|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN**  **TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP** | **ĐỀ THI ĐỀ XUẤT THI HỌC SINH GIỎI**  **NĂM HỌC 2022 - 2023**  *Môn: TOÁN - Lớp 12* |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC**  *(Đề này có 6 trang)* | *Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)* |

**Câu 1.** a. Cho hàm số . Viết phương trình đường thẳng  đi qua điểm và cắt đồ thị  tại 2 điểm phân biệt  sao cho tam giác  có diện tích bằng 1. ( là gốc tọa độ).

b. Cho hàm số  Tìm *m* để đồ thị  có

3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất.

**Câu 2.** a.Giải phương trình sau: .

b. Tìm  để bất phương trình  nghiệm đúng với mọi 

**Câu 3.** a. Tìm số nguyên dương *n* thỏa mãn



b. Gọi *A* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *A*, tính xác suất để chọn được 1 số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 3.

**Câu 4.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh *a*, SA =  và SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

a. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B’, C’, D’. Tính thể tích khối chóp S.AB’C’D’ theo *a*.

b. Gọi *M* và *N* là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh *BC* và *DC* sao cho . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp *S.AMN.*

**Câu 5.** Cho các số  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

 .

**------------- HẾT -------------**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN**  **TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP** | **ĐÁP ÁN ĐỀ THI ĐỀ XUẤT THI HỌC SINH GIỎI**  **NĂM HỌC 2021 - 2022**  *Môn: TOÁN - Lớp 12* |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
|  | *a).* Cho hàm số  . Viết phương trình đường thẳng  đi qua điểm và cắt đồ thị  tại 2 điểm phân biệt  sao cho tam giác  có diện tích bằng 1. ( là gốc tọa độ).  **Lời giải**  Đk: . Gọi k là hệ số góc của đt  suy ra PT :  PT hoành độ giao điểm của và (C): (\*)  Đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi PT (\*) có 2 nghiệm phân biệt  Gọi là các giao điểm của với ( C ) thì là các nghiệm của PT (\*) . Theo Viet ta có .. Ta có =  Theo bài ra diện tích tam giác ABC bằng 1 nên ta có :  thỏa mãn k > 0.Vậy có 2 đường thẳng là :  *b).* Cho hàm số  Tìm *m* để đồ thị  có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất.  **Lời giải**  Ta có  Để hàm số có ba cực trị thì    Ba điểm cực trị là:    Tam giác  cân tại  Gọi  là trung điểm của . Khi đó    Diện tích tam giác  là:  Do đó:  khi  Từ (1) và (2) ta có  thỏa bài toán | *(2,5 điểm)*  *(2,5 điểm)* |
| **Câu 2.**  *(5 điểm)* | *a) Giải phương trình sau:*  (\*)*.*  **Lời giải**  Điều kiện:    Đặt ; khi đó      Kết Luận: Tập nghiệm của pt(\*) là  b) Tìm  để bất phương trình  nghiệm đúng với mọi  + Điều kiện .  + Bất phương trình đã cho tương đương với  + Đặt  + Do  nên    + Suy ra  + Bất phương trình trở thành  + Do  + Suy ra  + Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng  thì phương trình  nghiệm đúng | *(2,5 điểm)*  *(2,5 điểm)* |
| **Câu 3.**  *(4 điểm)* | 1. Tìm số nguyên dương *n* thỏa mãn   **Lời giải**  a)    b) Gọi *A* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *A*, tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 3.  Giải: Số các số tự nhiên có 4 chữ số là  Giả sử số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 3 là:  Ta có  chia hết cho 7 khi và chỉ khi  chia hết cho 7. Đặt  là số nguyên khi và chỉ khi  Khi đó ta được:  suy ra số cách chọn ra *t* sao cho số  chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 3 là 128.  Vậy xác suất cần tìm là: | *(2 điểm)*  *(2 điểm)* |
| **Câu 4.**  *(4 điểm)* | Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh *a*, SA =  và SA vuông góc với mặt phẳng đáy.   1. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B’, C’, D’. Tính thể tích khối chóp S.AB’C’D’ theo *a*. 2. *M* và *N* là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh *BC* và *DC* sao cho . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp *S.AMN.*   **Lời giải**    a)    Tương tự    (1)  (2)  Do  Cộng (1) và (2) theo vế ta được    b) . Đặt ;  Trên tia đối của tia DC lấy điểm P sao cho    (\*)  Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông CMN ta được        Thế vào (\*) ta được  Đặt  .  ,  ,  Vậy  khi  khi | *(2 điểm)*  *(2 điểm)* |
| **Câu 5.**  *(2 điểm)* | Cho các số  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  .  **Lời giải**  Không mất tính tổng quát , giả sử x là số lớn nhất trong 3 số  Ta chứng minh  với mọi  .      Bất đẳng thức này đúng do  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi y=z  Suy ra  Mặt khác, theo BĐT Cô si ta có:  Dấu bằng xảy ra khi x=1  Khi đó:  Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 1 khi x=y=z=1 | *(2 điểm)* |