**Chương III.**

**CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM**

Ở lớp 10 ta đã được làm quen với các số đặc trưng của mẫu số liệu không ghép nhóm. Trong nhiều trường hợp, ta chỉ có số liệu dưới dạng ghép nhóm. Chương này giới thiệu về mẫu số liệu ghép nhóm và cách tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu này.

**Bài 8. Mẫu số liệu ghép nhóm**

|  |  |
| --- | --- |
| Thuật ngữ  Mẫu số liệu ghép nhóm | Kiến thức, kĩ năng   * Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm. * Ghép nhóm mẫu số liệu. |

Trong kì thi tốt nghiệp Trung học phổ thông năm 2021 đọt 1 có 344752 thí sinh dự thi cả ba môn Toán, Vật lí, Hoá học (theo: [vietnamnet.vn](http://vietnamnet.vn), ngày 26/07/2021). Giả sử điểm thi của các thí sinh này được cho trong bảng số liệu sau:



Các trường đại học, cao đẳng tuyển sinh theo tổ hợp  quan tâm đến tổng điểm ba môn của các thí sinh này. Biểu diển dã̃y số liệu về tổng điểm ba môn của các thí sinh này thế nào để các trường thấy được bức tranh tồng thể về kết quả thi?

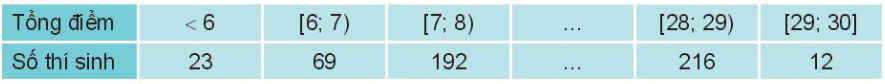
**1. GIỚI THIỆU VỀ MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM**

**HĐ1.** Xét dữ liệu cho trong tình huống mở đầu.

a) Mẫu số liệu về tổng điểm, kí hiệu là  có bao nhiêu giá trị?

b) Nếu lập bảng tần số cho mẫu số liệu  thì có dễ hình dung được bức tranh tổng thể về kết quả thi không? Vì sao?

c) Mẫu số liệu  được mô tả dưới dạng bảng thống kê sau:



Hãy đọc và giải thích số liệu được biểu diễn trong bảng thống kê.

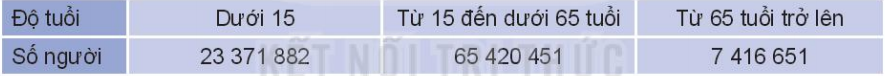
Mẫu số liệu ghép nhóm là mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số của các nhóm số liệu. Mỗi nhóm số liệu là tập hợp gồm các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định. Nhóm số liệu thường được cho dưới dạng , trong đó  là đầu mút trái,  là đầu mút phải.

**Nhận xét:**

• Mẫu số liệu ghép nhóm được dùng khi ta không thể thu thập được số liệu chính xác hoặc do yêu cầu của bài toán mà ta phải biểu diển mẩu số liệu dưới dạng ghép nhóm để thuận lợi cho việc tổ chức, đọc và phân tích số liệu.

• Trong một số trường hợp, nhóm số liệu cuối cùng có thể lấy đầu mút bên phải.

**Ví dụ 1.** Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019.



(Theo: Báo cáo số liệu tổng điều tra sân số năm 2019)

a) Mẫu số liệu đã cho có là mẫu số liệu ghép nhóm hay không?

Nêu các nhóm và tần số tương ứng. Dân số Việt Nam năm 2019 là bao nhiêu?

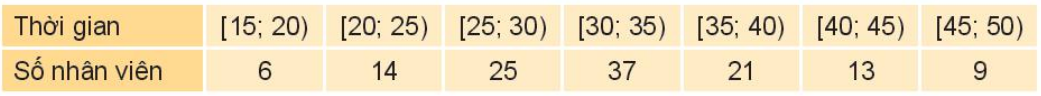
**Lời giải**

a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Có ba nhóm là: Dưới 15 tuổi, Từ 15 đến dưới 65 tuổi, Từ 65 tuổi trở lên. Có 23371882 người dưới 15 tuổi; 65420451 người từ 15 đến dưới 65 tuổi và 7416651 người từ 65 tuổi trở lên.

Dân số Việt Nam năm 2019 là  người.

**Luyện tập 1.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:



Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

**1. GHÉP NHÓM MẪU SỐ LIỆU**

**HĐ2.** Chỉ số BMI (đo bằng w/ , trong đó w là cân nặng đơn vị là kilôgam, h là chiều cao đơn vị là mét) của các học sinh trong một tổ được cho như sau:

19.2 21.1 16.8 23.5 20.6 25.2 18.7 19.1

Một người có chỉ số BMI nhỏ hơn 18,5 được xem là thiếu cân; từ 18,5 đến dưới 23 là có cân nặng lí tưởng so với chiều cao; từ 23 trở lên là thừa cân. Hãy lập mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên để biểu diễn tình trạng cân nặng so với chiều cao của các học sinh trong tổ.

Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1. Chia miền giá trị của mẫu số liệu thành một số nhóm theo tiêu chí cho trước.

Bước 2. Đếm số giá trị của mẫu số liệu thuộc mỗi nhóm (tần số) và lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm.

• Độ dài của nhóm là .

• Không nên chia thành quá nhiều nhóm hoặc quá it nhóm. Các nhóm không giao nhau, các nhóm nên có độ dài như nhau và tổng độ dài các nhóm lớn hơn khoảng biến thiên.

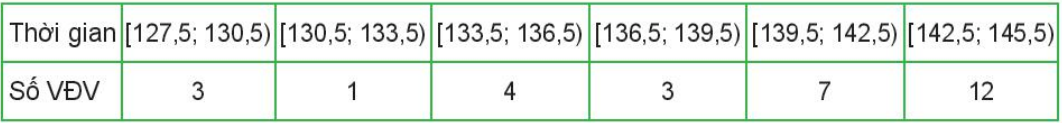
**Ví dụ 2.** Bảng thống kê sau cho biết thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên (VĐV) trong một giải chạy Marathon.



Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm sáu nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 3.

**Lời giải**

Giá trị nhỏ nhất là 129, giá trị lớn nhất là 145 nên khoảng biến thiên là . Tổng độ dài của sáu nhóm là 18. Để cho đối xứng, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 27,5 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 145,5 ta được các nhóm là , . Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:



**Luyện tập 2.** Cân nặng của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư được cho như sau:



Chuyển mẫu số liệu trên thành dạng ghép nhóm, các nhóm có độ dài bằng nhau, trong đó có nhóm .

**⮚ Vận dụng.** một công ty may áo đồng phục học sinh cho biết cỡ áo theo chiều cao của học sinh được tính như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chiều cao (cm) | [150; 160] | [160; 167] | [167; 170] | [170; 167] | [175; 180] |
| Cỡ áo | S | M | L | XL | XXL |

Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét)

160 161 161 162 162 162 163 163 163 164 164 164 164

165 165 165 165 165 166 166 166 166 167 167 168 168

168 168 169 169 170 171 171 172 172 174

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu với các nhóm đã cho ở bảng trên.

b) Công ty may 500 áo đồng phục cho học sinh lớp 11 thì nên may số lượng áo theo mỗi cỡ là bao nhiêu chiếc?

**BÀI TẬP**

**3.1.** Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó.

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Số tiền (nghìn đồng) | [0; 50) | [50; 100) | [100; 150) | [150; 200) | [200; 250) |
| Số sinh viên | 5 | 12 | 23 | 17 | 3 |

b) Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhiệt đô () | [19; 22) | [22; 25) | [25; 28) | [28; 31) |
| Số ngày | 7 | 15 | 12 | 6 |

**3.2.** Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18 25 39 12 54 27 46 25 19 8 36 22

20 19 17 44 5 18 23 28 15 34 46 27 16.

a) Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

**3.3.** Thời gia ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514 508 505 504 504 503 499 496 492

(Theo: *https://www.premierleague.com*/)

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

**Bài 9: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM**

|  |  |
| --- | --- |
| **THUẬT NGỮ**  ⦁ Số trung bình  ⦁ Trung vị  ⦁ Tứ phân vị  ⦁ Mốt | **KIẾN THỨC, KĨ NĂNG**  ⦁ Tính các số đặc trưng đo xu thế của mẫu số liệu ghép nhóm.  ⦁ Hiểu ý nghĩa, vai trò của các số đặc trưng của mẫu số liệu thực tế. |

Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Mẫu số liệu gốc có dạng: trong đó là số tiền bán xăng cho khách hàng thứ . Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Số tiền (nghìn đồng) | [0; 30) | [30; 60) | [60; 90) | [90; 120) |
| Số khách hàng | 3 | 15 | 10 | 7 |

*Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng*

Dựa trên mẫu số liệu ghép nhóm này, làm thế nào để ước lượng các số đặc trưng đo xu thế trung tâm (số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt) cho mẫu số liệu gốc?

Chúng ta cùng tìm hiểu vấn đề này!

**1. SỐ TRUNG BÌNH CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM**

**HĐ1.** Khảo sát thời gian tự học của các học sinh trong lớp ghép theo mẫu bên

Mỗi ngày em tự học trong bao hiêu giờ?

A. Dưới 1,5 giờ

B. Từ 1,5 giờ đến dưới 3 giờ.

C. Từ 3 giờ đến dưới 4,5 giờ.

D. Từ 4,5 giờ trở lên.

a) Hãy lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

b) Có thể tính chính xác thời gian tự học trung bình của các học sinh trong lớp không?

c) Có cách nào tính gần đúng thời gian tự học trung bình của các học sinh trong lớp dựa trên mẫu số liệu ghép nhóm này không?

Cho mẫu số liệu ghép nhóm

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  | … |  | … |  |
| Tần số |  | … |  | … |  |

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là 



Trong đó,  là cỡ mẫu và 

(với  là giá trị đại diện của nhóm 

**Chú ý.** Đối với số liệu rời rạc, người ta thường sử dụng cho các nhóm dưới dạng , trong đó. Nhóm  được hiểu là nhóm gồm các giá trị . Khi đó, ta cần hiệu chỉnh mẫu dữ liệu ghép nhóm để đưa và dạng Bảng 3.2 trước khi thực hiện tình toán các số đặc trưng bằng cách hiệu chỉnh nhóm  với  thành nhóm . Chẳng hạn, với dữ liệu ghép nhóm điểm thi môn Toán trong Bảng 3.3 sau khi hiệu chỉnh ta được Bảng 3.4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm thi | 1-4 | 5-7 | 8-10 |  | Điểm thi | [0,5; 4,5) | [4,5; 7,5) | [7,5; 10) |
| Số học sinh | 5 | 20 | 10 |  | Số học sinh | 5 | 20 | 10 |
| **Bảng 3.3** | | | |  | **Bảng 3.4** | | | |

**⮚Ví dụ 1.** Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng 3.5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cân nặng (kg) | [40,5; 45,5) | [45,5; 50,5) | [50,5; 55,5) | [55,5; 60,5) | [60,5; 65,5) | [65,5; 70,5) |
| Số học sinh | 10 | 7 | 16 | 4 | 2 | 3 |

*Bảng 3.5. Cân nặng của học sinh lớp 11D*

**Giải**

Trong mỗi khoảng cân ặng, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cân nặng (kg) | 43 | 48 | 53 | 58 | 63 | 68 |
| Số họ sinh | 10 | 7 | 16 | 4 | 2 | 3 |

Tổng số học sinh là . Cân nặng trung bình cảu học sinh lớp 11D là



**⮚Luyện tập 1.** Tìm giểu thời gia xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thòi gian (giờ) | [0; 5) | [5; 10) | [10; 15) | [15; 20) | [20; 25) |
| Số học sinh | 8 | 16 | 4 | 2 | 2 |

Tính thời gian xem tivi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

**Ý nghĩa.** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng đại diện cho mẫu số liệu.

**2. TRUNG VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM**

**⮚HĐ2.** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Chiều cao (cm) | [0; 5) | [5; 10) | [10; 15) | [15; 20) |
| Số cây | 3 | 8 | 7 | 3 |

Gọi  là chiều cao của các cây giống, đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó,  thuộc thuộc  Hỏi trung vị thuộc nhóm nào?

Cho mẫu số liệu ghép nhóm như trong Bảng 3.2.

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

*Bước 1*. Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ *p*: .

*Bước 2*. Trung vị là , trong đó *n* là cỡ mẫu,  là tần số nhóm *p*. Với , ta quy ước .

**Ví dụ 2.** Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (phút) |  |  |  |  |  |
| Số học sinh | 3 | 12 | 15 | 24 | 2 |

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

**Giải**

Cỡ mẫu là .

Gọi  là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là . Do 2 giá trị  thuộc nhóm  nên nhóm này chứa trung vị. Do đó,  và ta có .

**Luyện tập 2.** Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

|  |  |
| --- | --- |
| Tốc độ *v* (km/h) | Số lần |
|  | 18 |
|  | 28 |
|  | 35 |
|  | 43 |
|  | 41 |
|  | 35 |

Text

Description automatically generatedTính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

**3. TỨ PHÂN VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM**

**HĐ3.** Với mẫu số liệu ghép nhóm cho trong HĐ2, hãy cho biết tứ phân vị thứ nhất  và tứ phân vị thứ ba  thuộc nhóm nào.

Cho mẫu số liệu ghép nhóm như trong Bảng 3.2.

Để tính tứ phân vị thứ nhất  của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa , giả sử đó là nhóm thứ. Khi đó , trong đó  là cỡ mẫu,  là tần số nhóm , với , ta quy ước .

Để tính tứ phân vị thứ ba  của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa , giả sử đó là nhóm thứ. Khi đó , trong đó *n* là cỡ mẫu,  là tần số nhóm , với , ta quy ước .

Tứ phân vị thứ hai  chính là trung vị .

**Ví dụ 3.** Tìm tứ phân vị thứ nhất  và tứ phân vị thứ ba  của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong Ví dụ 2.

**Giải**

Cỡ mẫu là .

Tứ phân vị thứ nhất  là . Do  đều thuộc nhóm  nên nhóm này chứa . Do đó,  và ta có .

Với tứ phân vị thứ ba  là . Do  đều thuộc nhóm  nên nhóm này chứa . Do đó,  và ta có .

**Nhận xét.** Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ *r* nhờ tính chất: có khoảng  giá trị nhỏ hơn thứ phân vị này.

**Luyện tập 3.** Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm ở Luyện tập 2.

**Ý nghĩa.** Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

**5. MỐT CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM**

**HĐ4.** Với mẫu số liệu ghép nhóm cho trong Luyện tập 1:

a) Có thể tìm được giá trị chính xác cho mốt của mẫu số liệu gốc về thời gian xem ti vi của học sinh không?

b) Mốt thuộc nhóm nào là hợp lí nhất? Nên lấy số nào trong nhóm để ước lượng cho mốt?

Cho mẫu số liệu ghép nhóm như trong Bảng 3.2.

Để tìm môta của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thự hiện theo các bước sau:

*Bước 1*. Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa mốt), giả sử là nhóm *j*: .

*Bước 2*. Mốt được xác định là , trong đó  là tần số nhóm *j* (quy ước ) và *h* là độ dài của nhóm.

A picture containing text

Description automatically generated**Lưu ý.** Người ta chỉ định nghĩa mốt của mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có mốt hoặc có nhiều hơn một mốt.

**Ví dụ 4.** Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Khoảng chiều cao (cm) |  |  |  |  |  |
| Số học sinh | 7 | 14 | 10 | 10 | 9 |

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị được?

**Giải**

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa mốt là nhóm .

Ta có . Do đó .

Số học sinh có chiều cao khoảng 153,18 cm là nhiều nhất.

**Luyện tập 3.** Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (phút) |  |  |  |  |  |
| Số học sinh | 2 | 10 | 6 | 4 | 3 |

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này.

**Ý nghĩa.** Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho mốt của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

**Vận dụng.** Hãy tính các số đặc trưng cho mẫu số liệu trong Bảng 3.1 và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được.

**BÀI TẬP**

**Bài 3.4.** Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:



a) Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau, khoảng đầu tiên là . Tìm giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

b) Tính số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm và mẫu số liệu ghép nhóm. Giá trị nào chính xác hơn?

c) Xác định nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

**Bài 3.5.** Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tuổi thọ (năm) |  |  |  |  |  |  |
| Tần số | 4 | 9 | 1`4 | 11 | 7 | 5 |

a) Xác định mốt và giải thích ý nghĩa.

b) Tính tuổi thọ trung bình của 50 bình ắc quy ô tô này.

**Bài 3.6.** Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm |  |  |  |  |  |
| Số thí sinh | 1 | 2 | 4 | 6 | 15 |
| Điểm |  |  |  |  |  |
| Số thí sinh | 12 | 10 | 6 | 3 | 1 |

a) Hiệu chỉnh để thu được mẫu số liệu ghép nhóm dạng Bảng 3.2.

b) Tìm các tứ phân vị và giải thích ý nghĩa của chúng.

**Bài 3.7.** Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở bên.

a) So sánh thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam và nữ.

b) Hãy cho biết  học sinh khối 11 ngủ ít nhất bao nhiêu giờ?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Thời gian | Số học sinh nam | Số học sinh nữ |
|  | 6 | 4 |
|  | 10 | 8 |
|  | 13 | 10 |
|  | 9 | 11 |
|  | 7 | 8 |

**Em có biết?**

Ta có thể sử dụng phần mềm Geogebra để tính các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm dạng Bảng 3.2 theo các bước sau đây:

Bước 1: Lập bảng tần số tích lũy dạng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  | … |  | … |  |
| Tần số tích lũy |  |  | … |  | … |  |

trong đó  là tần số tích luỹ.

Bước 2. Vẽ đồ thị tần số tích luỹ bằng cách nối các điểm liên tiếp , .

Bước 3. Qua điểm  vẽ tia song song với , cắt đồ thị tần số tích luỹ tại , với  là cỡ mẫu,  chính là tứ phân vị thứ nhất.

Qua điểm  vẽ tia song song với , cắt đồ thị tần số tích luỹ tại .

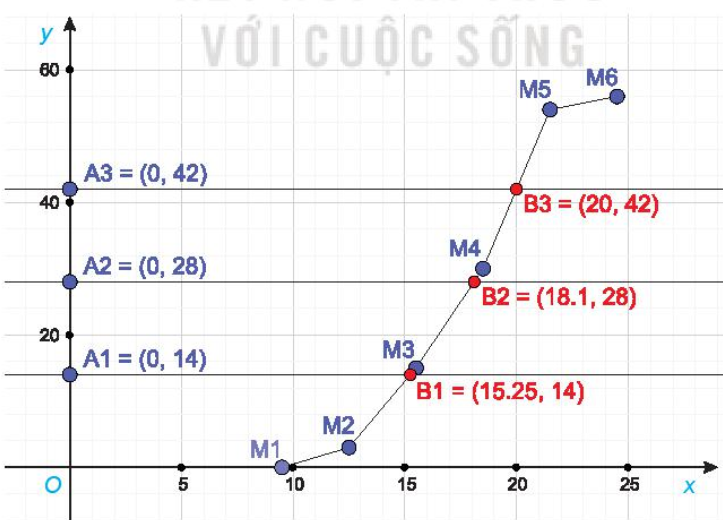
 chính là tứ phân vị thứ hai.

Qua điểm  vẽ tia song song với , cắt đồ thị tần số tích luỹ tại .  chính là tứ phân vị thứ ba.

Chẳng hạn, với mẫu số liệu ghép nhóm cho trong Ví dụ 2 ta có bảng tần số tích luỹ:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  |  |  |  |  |
| Tần số tích lũy | 0 | 3 | 15 | 30 | 54 | 56 |

Sử dụng phần mềm Geogebra ta có Hình 3.1.



Hình 3.1

Từ hình vẽ ta có .

**BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III**

**A-TRẮC NGHIỆM**

Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (phút) |  |  |  |  |  |
| Số học sinh | 5 | 9 | 12 | 10 | 6 |

Bảng 3.6

**Bài 3.8.**  Giá trị đại diện của nhóm  là

1. 10. **B**. 20. **C**. 30. **D**. 40.

**Bài 3.9.** Mẫu số liệu ghép nhóm này có số mốt là

**A**.0. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 3.

**Bài 3.10.** Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu này là

**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**Bài 3.11.**  Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**Bài 3.12.** Nhóm chứa trung vị là

**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**B-TỰ LUẬN**

**Bài 3.13.** Cơ cấu dân số Việt Nam năm 2020 theo độ tuổi được cho trong bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Độ tuổi | Dưới 5 tuổi |  | 2 |  | Trên 65 |
| Số người (triệu) | 7,89 | 14,68 | 13,32 | 53,78 | 7,66 |

(Theo: http:/lourworldindata.org)

Chọn 80 là giá trị đại diện cho nhóm trên 65 tuổi. Tính tuổi trung bình của người Việt Nam năm 2020.

**Bài 3.14.** Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tuổi thọ (ngày) |  |  |  |  |  |
| Số lượng | 5 | 12 | 23 | 31 | 29 |

Tìm mốt của mẫu số liệu. Giải thích ý nghĩa của giá trị nhận được.

**Bài 3.15.**  Một bảng xếp hạng đã tính đểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm | Dưới 20 |  |  |  |  |  |
| Số trường | 4 | 19 | 6 | 2 | 3 | 1 |

Xác định điểm ngưỡng để đưa ra danh sách  trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam.