**ĐỀ CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI HSG TỈNH THANH HÓA**

**NĂM HỌC 2020-2021**

**Môn thi : Toán**

**Bài 1. (4,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức với 
2. Tính giá trị biểu thức với thỏa mãn 

**Bài 2. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải phương trình 

**Bài 3. (4,0 điểm)**

1. Cho là các số nguyên sao cho là số nguyên

Chứng minh chia hết cho 

1. Tìm số nguyên tố thỏa mãn 

**Bài 4. (6,0 điểm)** Cho nhọn, các đường cao cắt nhau tại H. Trên lấy sao cho 

1. Chứng minh rằng : 
2. Gọi là giao điểm của đường thẳng và đường thẳng Chứng minh 
3. Chứng minh đường thẳng đi qua điểm vuông góc với đường thẳng đi qua điểm B vuông góc với và đường thẳng đi qua điểm C vuông góc với đồng quy tại một điểm

**Bài 5. (2,0 điểm)** Cho là các số thực dương thỏa mãn 

Chứng minh rằng :

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

1. Ta có :



1. Ta có :

. Khi đó :





Vậy với 

**Bài 2.**

1. Điều kiện xác định : 



Vậy tập nghiệm của phương trình là 

1. Điều kiện xác định : 



Đặt . Khi đó phương trình trở thành :





Vậy tập nghiệm phương trình là 

**Bài 3.**

1. Đặt 

Theo đề bài ta có :



Mặt khác, (với là số nguyên)

nên 



Vậy 

1. Ta có :

và khác tính chẵn, lẻkhác tính chẵn lẻ

Mà là các số nguyên tố nên ta xét các trường hợp sau :

ta có :

là lũy thừa của 2

Đặt 

Khi đó 

ta có :

, do x là số lẻ nên 

Vậy 

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh rằng **

Xét vuông tại M, đường cao 

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, có : 

Xét vuông tại N, đường cao 

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, có : 

Xét và có : chung



Từ 

1. **Chứng minh **

Xét và có : (chứng minh trên);chung



Chứng minh tương tự, ta có : 

lần lượt là phân giác trong và phân giác ngoài tại đỉnh của 

1. Gọi O là giao điểm của ba đường trung trực của 

(vì cân tại O);(vì cân tại O)

(vì cân tại O)



Lại có : 

Chứng minh tương tự, ta có : 

Vậy đường thẳng đi qua điểm vuông góc với đường thẳng đi qua điểm B vuông góc với và đường thẳng đi qua điểm C vuông góc với đồng quy tại điểm O

**Bài 5.**

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacoxki, ta có :



Mặt khác, ta có : 

. Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có





Từ (1) và (2) suy ra 

Chứng minh tương tự, ta có :

. Do đó:



Dấu xảy ra khi 