chỉ đúng khi G là tâm tứ diện $ABCD$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(-4; 3; 2)$. B. $(2; 3; -4)$. C. $(3; -4; 2)$. D. $(-2; -3; 4)$

Lời giải

Chọn B

Với

$$\begin{cases} \vec{i} = (1; 0; 0) \\ \vec{j} = (0; 1; 0) \\ \vec{k} = (0; 0; 1) \end{cases}$$

Khi đó $\vec{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} = (2; 3; -4)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - \vec{v}$ là:

A. $(-2; 6; -3)$. B. $(2; -6; 3)$. C. $(-2; -2; -3)$. D. $(2; 2; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$\vec{u} - \vec{v} = (3 - 5; 2 - (-4); -1 - 2) = (-2; 6; -3)$$

Câu 11. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày theo mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở *Bảng 4*. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

- A. 75. B. 70,8.
C. 78,8. D. 74,8.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[50;60)	3	3
[60;70)	5	8
[70;80)	25	33
[80;90)	4	37
[90;100)	3	40
	$n = 40$	

Giải

Số phần tử của mẫu là $n = 40$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$ mà $8 < 20 < 33$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 20. Xét nhóm 3 có $r = 70$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 8$.

Bảng 4

Trung vị của mẫu số liệu đó là: $M_e = 70 + \frac{20 - 8}{25} \cdot 10 = 74,8$. Chọn D.

Câu 12. Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở *Bảng 4*. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

- A. 9,08. B. 82,4375. C. 74,75. D. 50.

Lời giải

Chọn B

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 55 + 5 \cdot 65 + 25 \cdot 75 + 4 \cdot 85 + 3 \cdot 95}{40} = 74,75.$$

Phương sai của mẫu số liệu đó là:

$$s^2 = \frac{3(55 - 74,75)^2 + 5(65 - 74,75)^2 + 25(75 - 74,75)^2 + 4(85 - 74,75)^2 + 3(95 - 74,75)^2}{40} = 82,4375$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Bảng 5 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 50)	5	5
[50; 60)	8	13
[60; 70)	25	38
[70; 80)	20	58
[80; 90)	2	60
	$n = 60$	

Bảng 5

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).
b) Trung vị của mẫu số liệu trên là $66,8$ (nghìn đồng).
c) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là $60,8$ (nghìn đồng).
d) Mốt của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	S	Đ	Đ	S

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{5.45 + 8.55 + 25.65 + 20.75 + 2.85}{60} = 66 \quad (\text{nghìn đồng})$$

- b) Số phần tử của mẫu là $n = 60$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$ mà $13 < 30 < 38$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30. Xét nhóm 3 có $r = 60$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 13$.

$$M_e = 60 + \frac{30 - 13}{25} \cdot 10 = 66,8 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Trung vị của mẫu số liệu đó là:

- c) Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$ mà $13 < 15 < 38$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 15. Xét nhóm 3 có $r = 60$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 13$.

$$Q_1 = 60 + \frac{15 - 13}{25} \cdot 10 = 60,8 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu đó là:

- d) Ta thấy nhóm 3 là nhóm có tần số lớn nhất với $u = 60$; $g = 10$; $n_3 = 25$. Nhóm 2 có tần số $n_2 = 8$, nhóm 4 có tần số $n_4 = 20$.

$$M_o = 60 + \frac{25 - 8}{25 - 8 - 20} \cdot 10 \gg 68 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Mốt của mẫu số liệu đó là:

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$

- a) $f'(x) = 1 + 2\cos 2x$.

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$.

c) Trên đoạn $[0; p]$ phương trình $f(x) = 0$ có đúng một nghiệm $\frac{5p}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; p]$ là $\frac{5p}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	S	S	S	Đ

Ta có:

$$f(x) = 1 - 2\cos 2x.$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\cos 2x = 0 \Leftrightarrow -1 \leq \cos 2x \leq \frac{1}{2}.$$

$$\Leftrightarrow 2x = \pm \frac{p}{3} + 2kp \Leftrightarrow x = \pm \frac{p}{6} + kp (k \in \mathbb{Z})$$

Với $x \in [0; p]$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $x = \frac{p}{6}$ và $x = \frac{5p}{6}$.

Trên đoạn $[0; p]$:

$$x = 0 \Rightarrow y = 0;$$

$$x = \frac{p}{6} \Rightarrow y = \frac{p}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x = \frac{5p}{6} \Rightarrow y = \frac{5p}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x = p \Rightarrow y = p.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; p]$ là $\frac{5p}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy a) **S**, b) **S**, c) **S**, d) **Đ**.

Câu 3. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)\%$.

a) Hàm số $f(x) = \frac{100(x+200)}{x+30}$.

b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.

d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dẫn đến dương vô cực bằng 100.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	S	S	Đ	Đ

a) Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15% có $200 \cdot \frac{15}{100} = 30$ (gam) muối tinh khiết. Khi thêm x (gam) muối tinh khiết vào 200 gam dung dịch muối nồng độ 15% thì có $(x + 30)$ (gam) muối tinh khiết. Khi đó, ta có hàm số là

$$f(x) = \frac{100(x + 30)}{x + 200}.$$

Suy ra a) sai.

b) Ta có $f'(x) = \frac{17000}{(x + 200)^2} > 0, \forall x \in (0; +\infty).$ **Suy ra b) sai.**

c) Vì $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên khi x tăng thì $f(x)$ tăng. Nghĩa là khi thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì dung dịch có nồng độ phần trăm càng tăng.

Vì $x + 30 < x + 200$ với mọi $x \in (0; +\infty)$ nên $\frac{x + 30}{x + 200} < 1$ dẫn đến $f(x) = \frac{100(x + 30)}{x + 200} < 100$. Nghĩa là nồng độ phần trăm không vượt quá 100% khi cho thêm nhiều gam muối tinh khiết vào. **Suy ra c) đúng.**

d) Ta có :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100(x + 30)}{x + 200} = 100.$$

Suy ra d) đúng.

Câu 4. Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 2) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).

Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu

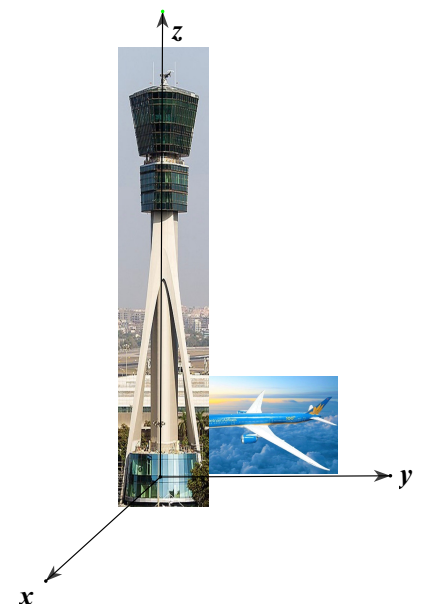
$$(0; 0; 0)$$

a) Radar ở vị trí có tọa độ

$$(300; 200; 10)$$

b) Vị trí A có tọa độ

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 2

d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí

Lời giải

Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0,08)$; điểm $A(-300;-200;10)$

Vậy khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

$$\sqrt{(-300-0)^2 + (-200-0)^2 + (10-0,08)^2} \gg 360,69 \text{ (km)}.$$

Vì $360,69 < 500$ nên ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A.

Đáp án: a) S, b) S, c) Đ, d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $A = 2a + b$ là bao nhiêu?

Lời giải

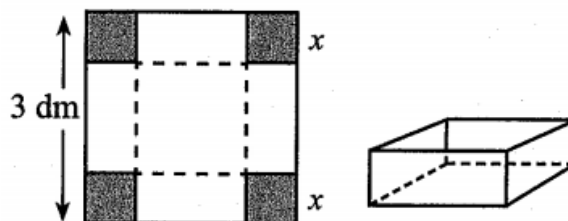
Trả lời: $A = 5$

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$, $f'(x) = 0 \cup x = 1, x = 3$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$ nên suy ra $a = 1$, $b = 3$.

Vậy $A = 2a + b = 5$

Câu 2. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 3dm . Bác Tùng cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài cạnh bằng $x(\text{dm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như Hình 2 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Hình 2

Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo $x(\text{dm})$. Giá trị lớn nhất của V là bao nhiêu decimet khối?

Lời giải

Ta thấy độ dài $x(\text{dm})$ của cạnh hình vuông bị cắt thỏa mãn điều kiện $0 < x < 1,5$.

Thể tích của khối hộp là $V(x) = x(3 - 2x)^2$ với $0 < x < 1,5$.

Ta phải tìm $x_0 \in (0; 1,5)$ sao cho $V(x_0)$ có giá trị lớn nhất.

Ta có: $V'(x) = (3 - 2x)^2 - 4x(3 - 2x) = (3 - 2x)(3 - 6x) = 3(3 - 2x)(1 - 2x)$.

Trên khoảng $(0; 1,5)$, $V'(x) = 0$ khi $x = 0,5$.

Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ như sau:

x	0	0,5	1,5	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	0			0

Căn cứ bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng $(0; 1,5)$, hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại $x = 0,5$. Vậy giá trị lớn nhất của V là 2dm^3 .

Câu 3. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$

($f(t)$ được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

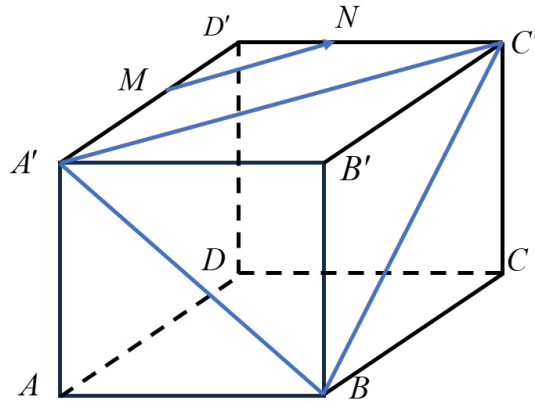
Lời giải

Trả lời: 26

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{26t + 10}{t + 5} = 26$. Nên đồ thị hàm số $f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 26$. Vậy $a = 26$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi J là góc giữa hai vectơ $\vec{MN}$ và $\vec{A'B}$. Số đo của góc J bằng bao nhiêu độ?

Lời giải



(Hình 5)

Trả lời: 60°

(Hình 5). Vì $MN \parallel A'C'$ nên $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'B} \right) = \left(\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{A'B} \right) = \hat{C}'A'B$.

Tam giác $C'A'B$ là tam giác đều vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.

Suy ra $\hat{C}'A'B = 60^\circ$.

Vậy $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'B} \right) = \hat{C}'A'B = 60^\circ$.

Câu 5. Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?

Lời giải

Trả lời: 109

Ta có vận tốc tức thời là $v(t) = -3t^2 + 36t + 1$. Lập bảng biến thiên của hàm số $v(t)$ ta có vận tốc tức thời đạt giá trị lớn nhất bằng 109 m/s.

Câu 6. Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m . Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 550 (m)

Ta có: Vị trí A, B có tọa độ lần lượt là: $(150; 200; 50), (-180; -240; 60)$. Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:

$$AB = \sqrt{(-180 - 150)^2 + (-240 - 200)^2 + (60 - 50)^2} \approx 550(\text{m}).$$