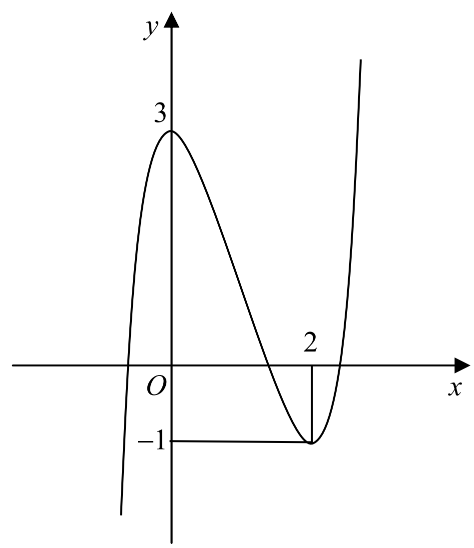
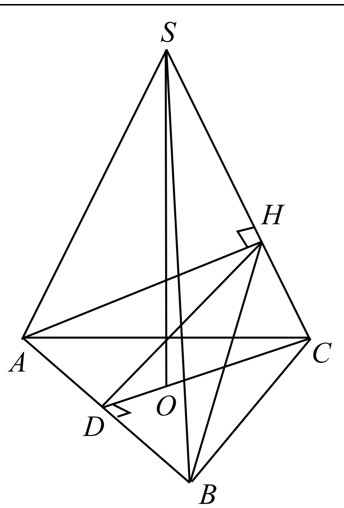
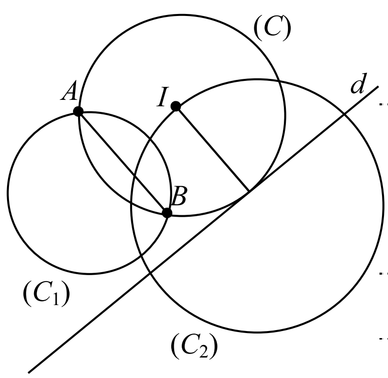
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

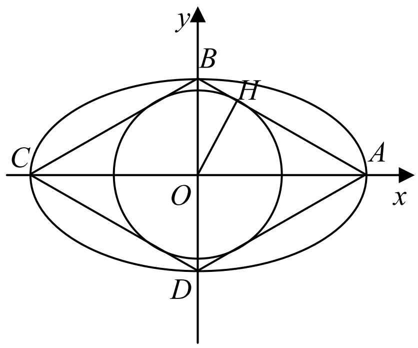
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012
Môn: TOÁN; Khối B
(Đáp án - thang điểm gồm 04 trang)

Câu	***Đáp án***	***Điểm***
1 **(2,0 *điểm*)**	**a) (1,0 *điểm*)**	
	Khi $m=1,$ ta có: $y=x^3-3x^2+3$. • Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. • Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y'=3x^2-6x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$.	***0,25***
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty;\, 0)$ và $(2;\, +\infty)$, khoảng nghịch biến: $(0;\, 2)$. – Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x=0,$ $y_{\text{CĐ}}=3$; đạt cực tiểu tại $x=2,$ $y_{\text{CT}}=-1$. – Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$.	***0,25***
	– Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & & & 3 & & & & +\infty \\ & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & -1 & & \end{array}$	***0,25***
	• Đồ thị:  	***0,25***
	b) (1,0 *điểm*)	
	$y'=3x^2-6mx$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2m$. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi và chỉ khi $m\neq 0$ (*).	***0,25***
	Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0;\, 3m^3)$ và $B(2m;\, -m^3)$. Suy ra $OA=3\|m^3\|$ và $d(B,(OA))=2\|m\|$.	***0,25***
	$S_{\Delta OAB}=48 \Leftrightarrow 3m^4=48$	***0,25***
	$\Leftrightarrow m=\pm 2,$ thỏa mãn (*).	***0,25***

2 **(1,0 điểm)**	Phương trình đã cho tương đương với: $\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=\cos x-\sqrt{3}\sin x$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$	***0,25***
	$\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{3}=\pm\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$ hoặc $x=k\frac{2\pi}{3}$ $(k\in\mathbb{Z}).$	***0,25***
3 **(1,0 điểm)**	Điều kiện: $0\le x\le 2-\sqrt{3}$ hoặc $x\ge 2+\sqrt{3}$ (*). Nhận xét: $x=0$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Với $x>0$, bất phương trình đã cho tương đương với: $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{x+\frac{1}{x}-4}\ge 3$ (1).	***0,25***
	Đặt $t=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ (2), bất phương trình (1) trở thành $\sqrt{t^2-6}\ge 3-t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-t<0 \\ \begin{cases} 3-t\ge 0 \\ t^2-6\ge(3-t)^2 \end{cases}\end{array}\right.$	***0,25***
	$\Leftrightarrow t\ge\frac{5}{2}$. Thay vào (2) ta được $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\ge\frac{5}{2}\Leftrightarrow\sqrt{x}\ge 2$ hoặc $\sqrt{x}\le\frac{1}{2}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow 0<x\le\frac{1}{4}$ hoặc $x\ge 4$. Kết hợp (*) và nghiệm $x=0$, ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $\left[0;\frac{1}{4}\right]\cup[4;+\infty)$.	***0,25***
4 **(1,0 điểm)**	Đặt $t=x^2$, suy ra $dt=2xdx$. Với $x=0$ thì $t=0$; với $x=1$ thì $t=1$.	***0,25***
	Khi đó $I=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{x^2.2x\mathrm{d}x}{(x^2+1)(x^2+2)}=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{t\mathrm{d}t}{(t+1)(t+2)}$	***0,25***
	$=\frac{1}{2}\int_0^1\left(\frac{2}{t+2}-\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t=\left(\ln\lvert t+2\rvert-\frac{1}{2}\ln\lvert t+1\rvert\right)\Big\rvert_0^1$	***0,25***
	$=\ln 3-\frac{3}{2}\ln 2.$	***0,25***
5 **(1,0 điểm)**	 Gọi D là trung điểm của cạnh AB và O là tâm của ΔABC. Ta có $AB\perp CD$ và $AB\perp SO$ nên $AB\perp(SCD)$, do đó $AB\perp SC$.	***0,25***
	Mặt khác $SC\perp AH$, suy ra $SC\perp(ABH)$.	***0,25***
	Ta có: $CD=\frac{a\sqrt{3}}{2}, OC=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=\frac{a\sqrt{33}}{3}$. Do đó $DH=\frac{SO.CD}{SC}=\frac{a\sqrt{11}}{4}$. Suy ra $S_{\Delta ABH}=\frac{1}{2}AB.DH=\frac{\sqrt{11}a^2}{8}$.	***0,25***
	Ta có $SH=SC-HC=SC-\sqrt{CD^2-DH^2}=\frac{7a}{4}$. Do đó $V_{S.ABH}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABH}=\frac{7\sqrt{11}a^3}{96}$.	***0,25***

6 **(1,0 *điểm*)**	Với $x+y+z=0$ và $x^2+y^2+z^2=1$, ta có: $0=(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2x(y+z)+2yz=1-2x^2+2yz$, nên $yz=x^2-\dfrac{1}{2}$. Mặt khác $yz\le\dfrac{y^2+z^2}{2}=\dfrac{1-x^2}{2}$, suy ra: $x^2-\dfrac{1}{2}\le\dfrac{1-x^2}{2}$, do đó $-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\le x\le\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ (*).	***0,25***
	Khi đó: $P=x^5+(y^2+z^2)(y^3+z^3)-y^2z^2(y+z)$ $=x^5+(1-x^2)\left[(y^2+z^2)(y+z)-yz(y+z)\right]+\left(x^2-\dfrac{1}{2}\right)^2x$ $=x^5+(1-x^2)\left[-x(1-x^2)+x\left(x^2-\dfrac{1}{2}\right)\right]+\left(x^2-\dfrac{1}{2}\right)^2x=\dfrac{5}{4}(2x^3-x)$.	***0,25***
	Xét hàm $f(x)=2x^3-x$ trên $\left[-\dfrac{\sqrt{6}}{3};\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right]$, suy ra $f'(x)=6x^2-1$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. Ta có $f\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)=f\left(\dfrac{\sqrt{6}}{6}\right)=-\dfrac{\sqrt{6}}{9}$, $f\left(\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)=f\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. Do đó $f(x)\le\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. Suy ra $P\le\dfrac{5\sqrt{6}}{36}$.	***0,25***
	Khi $x=\dfrac{\sqrt{6}}{3}, y=z=-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị lớn nhất của *P* là $\dfrac{5\sqrt{6}}{36}$.	***0,25***
7.a **(1,0 *điểm*)**	 (C_1) có tâm là gốc tọa độ *O*. Gọi *I* là tâm của đường tròn (*C*) cần viết phương trình, ta có $AB\perp OI$. Mà $AB\perp d$ và $O\notin d$ nên *OI*//*d*, do đó *OI* có phương trình $y=x$.	***0,25***
	Mặt khác $I\in(C_2)$, nên tọa độ của *I* thỏa mãn hệ: $\begin{cases}y=x\\x^2+y^2-12x+18=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=3\end{cases}\Rightarrow I(3;3)$.	***0,25***
	Do (*C*) tiếp xúc với *d* nên (*C*) có bán kính $R=d(I,d)=2\sqrt{2}$.	***0,25***
	Vậy phương trình của (*C*) là $(x-3)^2+(y-3)^2=8$.	***0,25***
8.a **(1,0 *điểm*)**	Gọi (*S*) là mặt cầu cần viết phương trình và *I* là tâm của (*S*). Do $I\in d$ nên tọa độ của điểm *I* có dạng $I(1+2t;t;-2t)$.	***0,25***
	Do $A,B\in(S)$ nên $AI=BI$, suy ra $(2t-1)^2+(t-1)^2+4t^2=(2t+3)^2+(t-3)^2+(2t+2)^2\Rightarrow t=-1$.	***0,25***
	Do đó $I(-1;-1;2)$ và bán kính mặt cầu là $IA=\sqrt{17}$.	***0,25***
	Vậy, phương trình mặt cầu (*S*) cần tìm là $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$.	***0,25***
9.a **(1,0 *điểm*)**	Số cách chọn 4 học sinh trong lớp là $C_{25}^4=12650$.	***0,25***
	Số cách chọn 4 học sinh có cả nam và nữ là $C_{15}^1.C_{10}^3+C_{15}^2.C_{10}^2+C_{15}^3.C_{10}^1$	***0,25***
	$=11075$.	***0,25***
	Xác suất cần tính là $P=\dfrac{11075}{12650}=\dfrac{443}{506}$.	***0,25***

7.b **(1,0 *điểm*)**	 Giả sử $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 (a>b>0)$. Hình thoi $ABCD$ có $AC=2BD$ và A, B, C, D thuộc (E) suy ra $OA=2OB$.	***0,25***
	Không mất tính tổng quát, ta có thể xem $A(a;0)$ và $B\left(0;\frac{a}{2}\right)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AB, suy ra OH là bán kính của đường tròn $(C): x^2+y^2=4$.	***0,25***
	Ta có: $\frac{1}{4}=\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a^2}$.	***0,25***
	Suy ra $a^2=20$, do đó $b^2=5$. Vậy phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$.	***0,25***
8.b **(1,0 *điểm*)**	Do $B\in Ox, C\in Oy$ nên tọa độ của B và C có dạng: $B(b;0;0)$ và $C(0;c;0)$.	***0,25***
	Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra: $G\left(\frac{b}{3};\frac{c}{3};1\right)$.	***0,25***
	Ta có $\overrightarrow{AM}=(1;2;-3)$ nên đường thẳng AM có phương trình $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-3}{-3}$. Do G thuộc đường thẳng AM nên $\frac{b}{3}=\frac{c}{6}=\frac{-2}{-3}$. Suy ra $b=2$ và $c=4$.	***0,25***
	Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$, nghĩa là $(P): 6x+3y+4z-12=0$.	***0,25***
9.b **(1,0 *điểm*)**	Phương trình bậc hai $z^2-2\sqrt{3}iz-4=0$ có biệt thức $\Delta=4$.	***0,25***
	Suy ra phương trình có hai nghiệm: $z_1=1+\sqrt{3}i$ và $z_2=-1+\sqrt{3}i$.	***0,25***
	• Dạng lượng giác của z_1 là $z_1=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.	***0,25***
	• Dạng lượng giác của z_2 là $z_2=2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$.	***0,25***

---------- HẾT ----------