

ĐỀ A

Bài 1 (2 điểm). Cho hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+5}-3}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ x-1-3a & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

Tìm các giá trị của tham số thực a để hàm số trên liên tục tại $x_0 = 2$

Bài 2 (4 điểm). Tính đạo hàm của hàm số :

a) $y = 2x^4 - \frac{x^3}{3} - 4\sqrt{x} + \frac{1}{2}$

b) $y = x^2 \cdot \cos x$

c) $y = (4x^3 + 6x - 1)(-x^2 + 2x - 5)$.

d) $y = \sqrt{\sin^2 x + 2x}$.

Bài 3 (1 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có tung độ bằng 2.

Bài 4 (3 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với $(ABCD)$. Biết $AD = 2a$, $SB = 4a$.

a) Chứng minh $(SAB) \perp (ABCD)$.

b) Chứng minh $CD \perp (SAD)$.

c) Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

d) Gọi E là điểm thuộc đoạn BC sao cho $BE = 2EC$. Tính khoảng cách giữa SB và DE .

-----HẾT-----

ĐỀ B

Bài 1 (1 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có tung độ bằng 2.

Bài 2 (4 điểm). Tính đạo hàm của hàm số :

a) $y = 2x^4 - \frac{x^3}{3} - 4\sqrt{x} + \frac{1}{2}$

b) $y = x^2 \cdot \cos x$

c) $y = (4x^3 + 6x - 1)(-x^2 + 2x - 5)$.

d) $y = \sqrt{\sin^2 x + 2x}$.

Bài 3 (2 điểm). Cho hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+5}-3}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ x-1-3a & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

Tìm các giá trị của tham số thực a để hàm số trên liên tục tại $x_0 = 2$

Bài 4 (3 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với $(ABCD)$. Biết $AD = 2a$, $SB = 4a$.

a) Chứng minh $(SAB) \perp (ABCD)$.

b) Chứng minh $CD \perp (SAD)$.

c) Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

d) Gọi E là điểm thuộc đoạn BC sao cho $BE = 2EC$. Tính khoảng cách giữa SB và DE .

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

ĐỀ A

<u>Bài 1:</u> (2,0đ)	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 1 - 3a) = 1 - 3a \text{ (0. 5đ)}$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{2x+5}-3}{x-2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-4}{(x-2).(\sqrt{2x+5}+3)} \text{ (0.25đ)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2}{\sqrt{2x+5}+3} = \frac{1}{3} \text{ (0.25đ * 2)}$ $f(2) = 1 - 3a \text{ (0. 5đ)}$ HS liên tục tại $x_0 = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ $\Leftrightarrow 1 - 3a = \frac{1}{3}$ $\Leftrightarrow a = \frac{2}{9}$ Vậy với $a = \frac{2}{9}$ thì HS đã cho liên tục tại $x_0 = 2$. (0.25đ)
--	--

Bài 2 : (4 điểm) Tính đạo hàm của hàm số :

a) $y = 2x^4 - \frac{x^3}{3} - 4\sqrt{x} + \frac{1}{2}$

$$y' = 8x^3 - x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}}$$

b) $y = x^2 \cdot \cos x$

$$\Rightarrow y' = (x^2)' \cdot \cos x + x^2 \cdot (\cos x)' = 2x \cdot \cos x + x^2 \cdot \sin x$$

c) $y' = (4x^3 + 6x - 1)'(-x^2 + 2x - 5) + (4x^3 + 6x - 1)(-x^2 + 2x - 5)' \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

$$= (12x^2 + 6)(-x^2 + 2x - 5) + (4x^3 + 6x - 1)(-2x + 2) \dots\dots\dots 0,25 + 0,25 \text{ điểm}$$

$$= -20x^4 + 32x^3 - 78x^2 + 26x \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

$$y = \sqrt{\sin^2 x + 2x}$$

d) $\Rightarrow y' = \frac{(\sin^2 x + 2x)'}{2\sqrt{\sin^2 x + 2x}} = \frac{2 + 2\sin x (\sin x)'}{2\sqrt{\sin^2 x + 2x}} = \frac{2 + 2\sin x \cos x}{2\sqrt{\sin^2 x + 2x}} = \frac{1 + \sin x \cos x}{\sqrt{\sin^2 x + 2x}}$

Bài 3 (1 điểm): Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - x^2 + 2$ tại điểm có tung độ bằng 2.

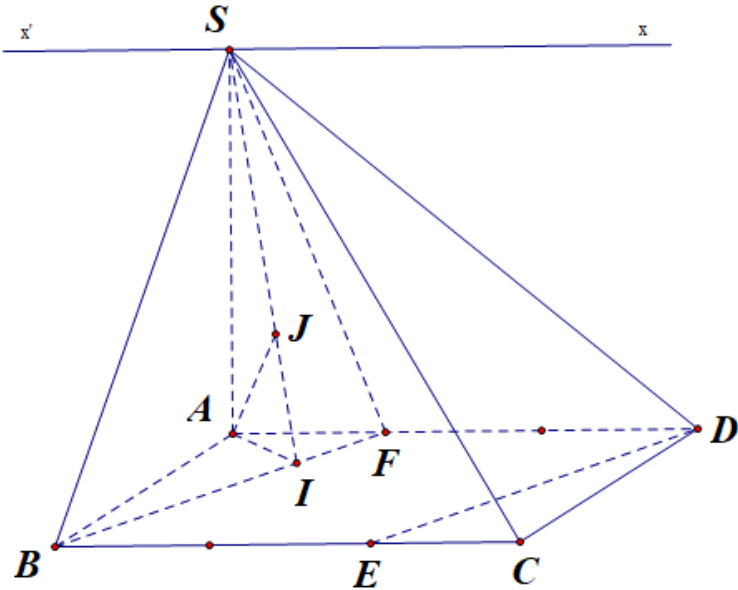
Ta có: $y' = f'(x) = 3x^2 - 2x$ 0.25

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có $y_0 = 2 \Leftrightarrow x_0^3 - x_0^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow f'(0) = 0 \\ x_0 = 1 \Rightarrow f'(1) = 1 \end{cases}$ 0.25

PTTT tại điểm $M(0; 2)$ là: $y = 0(x - 0) + 2 \Leftrightarrow y = 2$ 0.25

PTTT tại điểm $M(1; 2)$ là: $y = 1(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = x + 1$ 0.25

4		
4a (0.5đ)	Chứng minh $(SAB) \perp (ABCD)$. $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ SA \subset (SAB) \end{cases}$ $\Rightarrow (SAB) \perp (ABCD)$	0.25 0.25
4b (1đ)	Chứng minh $CD \perp (SAD)$. $\begin{cases} CD \perp SA (\text{Do } SA \perp (ABCD)) \\ CD \perp AD (gt) \\ SA \cap AD = A \text{ trong } (SAD) \end{cases}$ $\Rightarrow CD \perp (SAD)$	0.25 x 2 0.25 0.25

4c (1đ)	Xác định và tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD). $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ $\begin{cases} (SBC) \cap (SAD) = x'Sx // BC // AD \\ SA \perp x'Sx \text{ (Do } SA \perp AD, x'Sx // AD) \\ SB \perp x'Sx \text{ (Do } SB \perp BC, x'Sx // BC) \end{cases}$ $\Rightarrow ((SBC), (SAD)) = (SA, SB) = BSA$ $\sin BSA = \frac{AB}{SB} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin BSA = 30^\circ$	0.25 0.25 0.25 0.25
4d (0,5đ)	Gọi E là điểm thuộc đoạn BC sao cho BE = 2EC. Tính khoảng cách giữa SB và DE. Kẻ BF // DE (F thuộc AD), khi đó DE // (SBF) $\Rightarrow d(DE, SB) = d(DE, (SBF)) = d(D, (SBF)) = 2d(A, (SBF))$ Kẻ AI ⊥ BF tại I, AJ ⊥ SI tại J $\Rightarrow AJ \perp (SBF)$ tại J nên $d(A, (SBF)) = AJ$. Ta có: $\frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{SB^2 - AB^2} = \frac{5}{6a^2}$ $\Rightarrow d(DE, SB) = 2AJ = \frac{2a\sqrt{30}}{5}.$	0.25 0.25

ĐỀ B

Bài 1 (1 điểm): Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - x^2 + 2$ tại điểm có tung độ bằng 2.

Ta có: $y' = f'(x) = 3x^2 - 2x$ 0.25

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có $y_0 = 2 \Leftrightarrow x_0^3 - x_0^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow f'(0) = 0 \\ x_0 = 1 \Rightarrow f'(1) = 1 \end{cases}$ 0.25

PTTT tại điểm $M(0; 2)$ là: $y = 0(x - 0) + 2 \Leftrightarrow y = 2$ 0.25

PTTT tại điểm $M(1; 2)$ là: $y = 1(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = x + 1$ 0.25

Bài 2 : (4 điểm) Tính đạo hàm của hàm số :

a) $y = 2x^4 - \frac{x^3}{3} - 4\sqrt{x} + \frac{1}{2}$

$$y' = 8x^3 - x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}}$$

b) $y = x^2 \cdot \cos x$

$$\Rightarrow y' = (x^2)' \cdot \cos x + x^2 \cdot (\cos x)' = 2x \cdot \cos x + x^2 \cdot \sin x$$

c) $y' = (4x^3 + 6x - 1)'(-x^2 + 2x - 5) + (4x^3 + 6x - 1)(-x^2 + 2x - 5)' \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

$$= (12x^2 + 6)(-x^2 + 2x - 5) + (4x^3 + 6x - 1)(-2x + 2) \dots\dots\dots 0,25 + 0,25 \text{ điểm}$$

$$= -20x^4 + 32x^3 - 78x^2 + 26x \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

$$y = \sqrt{\sin^2 x + 2x}$$

d) $\Rightarrow y' = \frac{(\sin^2 x + 2x)'}{2\sqrt{\sin^2 x + 2x}} = \frac{2 + 2\sin x (\sin x)'}{2\sqrt{\sin^2 x + 2x}} = \frac{2 + 2\sin x \cos x}{2\sqrt{\sin^2 x + 2x}} = \frac{1 + \sin x \cos x}{\sqrt{\sin^2 x + 2x}}$

Bài 3:

(2,0đ)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 1 - 3a) = 1 - 3a \text{ (0. 5đ)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 4}{(x - 2) \cdot (\sqrt{2x+5} + 3)} \text{ (0.25đ)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2}{\sqrt{2x+5} + 3} = \frac{1}{3} \text{ (0.25đ * 2)}$$

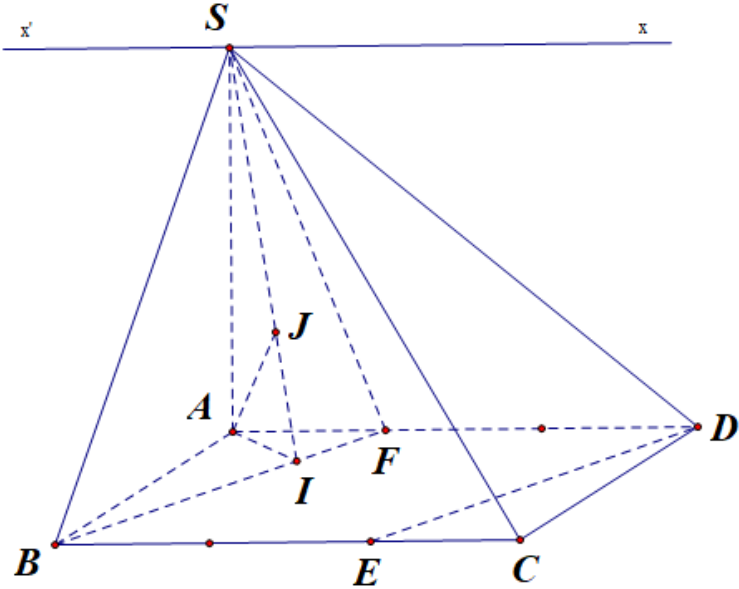
$$f(2) = 1 - 3a \text{ (0. 5đ)}$$

$$\text{HS liên tục tại } x_0 = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$$

$$\Leftrightarrow 1 - 3a = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2}{9}$$

Vậy với $a = \frac{2}{9}$ thì HS đã cho liên tục tại $x_0 = 2$. **(0.25đ)**

4		
4a (0.5đ)	Chứng minh $(SAB) \perp (ABCD)$. $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ SA \subset (SAB) \end{cases}$ $\Rightarrow (SAB) \perp (ABCD)$	0.25 0.25
4b (1đ)	Chứng minh $CD \perp (SAD)$. $\begin{cases} CD \perp SA \text{ (Do } SA \perp (ABCD)) \\ CD \perp AD \text{ (gt)} \\ SA \cap AD = A \text{ trong } (SAD) \end{cases}$ $\Rightarrow CD \perp (SAD)$	0.25 x 2 0.25 0.25
4c (1đ)	Xác định và tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD). $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ $\begin{cases} (SBC) \cap (SAD) = x'Sx \text{ // } BC \text{ // } AD \\ SA \perp x'Sx \text{ (Do } SA \perp AD, x'Sx \text{ // } AD) \\ SB \perp x'Sx \text{ (Do } SB \perp BC, x'Sx \text{ // } BC) \end{cases}$ $\Rightarrow ((SBC), (SAD)) = (SA, SB) = BSA$ $\sin BSA = \frac{AB}{SB} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin BSA = 30^\circ$	0.25 0.25 0.25 0.25

4d (0,5đ)	Gọi E là điểm thuộc đoạn BC sao cho BE = 2EC. Tính khoảng cách giữa SB và DE. Kẻ BF // DE (F thuộc AD), khi đó DE // (SBF) $\Rightarrow d(DE, SB) = d(DE, (SBF)) = d(D, (SBF)) = 2d(A, (SBF))$ Kẻ AI ⊥ BF tại I, AJ ⊥ SI tại J $\Rightarrow AJ \perp (SBF)$ tại J nên $d(A, (SBF)) = AJ$. Ta có: $\frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{SB^2 - AB^2} = \frac{5}{6a^2}$ $\Rightarrow d(DE, SB) = 2AJ = \frac{2a\sqrt{30}}{5}$.	0.25 0.25
------------------------------------	--	---------------------------------------