|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN** **TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP** | **ĐỀ THI ĐỀ XUẤT THI HỌC SINH GIỎI** **NĂM HỌC 2022 - 2023***Môn: TOÁN - Lớp 12*  |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC***(Đề này có 6 trang)* | *Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)* |

**Câu 1.** a. Cho hàm số . Viết phương trình đường thẳng  đi qua điểm và cắt đồ thị  tại 2 điểm phân biệt  sao cho tam giác  có diện tích bằng 1. ( là gốc tọa độ).

 b. Cho hàm số  Tìm *m* để đồ thị  có

3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất.

**Câu 2.** a.Giải phương trình sau: .

 b. Tìm  để bất phương trình  nghiệm đúng với mọi 

**Câu 3.** a. Tìm số nguyên dương *n* thỏa mãn

 

 b. Gọi *A* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *A*, tính xác suất để chọn được 1 số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 3.

**Câu 4.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh *a*, SA =  và SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

 a. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B’, C’, D’. Tính thể tích khối chóp S.AB’C’D’ theo *a*.

 b. Gọi *M* và *N* là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh *BC* và *DC* sao cho . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp *S.AMN.*

**Câu 5.** Cho các số  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

 .

**------------- HẾT -------------**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN** **TRƯỜNG THPT HÀ HUY TẬP** | **ĐÁP ÁN ĐỀ THI ĐỀ XUẤT THI HỌC SINH GIỎI** **NĂM HỌC 2021 - 2022***Môn: TOÁN - Lớp 12*  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
|  | *a).* Cho hàm số . Viết phương trình đường thẳng  đi qua điểm và cắt đồ thị  tại 2 điểm phân biệt  sao cho tam giác  có diện tích bằng 1. ( là gốc tọa độ).**Lời giải**Đk: . Gọi k là hệ số góc của đt  suy ra PT : PT hoành độ giao điểm của và (C): (\*) Đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi PT (\*) có 2 nghiệm phân biệtGọi là các giao điểm của với ( C ) thì là các nghiệm của PT (\*) . Theo Viet ta có ..Ta có =Theo bài ra diện tích tam giác ABC bằng 1 nên ta có :  thỏa mãn k > 0.Vậy có 2 đường thẳng là : *b).* Cho hàm số  Tìm *m* để đồ thị  có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất.**Lời giải**Ta có Để hàm số có ba cực trị thì  Ba điểm cực trị là: Tam giác  cân tại Gọi  là trung điểm của . Khi đó Diện tích tam giác  là: Do đó:  khi  Từ (1) và (2) ta có  thỏa bài toán | *(2,5 điểm)**(2,5 điểm)* |
| **Câu 2.***(5 điểm)* | *a) Giải phương trình sau:*  (\*)*.***Lời giải**Điều kiện: Đặt ; khi đó Kết Luận: Tập nghiệm của pt(\*) là b) Tìm  để bất phương trình  nghiệm đúng với mọi  + Điều kiện . + Bất phương trình đã cho tương đương với  + Đặt + Do  nên   + Suy ra  + Bất phương trình trở thành  + Do + Suy ra  + Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng  thì phương trình  nghiệm đúng | *(2,5 điểm)**(2,5 điểm)* |
| **Câu 3.***(4 điểm)* | 1. Tìm số nguyên dương *n* thỏa mãn

**Lời giải**a)b) Gọi *A* là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập *A*, tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 3.Giải: Số các số tự nhiên có 4 chữ số là Giả sử số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 3 là: Ta có  chia hết cho 7 khi và chỉ khi  chia hết cho 7. Đặt  là số nguyên khi và chỉ khi Khi đó ta được:  suy ra số cách chọn ra *t* sao cho số  chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 3 là 128. Vậy xác suất cần tìm là:  | *(2 điểm)**(2 điểm)* |
| **Câu 4.***(4 điểm)* | Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh *a*, SA =  và SA vuông góc với mặt phẳng đáy.1. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B’, C’, D’. Tính thể tích khối chóp S.AB’C’D’ theo *a*.
2. *M* và *N* là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh *BC* và *DC* sao cho . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp *S.AMN.*

**Lời giải**a) Tương tự  (1) (2)Do Cộng (1) và (2) theo vế ta đượcb) . Đặt ; Trên tia đối của tia DC lấy điểm P sao cho  (\*)Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông CMN ta đượcThế vào (\*) ta được Đặt ., , Vậy  khi  khi  | *(2 điểm)**(2 điểm)* |
| **Câu 5.***(2 điểm)* | Cho các số  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  .**Lời giải** Không mất tính tổng quát , giả sử x là số lớn nhất trong 3 số Ta chứng minh  với mọi  . Bất đẳng thức này đúng doDấu bằng xảy ra khi và chỉ khi y=zSuy raMặt khác, theo BĐT Cô si ta có: Dấu bằng xảy ra khi x=1Khi đó: Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 1 khi x=y=z=1 | *(2 điểm)* |