



KIỂM TRA HỌC KÌ 2 NK 2021-2022

Môn: **Toán** Thời gian: **60 phút**  
Lớp : **11TH2**.

**Câu 1:(1.5 điểm)** Tính các giới hạn sau

a.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2}$ .

b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} + x)$ .

**Câu 2:(1 điểm)** Xét tính liên tục của hàm số sau tại  $x_0 = -1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3-x}-2}{x^2-1} & \text{nếu } x < -1 \\ x + \frac{9}{8} & \text{nếu } x \geq -1. \end{cases}$$

**Câu 3:(0.5 điểm)** Chứng minh rằng phương trình  $x^{50} + 2x - 1 = 0$  có ít nhất một nghiệm.

**Câu 4:(2.5 điểm)** Tìm đạo hàm của các hàm số sau

a.  $y = 5x^2 + 2\sqrt{x}$

b.  $y = \frac{3x^2 + x + 1}{2x^2 - 5x + 6}$

c.  $\sqrt{x^2 + 1} \cdot \cos x$

**Câu 5:(1 điểm)** Viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{3x+1}$ , biết rằng tiếp tuyến này có hệ số góc  $k = \frac{3}{2}$ .

**Câu 6:(3.5 điểm)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SB$  vuông góc với mặt đáy và  $SB = 2a$ .

a. Chứng minh  $(SCD) \perp (SBC)$ .

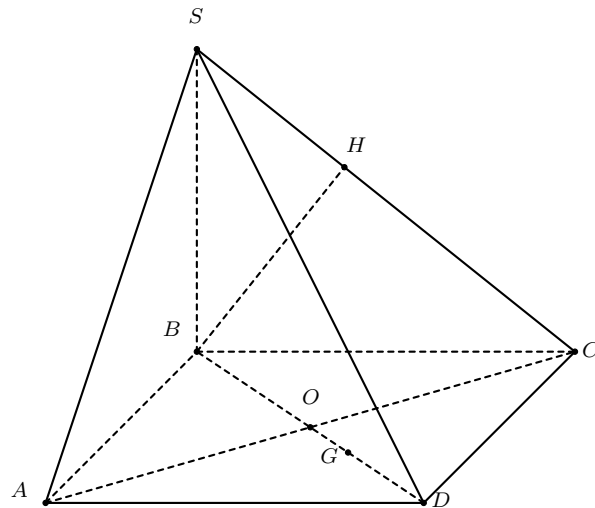
b. Chứng minh  $AC \perp SD$ .

c. Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(ABCD)$ .

d. Tính khoảng cách từ  $G$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  với  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ACD$ .

| Lời giải                                                                                                                                                          | Điểm      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Câu 1:(1.5 điểm)</b> Tính các giới hạn sau                                                                                                                     |           |
| $a. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5x - 14}{x - 2}.$                                                                                                          | 0.75 điểm |
| $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 7)(x - 2)}{x - 2}$                                                                                                           | 0.5 điểm  |
| $= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 7) = 9$                                                                                                                            | 0.25 điểm |
| $b. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} + x).$                                                                                                      | 0.75 điểm |
| $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 + 3x + 1) - x^2}{\sqrt{x^2 + 3x + 1} - x}$                                                                             | 0.5 điểm  |
| $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} = -\frac{3}{2}$                                               | 0.25 điểm |
| <b>Câu 2:</b> Xét tính liên tục của hàm số sau tại $x_0 = -1$                                                                                                     | 1 điểm    |
| $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3-x}-2}{x^2-1} & \text{nếu } x < -1 \\ x + \frac{9}{8} & \text{nếu } x \geq -1. \end{cases}$                                    |           |
| $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(x + \frac{9}{8}\right) = \frac{1}{8}.$                                                          | 0.25 điểm |
| $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt{3-x}-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} -\frac{1}{(x-1)(\sqrt{3-x}+2)} = \frac{1}{8}.$ | 0.5 điểm  |
| Do $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \frac{1}{8} = f(-1)$ nên $f$ liên tục tại $x_0 = -1$                                        | 0.25 điểm |
| <b>Câu 3:</b> Chứng minh rằng phương trình $x^{50} + 2x - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm.                                                                           | 0.5 điểm  |
| Xét $f(x) = x^{50} + 2x - 1$ là hàm đa thức liên tục trên $[0; 1]$ .                                                                                              | 0.25 điểm |

|                                                                                                                                                       |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Do $f(0)f(1) = -2 < 0$ nên theo định lí giá trị trung gian, phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên $(0; 1)$ .                                         | 0.25 điểm |
| <b>Câu 4:</b> Tìm đạo hàm của các hàm số sau                                                                                                          | 2.5 điểm  |
| $a. y = 5x^2 + 2\sqrt{x}$                                                                                                                             | 1 điểm    |
| Ta có $y = 10x + \frac{1}{\sqrt{x}}$                                                                                                                  | 1 điểm    |
| $b. y = \frac{3x^2 + x + 1}{2x^2 - 5x + 6}$                                                                                                           | 1 điểm    |
| Ta có $y' = \frac{-17x^2 + 32x + 11}{(2x^2 - 5x + 6)^2}$ .                                                                                            | 1 điểm    |
| $c. y = \sqrt{x^2 + 1} \cos x$                                                                                                                        | 0.5 điểm  |
| Ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cos x - \sqrt{x^2 + 1} \sin x$ .                                                                                | 0.5 điểm  |
| <b>Câu 5:</b> Viết phương trình tiếp tuyến $\Delta$ của đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x + 1}$ , biết rằng tiếp tuyến này có hệ số góc $k = \frac{3}{2}$ . | 1 điểm    |
| Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm thì $\frac{3}{2} = y'(x_0) = \frac{3}{2\sqrt{3x_0 + 1}}$                                                               | 0.25 điểm |
| $\Leftrightarrow x_0 = 0$ .                                                                                                                           | 0.25 điểm |
| Vậy tiếp tuyến cần tìm là $\Delta : y = \frac{3}{2}(x - x_0) + y(x_0)$                                                                                | 0.25 điểm |
| hay $\Delta : y = \frac{3}{2}x + 1$ .                                                                                                                 | 0.25 điểm |
| <b>Câu 6:</b> Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$ , $SB$ vuông góc với mặt đáy và $SB = 2a$ .                                     | 2.5 điểm  |
|                                                                                                                                                       |           |



a. Chứng minh  $(SBC) \perp (SCD)$

1 điểm

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp BC & (\text{ABCD là hình vuông}) \\ CD \perp SB & (SB \perp (ABCD)) \\ (SBC) : BC \cap SB = B \end{cases}.$$

0.5 điểm

$$\Rightarrow CD \perp (SBC)$$

0.25 điểm

$$\Rightarrow (SCD) \perp (SBC).$$

0.25 điểm

b. Chứng minh  $AC \perp SD$

1 điểm

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BD & (\text{ABCD là hình vuông}) \\ AC \perp SB & (SB \perp (ABCD)) \\ (SBD) : SB \cap BD = B \end{cases}.$$

0.5 điểm

$$\Rightarrow AC \perp (SBD)$$

0.25 điểm

mà  $SD \subset (SBD)$  nên  $AC \perp SD$ .

0.25 điểm

c. Tính góc giữa  $(SCD)$  và  $(ABCD)$

1 điểm

$$\text{Ta có } \left\{ \begin{array}{l} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SC \subset (SCD), SC \perp CD \\ BC \subset (ABCD), BC \perp CD \end{array} \right. .$$

0.5 điểm

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| $\Rightarrow [(SCD), (ABCD)] = (SC, BC) = \widehat{SCB}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 điểm       |
| Ta có $\tan \widehat{SCB} = \frac{SB}{BC} = 2$ nên $\widehat{SCB} \approx 63.43^\circ$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0.25 điểm       |
| <b>d. Tính khoảng cách từ <math>G</math> đến <math>(SCD)</math> với <math>G</math> là trọng tâm của tam giác <math>ACD</math>.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>0.5 điểm</b> |
| <p>Kẻ <math>BH \perp SC</math> thì <math>\begin{cases} BH \perp SC &amp; (\text{cách dựng}) \\ BH \perp CD &amp; (CD \perp (SBC)) \\ (SCD) : SC \cap CD = C \end{cases}</math>.</p> <p><math>\Rightarrow BH \perp (SCD)</math> tại <math>H</math></p> <p><math>\Rightarrow d_{[B, (SCD)]} = BH</math>.</p> <p><math>\Rightarrow d_{[G, (SCD)]} = \frac{GD}{BD} d_{[B, (SCD)]} = \frac{1}{3} BH</math>.</p> | 0.25 điểm       |
| Ta có $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BS^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0.25 điểm       |