

Câu 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị hàm số (P) và $y = -\frac{3}{2}x + 2$ có đồ thị (D) .

- Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $5x^2 - \frac{x}{2} - 1 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

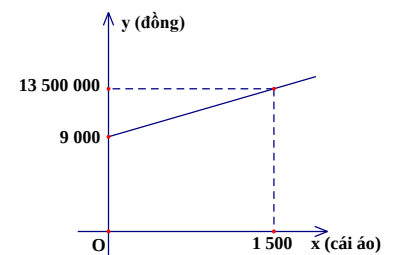
hãy tính giá trị của biểu thức $A = (5x_1^2 - 2)^2 (5x_2^2 - 2)^2$.

Câu 3. (0,75 điểm) Sau những vụ va chạm giữa các xe trên đường, cảnh sát thường sử dụng công thức dưới đây để ước lượng tốc độ v (đơn vị: dặm/giờ) của xe từ vết trượt trên mặt đường sau khi thắng đột ngột. $v = \sqrt{30fd}$. Trong đó, d là chiều dài vết trượt của bánh xe trên nền đường tính bằng feet (ft), f là hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường (là thước đo sự “trơn trượt” của mặt đường)

- Đường Cao tốc Long Thành – Dầu Giây có tốc độ giới hạn là 100km/h . Sau một vụ va chạm giữa hai xe, cảnh sát đo được vết trượt của một xe là $d = 172\text{ ft}$ và hệ số ma sát mặt đường tại thời điểm đó là $f = 0,7$. Chủ xe đó nói xe của ông không chạy quá tốc độ. Hãy áp dụng công thức trên để ước lượng tốc độ chiếc xe đó rồi cho biết lời nói của người chủ xe đúng hay sai? (biết 1 dặm bằng 1609m)
- Nếu xe chạy với tốc độ 48km/h trên đoạn đường có hệ số ma sát là $0,45$ thì khi thắng lại vết trượt trên đường dài bao nhiêu feet? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)

Câu 4. (1 điểm) Chị Ngân là công nhân may của xí nghiệp may Bình Phát thuộc Thành Phố Dĩ An, Tỉnh Bình Dương. Ta nhận thấy số áo x (cái áo) may được trong một tháng và số tiền y (đồng) nhận được trong tháng đó liên hệ với nhau bởi hàm số $y = ax + b$ có đồ thị như trong hình vẽ.

- Hãy xác định hệ số a, b của hàm số y .
- Hỏi nếu muốn nhận lương 14400000 đồng thì chị Ngân phải may bao nhiêu cái áo? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)

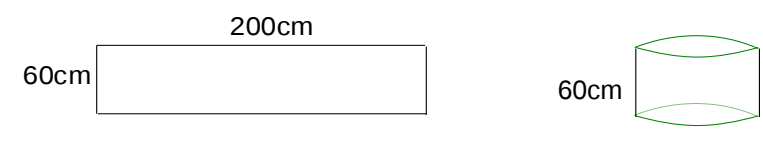


Câu 5. (0,75 điểm) Sáng sớm bác Tâm và bác Phúc cùng nhau đi lưới bắt cá. Đến chiều sau khi lưới cá về, bác Tâm bắt được tổng cộng 60 con cá các loại, trong đó có 10 con cá rô. Còn bác Phúc bắt được 40% tổng số cá là cá rô. Biết rằng số cá rô của cả hai bác chiếm 30% tổng số cá của cả hai. Hỏi bác Phúc bắt được bao nhiêu con cá?

Câu 6. (1 điểm) Nhân dịp tổ chức sinh nhật cho người thân trong nhà, Cô Hoa đến cửa hàng tiện lợi mua một thùng Coca-cola và hai thùng nước suối Aquafina với giá niêm yết tổng cộng là 385 nghìn đồng. Khi tính tiền thì cô Hoa mới biết giá mỗi thùng Coca-cola giảm 20%, còn mỗi thùng nước suối lại được giảm 25% so với giá niêm yết. Nên cô Hoa đã trả 297 nghìn đồng trên tổng hóa đơn. Tính giá niêm yết của một thùng Coca-cola và một thùng nước suối Aquafina.

Câu 7. (1 điểm) Từ một tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $60\text{cm} \times 200\text{cm}$, người ta làm một thùng nước hình trụ có chiều cao bằng 60cm , bằng cách gò tấm nhôm ban đầu thành mặt xung quanh của thùng (như hình vẽ), đáy và nắp làm bằng tấm nhôm khác (giả sử các mối nối có kích thước không đáng kể).

- Tính bán kính của hình tròn đáy thùng nước sau khi gò tấm nhôm hình chữ nhật thành hình trụ. (ghi kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân)
- Hỏi lượng nước của thùng có thể chứa đầy khoảng bao nhiêu lít? Biết thể tích hình trụ tròn là: $V = \pi.R^2.h$ với R là bán kính đáy, h là chiều cao hình trụ và $1\text{dm}^3 = 1\text{l}$. (ghi kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn O . Tiếp tuyến tại A của O cắt BC tại S . Gọi I là trung điểm BC . Vẽ dây AD vuông góc với SO tại H , tia AD cắt BC tại K .

- Chứng minh tứ giác $SAOD$ nội tiếp và 5 điểm S, A, O, I, D cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $SK.SI = SB.SC$.
- Vẽ đường kính PJ (J thuộc cung nhỏ CD), tia SP cắt (O) tại điểm M (M khác P). Chứng minh M, K, J thẳng hàng.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị hàm số (P) và $y = -\frac{3}{2}x + 2$ có đồ thị (D) .

- Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

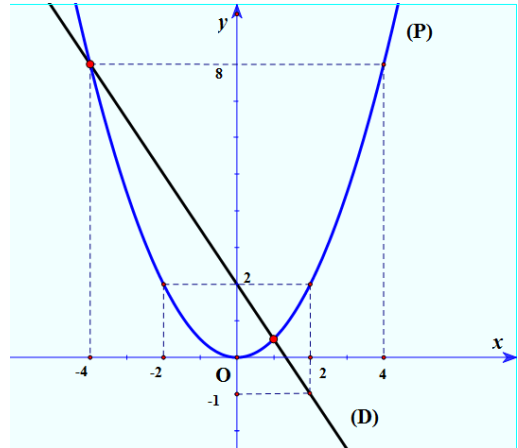
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

x	0	2
$y = -\frac{3}{2}x + 2$	2	-1



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) :

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{3}{2}x + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Thay $x = 1$ vào $y = -\frac{3}{2}x + 2$, ta được: $y = -\frac{3}{2} \cdot 1 + 2 = \frac{1}{2}$.

Thay $x = -4$ vào $y = -\frac{3}{2}x + 2$, ta được: $y = -\frac{3}{2} \cdot (-4) + 2 = 8$.

Vậy $\left(1; \frac{1}{2}\right)$, $(-4; 8)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $5x^2 - \frac{x}{2} - 1 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = (5x_1^2 - 2)^2 (5x_2^2 - 2)^2$.

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4.5.(-1) = \frac{81}{4} > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{1}{10} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{5} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_1 \text{ là nghiệm của phương trình: } 5x^2 - \frac{x}{2} - 1 = 0 \Rightarrow 5x_1^2 - \frac{x_1}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 5x_1^2 - 2 = \frac{x_1}{2} - 1$$

$$\text{Tương tự, ta có: } 5x_2^2 - 2 = \frac{x_2}{2} - 1$$

$$\text{Ta có: } A = (5x_1^2 - 2)^2 (5x_2^2 - 2)^2$$

$$A = (5x_1^2 - 2)^2 (5x_2^2 - 2)^2$$

$$= \left[(5x_1^2 - 2) \cdot (5x_2^2 - 2) \right]^2$$

$$= \left[\left(\frac{x_1}{2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{x_2}{2} - 1 \right) \right]^2$$

$$= \left[\frac{x_1 x_2}{4} - \frac{1}{2} (x_1 + x_2) + 1 \right]^2$$

$$= \left[\frac{-1}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} + 1 \right]^2$$

$$= \frac{81}{100}$$

Câu 3. (0,75 điểm) Sau những vụ va chạm giữa các xe trên đường, cảnh sát thường sử dụng công thức dưới đây để ước lượng tốc độ v (đơn vị: dặm/giờ) của xe từ vết trượt trên mặt đường sau khi thắng đột ngột. $v = \sqrt{30fd}$. Trong đó, d là chiều dài vết trượt của bánh xe trên nền đường tính bằng feet (ft), f là hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường (là thước đo sự “trơn trượt” của mặt đường)

a) Đường Cao tốc Long Thành – Dầu Giây có tốc độ giới hạn là 100km/h . Sau một vụ va chạm giữa hai xe, cảnh sát đo được vết trượt của một xe là $d = 172$ ft và hệ số ma sát mặt đường tại thời điểm đó là $f = 0,7$. Chủ xe đó nói xe của ông không chạy quá tốc độ. Hãy áp dụng công thức trên để ước lượng tốc độ chiếc xe đó rồi cho biết lời nói của người chủ xe đúng hay sai? (biết 1 dặm bằng 1609m)

b) Nếu xe chạy với tốc độ 48km/h trên đoạn đường có hệ số ma sát là $0,45$ thì khi thắng lại vết trượt trên đường dài bao nhiêu feet? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)

Lời giải

a) Thay $d = 172$; $f = 0,7$ vào công thức $v = \sqrt{30fd}$, ta có:

$$v = \sqrt{30fd} = \sqrt{30 \cdot 0,7 \cdot 172} = 2\sqrt{903} \text{ (dặm/h)}$$

Ta có: $2\sqrt{903} \text{ dặm/h} \approx 96700,76614 \text{ m/h} \approx 96,7 \text{ km/h}$.

Vậy người lái xe đó nói đúng (vì $96,7 \text{ km/h} < 100 \text{ km/h}$).

b) Đổi $48\text{km/h} = 48000 \text{ m/h} \approx \frac{48000}{1609} \text{ dặm/h}$

Thay $v = \frac{48000}{1609}$; $f = 0,45$ vào công thức $v = \sqrt{30fd}$, ta có:

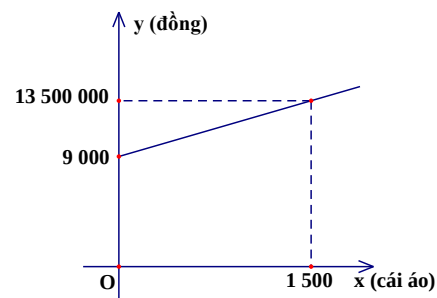
$$\frac{48000}{1609} = \sqrt{30 \cdot 0,45 \cdot d}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{48000}{1609} \right)^2 = 30 \cdot 0,45 \cdot d$$

$$\Leftrightarrow d = \left(\frac{48000}{1609} \right)^2 : 30 \cdot 0,45 \approx 66 \text{ (feet)}$$

Vậy vết trượt trên đường dài khoảng 66 (feet).

Câu 4. (1 điểm) Chị Ngân là công nhân may của xí nghiệp may Bình Phát thuộc Thành Phố Dĩ An, Tỉnh Bình Dương. Ta nhận thấy số áo x (cái áo) may được trong một tháng và số tiền y (đồng) nhận được trong tháng đó liên hệ với nhau bởi hàm số $y = ax + b$ có đồ thị như trong hình vẽ.



a) Hãy xác định hệ số a , b của hàm số y .

b) Hỏi nếu muốn nhận lương 14400000 đồng thì chị Ngân phải may bao nhiêu cái áo? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị)

Lời giải

a) Thay $x = 0$; $y = 9000$ vào công thức $y = ax + b$, ta được:

$$9000 = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow 0 \cdot a + b = 9000 \quad 1$$

Thay $x = 1500$; $y = 13500000$ vào công thức $y = ax + b$, ta được:

$$13500000 = a \cdot 1500 + b \Leftrightarrow 1500 \cdot a + b = 13500000 \quad 2$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 0 \cdot a + b = 9000 \\ 1500 \cdot a + b = 13500000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8994 \\ b = 9000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 8994x + 9000$$

b/ Thay $y = 14400000$ vào công thức $y = 8994x + 9000$, ta được:

$$14400000 = 8994x + 9000$$

$$\Leftrightarrow x \approx 1600,07$$

Vậy số áo chị Ngân phải may khoảng 1601 áo.

Câu 5. (0,75 điểm) Sáng sớm bác Tâm và bác Phúc cùng nhau đi lưới bắt cá. Đến chiều sau khi lưới cá về, bác Tâm bắt được tổng cộng 60 con cá các loại, trong đó có 10 con cá rô. Còn bác Phúc bắt được 40% tổng số cá là cá rô. Biết rằng số cá rô của cả hai bác chiếm 30% tổng số cá của cả hai. Hỏi bác Phúc bắt được bao nhiêu con cá?

Lời giải

Gọi x (con cá) là số con cá của bác Phúc bắt được ($x \in \mathbb{N}^*$)

Ta có: số cá của bác Tâm và bác Phúc là: $60 + x$ (con cá)

Số cá rô của bác Tâm và bác Phúc là: $10 + 40\% \cdot x$ (con cá)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$30\% \cdot (60 + x) = 10 + 40\% \cdot x$$

$$\Leftrightarrow x = 80 (\text{nhận})$$

Vậy bác Phúc bắt được 80 con cá.

Câu 6. (1 điểm) Nhân dịp tổ chức sinh nhật cho người thân trong nhà, Cô Hoa đến cửa hàng tiện lợi mua một thùng Coca-cola và hai thùng nước suối Aquafina với giá niêm yết tổng cộng là 385 nghìn đồng. Khi tính tiền thì cô Hoa mới biết giá mỗi thùng Coca-cola giảm 20%, còn mỗi thùng nước suối lại được giảm 25% so với giá niêm yết. Nên cô Hoa đã trả 297 nghìn đồng trên tổng hóa đơn. Tính giá niêm yết của một thùng Coca-cola và một thùng nước suối Aquafina.

Lời giải

Gọi x (nghìn đồng) là giá niêm yết của một thùng Coca-cola ($x > 0$)

y (nghìn đồng) là giá niêm yết của một thùng nước suối Aquafina ($y > 0$)

Ta có: Tổng số tiền niêm yết là 385 nghìn đồng: $x + 2y = 385$ (1)

Ta có: Tổng số tiền của hóa đơn là 297 nghìn đồng:

$$80\%x + 75\%.2y = 297 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 385 \\ 80\%x + 75\%.2y = 297 \end{cases}$$

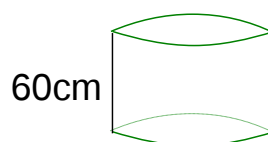
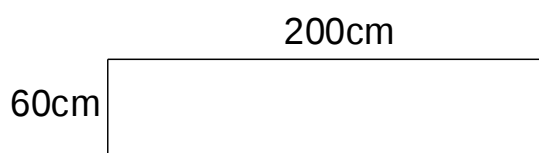
Giải hệ phương trình, ta được : $x = 165$; $y = 110$ (thỏa điều kiện)

Vậy một thùng Coca – cola giá 165 nghìn đồng; một thùng nước suối Aquafina giá 110 nghìn đồng.

Câu 7. (1 điểm) Từ một tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $60\text{cm} \times 200\text{cm}$, người ta làm một thùng nước hình trụ có chiều cao bằng 60cm , bằng cách gò tấm nhôm ban đầu thành mặt xung quanh của thùng (như hình vẽ), đáy và nắp làm bằng tấm nhôm khác (giả sử các mối nối có kích thước không đáng kể).

a) Tính bán kính của hình tròn đáy thùng nước sau khi gò tấm nhôm hình chữ nhật thành hình trụ. (ghi kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân)

b) Hỏi lượng nước của thùng có thể chứa đầy khoảng bao nhiêu lít? Biết thể tích hình trụ tròn là: $V = \pi.R^2.h$ với R là bán kính đáy, h là chiều cao hình trụ và $1\text{dm}^3 = 1\text{l}$. (ghi kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

a) Bán kính đáy hồ nước là: $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{200}{2\pi} = \frac{100}{\pi} \approx 31,83(cm)$

b) Thể tích hồ nước hình trụ là

$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{100}{\pi}\right)^2 \cdot 60 \approx 190985,9(cm^3) \approx 190,9859(dm^3) \approx 191(l)$$

Vậy thùng chứa khoảng 191 lít nước.

Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn O . Tiếp tuyến tại A của O cắt BC tại S . Gọi I là trung điểm BC . Vẽ dây AD vuông góc với SO tại H , tia AD cắt BC tại K .

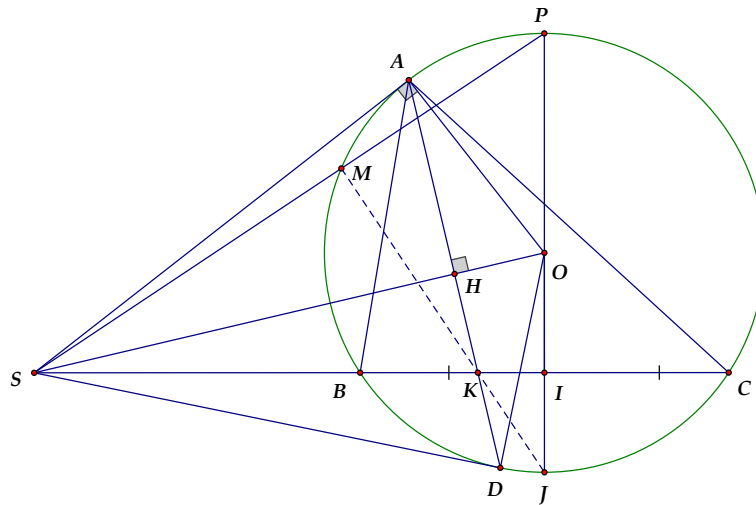
a) Chứng minh tứ giác $SAOD$ nội tiếp và 5 điểm S, A, O, I, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $SK \cdot SI = SB \cdot SC$.

c) Vẽ đường kính PJ (J thuộc cung nhỏ CD), tia SP cắt (O) tại điểm M (M khác P).

Chứng minh M, K, J thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $SAOD$ nội tiếp và 5 điểm S, A, O, I, D cùng thuộc một đường tròn.

Chứng minh: $\triangle SAO = \triangle SDO$ c.g.c

$\Rightarrow \angle SAO = \angle SDO$ (hai góc tương ứng)

Mà $\angle SAO = 90^\circ$ (SA là tiếp tuyến (O))

$\Rightarrow \angle SDO = 90^\circ$

Mà $D \in O$

Suy ra SD là tiếp tuyến (O)

Xét tứ giác $SAOD$ có: $SAO = 90^\circ$ (SA là tiếp tuyến (O))

$$SDO = 90^\circ \text{ (} SD \text{ là tiếp tuyến } (O) \text{)}$$

Suy ra tứ giác $SAOD$ nội tiếp đường tròn, đường kính SO

Xét tứ giác (O) , có:

I là trung điểm của BC (gt)

$\Rightarrow OI \perp BC$ tại I (tính chất đường kính và dây)

Ta có: $SAO = 90^\circ$ (SA là tiếp tuyến (O))

$$SDO = 90^\circ \text{ (} SD \text{ là tiếp tuyến } (O) \text{)}$$

$$SIO = 90^\circ \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow SAO = SDO = SIO = 90^\circ$$

$\Rightarrow S, A, O, I, D$ cùng thuộc đường tròn, đường kính SO (A, D, I cùng nhìn SO dưới một góc vuông)

b) Chứng minh $SK.SI = SB.SC$.

Chứng minh: $\triangle SHK \sim \triangle SIO$ (g-g)

Suy ra được: $SH.SO = SK.SI$.

Chứng minh: $SH.SO = SD^2$ (hệ thức lượng).

Chứng minh: $SB.SC = SD^2$

Từ đó suy ra $SK.SI = SB.SC$.

c) Vẽ đường kính PJ (J thuộc cung nhỏ CD), tia SP cắt (O) tại điểm M (M khác P).

Chứng minh M, K, J thẳng hàng.

Chứng minh: $SM.SP = SB.SC$.

Suy ra: $SM.SP = SK.SI$.

Chứng minh tứ giác $IKMP$ nội tiếp.

Suy ra: $PMK = 90^\circ$.

Suy ra: $MK \perp SP$.

Mà $MJ \perp SP$ ($JMP = 90^\circ$ góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra M, K, J thẳng hàng.

----HẾT----