

**SẢN PHẨM MẪU ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK2 LỚP 12**

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 – LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

(Đề gồm có ... trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Câu 2. Cho $\int_1^x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}.$

B. $F'(x) = \ln x.$

C. $F'(x) = \frac{1}{x}.$

D. $F'(x) = -\frac{1}{x^2}.$

Câu 3. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^5 3f(x)dx$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. 18.

D. 2.

Câu 4. Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$.

Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là

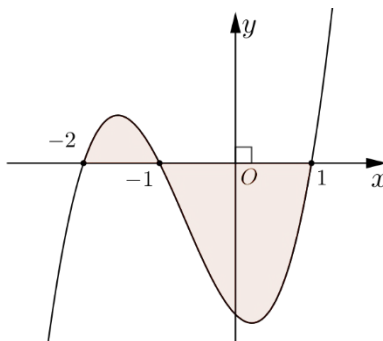
A. $2\pi.$

B. $3\pi.$

C. $6\pi.$

D. $4\pi.$

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ như hình vẽ.



Biết $\int_{-2}^{-1} f(x)dx = \frac{5}{12}$ và $\int_{-2}^1 f(x)dx = -\frac{9}{4}$. Khi đó, diện tích hình phẳng được tô màu là

A. $\frac{8}{3}.$

B. $\frac{11}{6}.$

C. $\frac{37}{12}.$

D. $\frac{9}{4}.$

Câu 6. Mặt phẳng đi qua điểm $M(0; -1; 2)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -3)$ có phương trình:

A. $x + 2y - 3z - 8 = 0$

B. $x + 2y - 3z + 8 = 0$

C. $x + 2y - 3z - 4 = 0$

D. $x + 2y + 3z - 4 = 0$

Câu 7. Mặt phẳng (α) có cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 1; 2)$ và $\vec{v} = (1; 1; -1)$. Khi đó, mặt phẳng (α) có một véc tơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (-3; 5; 2)$

B. $\vec{n} = (-3; -5; 2)$

C. $\vec{n} = (2; -3; 5)$

D. $\vec{n} = (1; -1; 4)$

Câu 8. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2; -2; 3)$ và có véc tơ chỉ Phương $\vec{u} = (-1, 4, 1)$ là:

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2), B(3; 2; -3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 2 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$

Câu 10: Một hộp kín đựng 30 tấm thẻ giống hệt nhau đánh số từ 1 đến 30 . Một người rút ngẫu nhiên ra một tấm thẻ từ trong hộp. Người đó được thông báo rằng thẻ rút ra mang số chẵn. Tính xác suất để người đó rút được thẻ có số chia hết cho 10 .

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{3}{10}$

D. $\frac{3}{5}$

Câu 11: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ.

A. $\frac{6}{11}$

B. $\frac{11}{16}$

C. $\frac{13}{22}$

D. $\frac{7}{11}$

Câu 12: Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương T, xác suất để một ngày có gió là $0,6$; nếu ngày có gió thì xác suất có mưa là $0,4$; nếu ngày không có gió thì xác suất có mưa là $0,2$. Xác suất để trời vừa có gió và vừa có mưa và xác suất để trời có gió nhưng không có mưa lần lượt bằng

A. $0,16$ và $0,24$

B. $0,32$ và $0,24$

C. $0,24$ và $0,36$

D. $0,36$ và $0,48$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $F(x), G(x)$ lần lượt là hai nguyên hàm. Biết $F(1)+G(1)=2$, $F(3)+G(3)=6$, $f(2)=0, f(3)=9$. Khi đó ta có

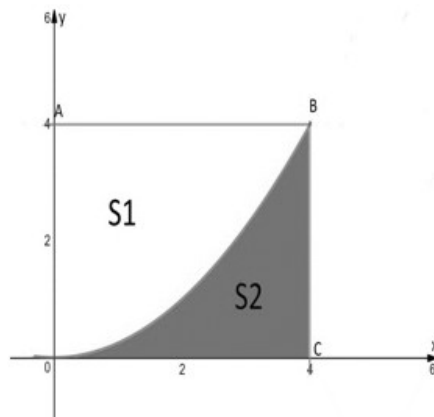
a) $\int_2^3 f'(x)dx = -9$.

b) Nếu $\int_a^2 f'(x)dx = -2024$ thì $f(a)=2024$.

c) $\int_1^3 f(x)dx = 4$.

d) $\int_1^3 (2x - f(x))dx = 8$.

Câu 2. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch như hình vẽ bên



a) Diện tích của hình vuông $OABC$ bằng 4

b) Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=4$. Khi đó $S_2 = \frac{1}{4} \int_0^4 x^2 dx$

c) Gọi S_1 là diện tích của phần không bị gạch như hình vẽ. Khi đó diện tích $S_1 = \frac{32}{3}$

d) Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng $\frac{3}{2}$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17; 20; 45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4km .

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x - 17)^2 + (y - 20)^2 + (z - 45)^2 = 40002$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18; 21; 50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019; 21; 44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km

Câu 4. Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) A, B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng dự án 1 là $0,3$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $0,7$.

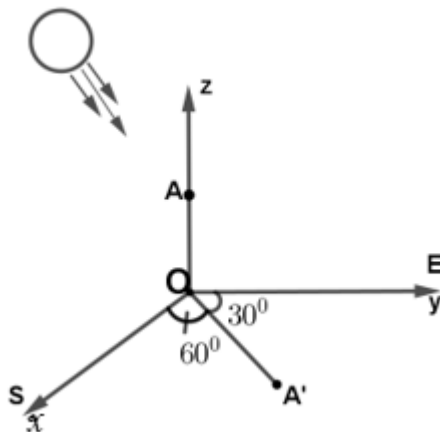
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $\frac{1}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $OABC$ có $A(0;1)$, $B(2;2)$, $C(2;0)$ như hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $OABC$ quanh trục Ox (làm tròn chữ số thập phân đến hàng chục).

Câu 2. Cửa vòm lấy ánh sáng của một toà nhà được thiết kế với kích thước như Hình a. Cửa có hình dạng một parabol có đỉnh I và đi qua hai điểm $A; B$ như Hình b. Người ta dự định lắp kính cho cửa này. Tính diện tích kính cần lắp, biết rằng người ta chỉ sử dụng một lớp kính và bỏ qua diện tích khung cửa.

Câu 3. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 8m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 4m về hướng $S60^\circ E$ (hướng tạo với hướng nam góc 60° và tạo với hướng đông góc 30°) (Hình vẽ). Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ là O , tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét có véc tơ chỉ phương là $u = (1; \sqrt{b}; c)$. Khi đó, tính $b\sqrt{3} + c = ?$



Câu 4. Trong một kì thi. Thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là 0,9. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là 0,7. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần thứ ba là 0,3. Tính xác suất để thí sinh thi đậu.

Câu 5. Phải gieo ít nhất bao nhiêu lần một con súc sắc để xác suất có ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 lớn hơn hay bằng 0,9?

Câu 6. Một bình đựng 5 bi xanh và 3 bi đỏ chỉ khác nhau về màu sắc, lấy ngẫu nhiên một bi, rồi lấy một bi nữa. Tính xác suất của biến cố “lấy lần thứ hai được một bi xanh”.

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	A	A	C	B	A	A	A	B	C	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) S	a) S	a) S
b) Đ	b) Đ	b) S	b) Đ

c) S	c) Đ	c) S	c) S
d) S	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được $0,5$ Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	14,7	4,5	- 1	0,98	13	0,63

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

Lời giải

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$

Câu 2. Cho $\int_x^1 dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}.$

B. $F'(x) = \ln x.$

C. $F'(x) = \frac{1}{x}.$

D. $F'(x) = -\frac{1}{x^2}.$

Lời giải

Ta có $[F(x)]' = \left(\int_x^1 dx \right)' = \frac{1}{x}.$

Câu 3. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 2$ thì $\int_2^5 3f(x) dx$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. 18.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $\int_2^5 3f(x) dx = 3 \int_2^5 f(x) dx = 3.2 = 6.$

- Câu 4.** Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1; x=2$. Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là
- A. 2π . B. 3π . C. 6π . D. 4π .

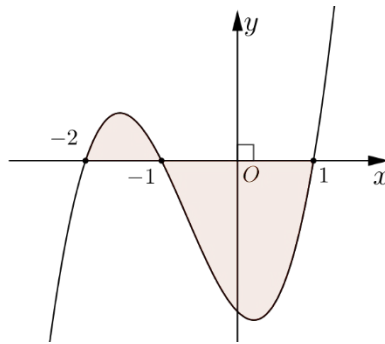
Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là

$$V = \pi \int_1^2 \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x} \right)^2 dx = \pi \int_1^2 \frac{x^2 + 2}{x^2} dx = \pi \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \pi \left(x - \frac{2}{x} \right) \Big|_1^2 = \pi(2 - 1 - 1 + 2) = 2\pi$$

- Câu 5.** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ như hình vẽ.



Biết $\int_{-2}^{-1} f(x) dx = \frac{5}{12}$ và $\int_{-2}^1 f(x) dx = -\frac{9}{4}$. Khi đó, diện tích hình phẳng được tô màu là

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{11}{6}$. C. $\frac{37}{12}$. D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_{-2}^{-1} f(x) dx = -\frac{9}{4} - \frac{5}{12} = -\frac{8}{3}$.

Diện tích hình phẳng được tô màu là

$$S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12}$$

- Câu 6.** Mặt phẳng đi qua điểm $M(0; -1; 2)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -3)$ có phương trình:

A. $x + 2y - 3z - 8 = 0$

B. $x + 2y - 3z + 8 = 0$

C. $x + 2y - 3z - 4 = 0$

D. $x + 2y + 3z - 4 = 0$

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $1(x - 0) + 2(y + 1) - 3(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3z + 8 = 0$

Câu 7. Mặt phẳng (α) có cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 1; 2)$ và $\vec{v} = (1; 1; -1)$. Khi đó, mặt phẳng (α) có một véc tơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (-3; 5; 2)$

B. $\vec{n} = (-3; -5; 2)$

C. $\vec{n} = (2; -3; 5)$

D. $\vec{n} = (1; -1; 4)$

Lời giải

Chọn A

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là: $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (-3; 5; 2)$

Câu 8. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2; -2; 3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1, 4, 1)$ là:

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2), B(3; 2; -3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A, B có phương trình.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 2 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2 = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(a; 0; 0) \in Ox \Rightarrow IA(1 - a; 1; 2); IB(3 - a; 2; -3)$

Do (S) đi qua hai điểm A, B nên $IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(1 - a)^2 + 5} = \sqrt{(3 - a)^2 + 13} \Leftrightarrow 4a = 16 \Leftrightarrow a = 4$

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I(4; 0; 0)$, bán kính $R = IA = \sqrt{14}$

$\Rightarrow (S): (x - 4)^2 + y^2 + z^2 = 14 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2 = 0$.

Câu 10: Một hộp kín đựng 30 tấm thẻ giống hệt nhau đánh số từ 1 đến 30 . Một người rút ngẫu nhiên ra một tấm thẻ từ trong hộp. Người đó được thông báo rằng thẻ rút ra mang số chẵn. Tính xác suất để người đó rút được thẻ có số chia hết cho 10 .

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Rút được thẻ có số chia hết cho 10 ”, B là biến cố: “Rút được thẻ mang số chẵn”.

Khi đó, biến cố AB: “Rút được thẻ chẵn mang số chia hết cho 10 ”. Suy ra:

$$n(AB)=3 \Rightarrow P(AB)=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$$

Có 15 số chẵn từ 1 đến 30 nên $n(B)=15 \Rightarrow P(B)=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{1}{5}$$

Vậy

Câu 11: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ.

A. $\frac{6}{11}$.

B. $\frac{11}{16}$.

C. $\frac{13}{22}$.

D. $\frac{7}{11}$.

Lời giải

Gọi: - A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ";

- B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ";

- $\bar{B}$ là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh".

Ta có: $P(B)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}; P(\bar{B})=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$.

Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có

7 bi đỏ và 4 bi xanh. Do đó $P(A|B)=\frac{7}{11}$.

Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh thì sau khi chuyển, hộp thứ hai

có 6 bi đỏ và 5 bi xanh. Do đó $P(A|\bar{B})=\frac{6}{11}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B) \cdot P(A|B)+P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})=\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{11}+\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11}=\frac{13}{22}.$$

Vậy xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ bằng $\frac{13}{22}$.

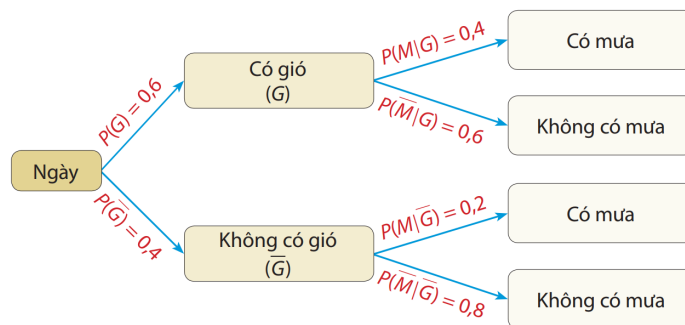
Câu 12: Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương T, xác suất để một ngày có gió là $0,6$; nếu ngày có gió thì xác suất có mưa là $0,4$; nếu ngày không có gió thì xác suất có mưa là $0,2$. Xác suất để trời vừa có gió và vừa có mưa và xác suất để trời có gió nhưng không có mưa lần lượt bằng

A. $0,16$ và $0,24$. B. $0,32$ và $0,24$. C. $0,24$ và $0,36$. D. $0,36$ và $0,48$.

Lời giải

Gọi:

- G là biến cố "Ngày có gió"
- M là biến cố "Ngày có mưa"



Theo đề bài, nếu ngày có gió thì xác suất có mưa là $0,4$ nên $P(M | G) = 0,4$.
 $P(M | \bar{G}) = 1 - 0,4 = 0,6$

Suy ra:

Ngày không có gió thì xác suất có mưa là $0,2$ nên $P(M | \bar{G}) = 0,2$.
 $P(\bar{M} | \bar{G}) = 1 - 0,2 = 0,8$

Suy ra:

$$P(GM) = P(G) \cdot P(M | G) = 0,6 \cdot 0,4 = 0,24.$$

$$P(G\bar{M}) = P(G) \cdot P(\bar{M} | G) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36.$$

Điều này có nghĩa là tại địa phương T, trong một ngày, xác suất để trời vừa có gió và vừa có mưa là $0,24$; xác suất để trời có gió nhưng không có mưa là $0,36$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $F(x), G(x)$ lần lượt là hai nguyên hàm. Biết $F(1) + G(1) = 2$, $F(3) + G(3) = 6$, $f(2) = 0, f(3) = 9$. Khi đó ta có

a) $\int_2^3 f'(x) dx = -9$

b) Nếu $\int_a^2 f'(x) dx = -2024$ thì $f(a) = 2024$

c) $\int_1^3 f(x) dx = 4$

d) $\int_1^3 (2x - f(x)) dx = 8$

Lời giải:

a) S
b) Đ
c) S
d) S

a) Sai.

$$\int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 9 - 0 = 9$$

b) Đúng.

$$-2024 = \int_a^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_a^2 = f(2) - f(a) = 0 - f(a)$$

Ta có:

$$f(a) = 2024$$

Suy ra:

c) Sai.

$$F(1) + G(1) = 2$$

Ta có:

$$F(3) + G(3) = 6$$

$$F(3) - F(1) + G(3) - G(1) = 4$$

suy ra

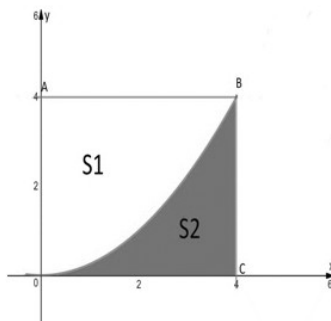
$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = 2$$

d) Sai.

$$\int_1^3 (2x - f(x)) dx = \int_1^3 2x dx - \int_1^3 f(x) dx = x^2 \Big|_1^3 - \int_1^3 f(x) dx = 8 - 2 = 6$$

Ta có:

Câu 2. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch như hình vẽ bên



Dựa vào hình vẽ tính diện tích S_1

a) Diện tích của hình vuông $OABC$ bằng 4

b) Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=4$. Khi đó

$$S_2 = \frac{1}{4} \int_0^4 x^2 dx$$

c) Gọi S_1 là diện tích của phần không bị gạch như hình vẽ. Khi đó diện tích $S_1 = \frac{32}{3}$

d) Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng $\frac{3}{2}$

Lời giải

a) S
b) Đ
c) Đ
d) S

a) Diện tích của hình vuông $OABC$ bằng $4 \cdot 4 = 16$, nên ý a) Sai

b) Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $x=0; x=4$. Khi đó

$$S_2 = \frac{1}{4} \int_0^4 x^2 dx$$

, nên ý b) Đúng

c) Gọi S_1 là diện tích của phần không bị gạch như hình vẽ.

$$S_2 = \int_0^4 \frac{1}{4} x^2 dx = \frac{x^3}{12} \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$$

Dựa vào hình vẽ ta có :

Diện tích của hình vuông $OABC$ bằng $4.4 = 16$, khi đó diện tích $S_1 = S_{OABC} - S_2 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$, nên ý c) Đúng

d) Ta có : Diện tích $S_1 = \frac{32}{3}$, $S_2 = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{32}{3}}{\frac{16}{3}} = 2$, nên ý d) Sai

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17; 20; 45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là $4km$.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x - 17)^2 + (y - 20)^2 + (z - 45)^2 = 40002$

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18; 21; 50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019; 21; 44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km

Lời giải

a) S
b) S
c) S
d) Đ

a) Phương trình mặt cầu tâm $I(17; 20; 45)$ bán kính $R = 4km = 4000m$
 $(x - 17)^2 + (y - 20)^2 + (z - 45)^2 = 16000000$ suy ra mệnh đề **sai**.

b) $IM = \sqrt{(18 - 17)^2 + (21 - 20)^2 + (50 - 45)^2} = \sqrt{27} < 16000000$. Suy ra ở vị trí điểm M vẫn nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Suy ra mệnh đề **sai**

c) $IN = \sqrt{(4019 - 17)^2 + (21 - 20)^2 + (44 - 45)^2} = \sqrt{16016006} < 16000000$. Suy ra ở vị trí điểm N vẫn nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Vì đường kính của mặt cầu trên bằng $8000m$ hay $8km$ nên hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá $8km$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 4. Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) A, B là hai biến cố độc lập.
- b) Xác suất công ty thắng thầu đúng dự án 1 là $0,3$.
- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $0,7$.
- d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $\frac{1}{3}$.

Lời giải

a)	S
b)	Đ
c)	S
d)	Đ

a) Nếu A, B độc lập thì $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$. Mà $0,3 \neq 0,4 \times 0,5 \Rightarrow A, B$ không độc lập.

b) Gọi B_1 là biến cố “Thắng thầu đúng 1 dự án”

$$\begin{aligned} P(B_1) &= P(\overline{A}B) + P(AB) \\ &= P(\overline{A}) - P(\overline{A}\overline{B}) + P(AB) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(AB) = 0,3 \end{aligned}$$

Khi đó:

c) Gọi C_1 là biến cố “Thắng thầu dự án 2 biết thắng thầu dự án 1”

$$P(C_1) = P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

Ta có:

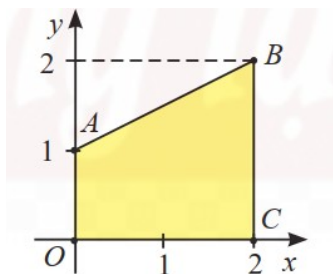
d) Gọi D_1 là biến cố “Thắng thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1”

$$P(D_1) = P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{1}{3}$$

Ta có:

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $OABC$ có $A(0;1)$, $B(2;2)$, $C(2;0)$ như hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $OABC$ quanh trục Ox (làm tròn chữ số thập phân đến hàng chục).



Trả lời :

1	4	,	7
---	---	---	---

Lời giải

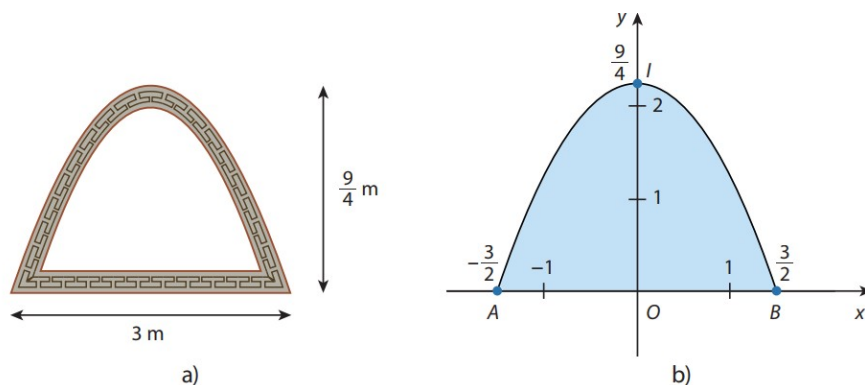
Theo giả thuyết ta có phương trình cạnh AB là $y = \frac{1}{2}x + 1$.

Ta có công thức tính thể tích của hình tròn xoay là $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ quay quanh trục Ox .

$$V = \pi \int_0^2 \left[\frac{1}{2}x + 1 \right]^2 dx \approx 14,7$$

Theo yêu cầu bài toán :

Câu 2. Cửa vòm lấy ánh sáng của một toà nhà được thiết kế với kích thước như Hình a. Cửa có hình dạng một parabol có đỉnh I và đi qua hai điểm $A; B$ như Hình b. Người ta dự định lắp kính cho cửa này. Tính diện tích kính cần lắp, biết rằng người ta chỉ sử dụng một lớp kính và bỏ qua diện tích khung cửa.



4	,	5	
---	---	---	--

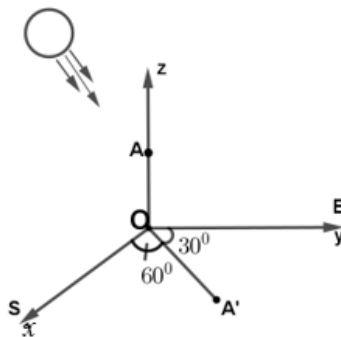
Lời giải

- Dựa vào hình b, Xác định được parabol $y = -x^2 + \frac{9}{4}$.

- Tính diện tích $S(x)$ từ $x = -\frac{3}{2}$ đến $x = \frac{3}{2}$ là $S(x) = \int_{-1,5}^{1,5} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 4,5 \text{ m}^2$

Câu 3. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 8 m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 4 m về hướng $S60^\circ E$ (hướng tạo với hướng nam góc 60° và tạo với hướng đông góc 30°)

(Hình vẽ). Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ là O , tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét có véc tơ chỉ phương là $u = (1; \sqrt{b}; c)$. Khi đó, tính $b\sqrt{3} + c = ?$



Trả lời :

- 1			
-----	--	--	--

Lời giải

Gọi hình chiếu của A' lên Ox, Oy lần lượt là M và N . Ta có:

$$OM = OA' \cdot \cos 60^\circ = 2, \quad ON = OA' \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}$$

Vậy, $A'(2; 2\sqrt{3}; 0)$ và ta có: $A(0; 0; 8)$

Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét có véc tơ chỉ phương là

$$\vec{AA'} = (2; 2\sqrt{3}; -8) = 2(1; \sqrt{3}; -4) = 2.u$$

Do đó $u = (1; \sqrt{3}; -4)$

Vậy $b\sqrt{3} + c = -1$

Câu 4. Trong một kì thi. Thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là 0,9. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là 0,7. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần thứ ba là 0,3. Tính xác suất để thí sinh thi đậu.

Trả lời:

0	,	9	8
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A_i là biến cố thí sinh thi đậu lần thứ i ($i = 1; 2; 3$)

Gọi B là biến cố để thí sinh thi đậu.

Ta có: $B = A_1 \cup (\bar{A}_1 A_2) \cup (\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3)$ Suy ra: $P(B) = P(A_1) + P(\bar{A}_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3)$

Trong đó:
$$\begin{cases} P(A_1) = 0,9 \\ P(\overline{A_1}A_2) = P(\overline{A_1}).P(A_2 / \overline{A_1}) = 0,1.0,7 \\ P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2} / \overline{A_1}).P(A_3 / \overline{A_1}\overline{A_2}) = 0,1.0,3.0,3 \end{cases}$$

Vậy: $P(B) = 0,9 + 0,1.0,7 + 0,1.0,3.0,3 = 0,979$

Câu 5. Phải gieo ít nhất bao nhiêu lần một con súc sắc để xác suất có ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 lớn hơn hay bằng 0,9?

Trả lời:

1	3		
---	---	--	--

Lời giải

Giả sử số lần gieo là n

Gọi A_j là biến cố gieo một lần thứ j được mặt 6 ($1 \leq j \leq n$)

Gọi A là biến cố có ít nhất một lần gieo được mặt 6.

Theo yêu cầu bài toán: $P(A) \geq 0,9$

$$\begin{aligned} \overline{A} &= \overline{A_1}, \overline{A_2}, \dots, \overline{A_n} \\ \Rightarrow P(\overline{A}) &= P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}) \dots P(\overline{A_n}) \quad (\text{vì } \overline{A_1}, \overline{A_2}, \dots, \overline{A_n} \text{ độc lập nhau}) \\ &= \underbrace{\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \dots \times \frac{5}{6}}_n = \left(\frac{5}{6}\right)^n \end{aligned}$$

Ta có:

Do đó: $\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 \Rightarrow n \geq 13$. Vậy ta phải gieo ít nhất 13 lần.

Câu 6. Một bình đựng 5 bi xanh và 3 bi đỏ chỉ khác nhau về màu sắc, lấy ngẫu nhiên một bi, rồi lấy một bi nữa. Tính xác suất của biến cố “lấy lần thứ hai được một bi xanh”.

Trả lời:

0	,	6	3
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A là biến cố “lấy lần thứ nhất được bi xanh”

B là biến cố “lần thứ hai lấy được bi xanh”

Vì B chỉ xảy ra cùng với A hoặc $\overline{A}$, nên $C = (BA) \cup (B\overline{A})$.

Cần tính: $P(C) = P((BA) \cup (B\overline{A}))$

Áp dụng công thức xác suất có điều kiện, ta có: $P(C) = P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A})$

$$\text{Do } P(A) = \frac{3}{8}; P(\bar{A}) = \frac{5}{8}; P(B|A) = \frac{5}{7}; P(B|\bar{A}) = \frac{4}{7} \quad \text{Suy ra } P(C) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{8}$$