|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH BẮC NINH**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH**  **LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2018-2019**  **MÔN THI: TOÁN**  *Thời gian làm bài: 150 phút* |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức

với 

2) Cho hàm số  có đồ thị là Tìm tất cả các giá trị của để đường thẳng cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm sao cho tam giác có diện tích là (O là gốc tọa độ, dơn vị đo trên các trục là 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Cho phương trình là ẩn, là tham số. Tìm tất cả giá trị của để phương trình có ít nhất một nghiệm dương
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1) Cho các số thực dương thỏa mãn các điều kiện Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

2) Tìm số nguyên tố thỏa mãn là số chính phương

**Câu 4. (7,0 điểm)**

1. Cho tam giác  nội tiếp trong đường tròn (O) và đường cao Vẽ đường kính AE của đường tròn (O)
2. Chứng minh rằng 
3. Vẽ dây của đường tròn (O) song song với BC, cắt AC tại Q, BF cắt AD tại P. Chứng minh rằng : song song với 
4. Gọi là giao điểm của và Chứng minh rằng:



1. Cho tam giác có Các điểm và F lần lượt nằm trên các cạnh sao cho và Tính 

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Trong kỳ thi Olympic có 17 học sinh thi môn Toán được mang số báo danh là số tự nhiên trong khoảng từ 1 đến 1000. Chứng minh rằng có thể chọn ra 9 học sinh thi toán có tổng các số báo danh được mang chia hết cho 9.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1) Ta có: 

Suy ra :



Từ đó suy ra 

2) Vì ba điểm tạo thành một tam giác nên và 

Tọa độ giao điểm của d và là 

Tọa độ giao điểm của d và Oy là 

Do tam giác  vuông tại O nên 

Do đó, 

**Câu 2.**

1. Do đó, phương trình luôn có nghiệm, các nghiệm là 

Phương trình có ít nhất một nghiệm dương khi và chỉ khi



2. 

Điều kiện 

Nhận xét :

không thỏa mãn điều kiện.

. Không thỏa phương trình (\*)

Do đó, ta có: 



Với thay vào phương trình (\*) ta có:



Với 

Ta có: 

Cộng vế với vế hai phương trình ta được: 

Thay vào (\*) ta được: 

(do 

Vậy hệ có các nghiệm 

**Câu 3.**

1. Đặt Từ điều kiện suy ra 

Khi đó, Do 

Đặt và

(do 

Khi đó, với 

Ta có : 

Do đó, đạt được khi hay là nghiệm hệ 

Ta lại có (do 

Do đó, hay (x;y) là nghiệm hệ 

**2.** Đặt 

Biến đổi thành : 

TH1: Nếu 

Đặt 

Khi đó thay vào (1) ta có: 

Coi đây là phương trình bậc hai ẩn điều kiện cần để tồn tại nghiệm của phương trình là: là một số chính phương

Mặt khác với ta dễ chứng minh được 

Suy ra các trường hợp:



Do đó phải có , thử trực tiếp được 

Từ đó ta có 

Trường hợp 2: Nếu , đặt 

Khi đó thay vào (1) ta có: 

Xem đây là phương trình bậc hai ẩn điều kiện cần để tồn tại nghiệm của phương trình là : là một số chính phương.

Mặt khác với ta dễ chứng minh được , suy ra các trường hợp:



Do đó phải có thử trực tiếp được thỏa mãn

Từ đó suy ra tương ứng 

Vậy tập tất cả các giá trị của cần tìm là 

**Câu 4.**

****

**1)**

a) Xét hai tam giác và có (chắn nửa đường tròn) nên 

Hơn nữa (cùng chắn AC). Suy ra 

Từ đây ta có tỷ lệ thức 

b) Ta có : (cùng chắn BE)

mặt khác mà vì 

nên do đó:

suy ra tứ giác nội tiếp 

c) Ta có: 

Kéo dài cắt O tại M.

Xét và 



Mặt khác (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra mà 

Áp dụng định lý Talet trong ta được 

Do đó : 



Vậy 

**2)**

****

Xét có 

có 

Gọi D là trung điểm của BC và G là điểm trên AB sao cho 

Khi đó, 

Do đó và lần lượt là tia phân giác của và nên 

Do đó, 

Từ đó suy ra (Định lý Ta let đảo)

**Câu 5.**

Với 5 số tự nhiên đôi một khác nhau tùy ý thì có hai trường hợp xảy ra:

+TH1: có ít nhất 3 số chia cho 3 có số dư giống nhau Tổng ba số tương ứng chia hết cho 3.

+TH2: Có nhiều nhất 2 số chia cho 3 có số dư giống nhauCó ít nhất 1 số chia hết cho 3, 1 số chia cho 3 dư 1, 1 số chia cho 3 dư 2, suy ra luôn chọn được 3 số có tổng chia hết cho3

Do đó ta chia 17 số là số báo danh của 17 học sinh thành 3 tập có lần lượt 5,5,7 phần tử

Trong mỗi tập, chọn được 3 số có tổng lần lượt là 

Còn lại số, trong 8 số còn lại, chọn tiếp 3 số có tổng là 

Còn lại 5 số chọn tiếp 3 số có tổng là 

Trong 5 số có 3 số có tổng chia hết cho 3.

Nên 9 học sinh tương ứng có tổng là các số báo danh là 