

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

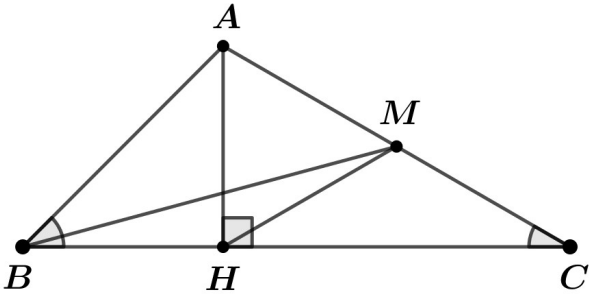
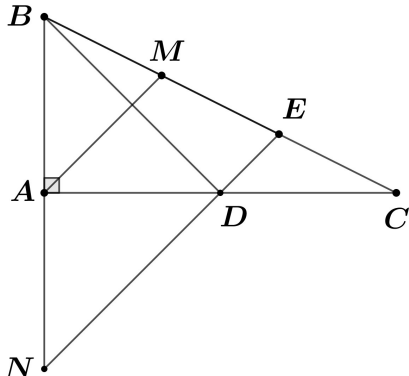
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS VÒNG TỈNH NĂM HỌC 2022 - 2023

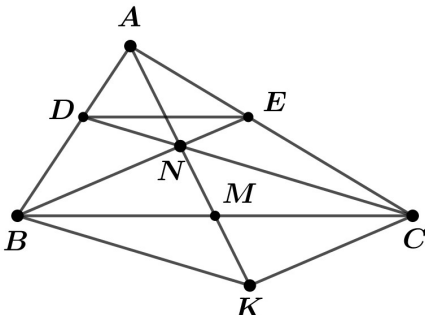
HƯỚNG DẪN CHẤM THI MÔN: TOÁN

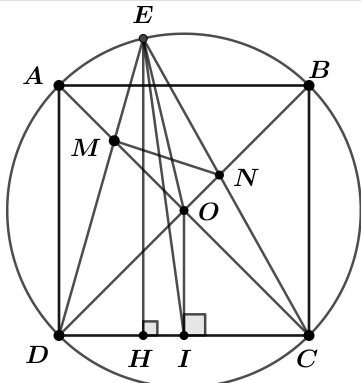
Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
1	a) Cho a, b, c là các số dương sao cho $2\sqrt{a} + 6\sqrt{b} + 14\sqrt{c} = a + b + c + 59$. Tính giá trị của biểu thức $S = a - b + c$.	2,0 điểm
	• Biến đổi đẳng thức đã cho thành $\Leftrightarrow a - 2\sqrt{a} + 1 + b - 6\sqrt{b} + 9 + c - 14\sqrt{c} + 49 = 0 \quad (1)$	0,25
	• Do $a - 2\sqrt{a} + 1 = (\sqrt{a} - 1)^2$	0,25
	$b - 6\sqrt{b} + 9 = (\sqrt{b} - 3)^2$	0,25
	$c - 14\sqrt{c} + 49 = (\sqrt{c} - 7)^2$	0,25
	(1) $\Leftrightarrow (\sqrt{a} - 1)^2 + (\sqrt{b} - 3)^2 + (\sqrt{c} - 7)^2 = 0 \quad (2)$ • Do $(\sqrt{a} - 1)^2, (\sqrt{b} - 3)^2, (\sqrt{c} - 7)^2$ không âm nên	0,25
	(2) $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} - 1 = 0 \\ \sqrt{b} - 3 = 0 \\ \sqrt{c} - 7 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 9 \\ c = 49 \end{cases}$	0,25
	• $S = a - b + c = 41$	0,25
	b) Giải phương trình $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left 2x - \frac{1}{x} \right - 6 = 0$.	2,0 điểm
	• Đặt $\left 2x - \frac{1}{x} \right = t, t \geq 0 \quad (*)$, phương trình đã cho trở thành $t^2 + t - 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$	0,25
	• Kết hợp (*) nên nhận $t = 1$	0,25
	• Với $t = 1$ ta có $2x - \frac{1}{x} = 1$	0,25

	$\text{hoặc } 2x - \frac{1}{x} = -1$	0,25
	$2x - \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \ (x \neq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện } x \neq 0)$	0,25
	$2x - \frac{1}{x} = -1 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \ (x \neq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện } x \neq 0)$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 1, x = -1, x = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2}$	0,25
2	a) Cho phương trình $x^2 - (m+3)x + m+4 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm nguyên.	2,0 điểm
	$\bullet \Delta = m^2 + 2m - 7$	0,25
	$\bullet \text{ Do giả thiết nên } \Delta = k^2 \text{ với } k \in \mathbb{N}. \text{ Suy ra } (m+1)^2 - k^2 = 8$ $\Leftrightarrow (m+1-k)(m+1+k) = 8$	0,25
	Do $m+1-k < m+1+k$ và $1.8 = 2.4 = (-8).(-1) = (-4).(-2)$ nên ta xét các trường hợp sau:	0,25
	$\bullet \text{ Trường hợp 1: } \begin{cases} m+1-k=1 \\ m+1+k=8 \end{cases} \text{ . Tìm được } m = \frac{7}{2} \text{ (loại)}$	0,25
	$\bullet \text{ Trường hợp 2: } \begin{cases} m+1-k=2 \\ m+1+k=4 \end{cases} \text{ . Tìm được } m = 2 \text{ (nhận)}$	0,25
	$\bullet \text{ Trường hợp 3: } \begin{cases} m+1-k=-8 \\ m+1+k=-1 \end{cases} \text{ . Tìm được } m = -\frac{11}{2} \text{ (loại)}$	0,25
	$\bullet \text{ Trường hợp 4: } \begin{cases} m+1-k=-4 \\ m+1+k=-2 \end{cases} \text{ . Tìm được } m = -4 \text{ (nhận)}$	0,25
	* Thử lại: $\bullet$ Với $m = 2$, phương trình đã cho trở thành $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \text{ . Vậy } m = 2 \text{ thỏa yêu cầu bài toán}$	0,25
	$\bullet \text{ Với } m = -4, \text{ phương trình đã cho trở thành}$ $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \text{ . Vậy } m = -4 \text{ thỏa yêu cầu bài toán}$	0,25
	b) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - m + 2$ (m là tham số). Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt	2,0 điểm

	$A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ sao cho $y_1^2 + y_2^2 + x_1 x_2 = 91$.	
	• Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình $x^2 = x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - x + m - 2 = 0$ (1)	0,25
	• (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt (*) $\Leftrightarrow \Delta = -4m + 9 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$	0,25
	$y_1^2 + y_2^2 + x_1 x_2 = 91 \Leftrightarrow x_1^4 + x_2^4 + x_1 x_2 = 91$	0,25
	$\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 + x_1 x_2 = 91$	0,25
	$\Leftrightarrow [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]^2 - 2x_1^2 x_2^2 + x_1 x_2 = 91$ (1)	0,25
	• Ta có hệ thức Viet: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1 x_2 = m - 2$ nên (1) trở thành $2m^2 - 11m - 76 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = \frac{19}{2} \end{cases}$	0,25
	• Kết hợp (*) thì $m = -4$ là giá trị cần tìm.	0,25
3	a) Cho n là số nguyên dương. Tìm dư của phép chia $n^3 + 3n^2 + 14n + 2023$ cho 6.	2,0 điểm
	• $n^3 + 3n^2 + 14n + 2023 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + 11n + 2022$	0,25
	$= (n+1)^3 + 11n + 2022$	0,25
	$= (n+1)^3 - (n+1) + 12n + 2023$	0,25
	$= n(n+1)(n+2) + 12n + 2023$	0,25
	Do $n(n+1)(n+2)$ là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3	0,25
	• Mặt khác $(2;3) = 1$ nên $n(n+1)(n+2)$ chia hết cho 6.	0,25
	• $12n$ chia hết cho 6 nên $n^3 + 3n^2 + 14n + 2023 = n(n+1)(n+2) + 12n + 6.372 + 1$	0,25
	Vậy dư của phép chia $n^3 + 3n^2 + 14n + 2023$ cho 6 là 1.	0,25
	b) Cho a, b, c là ba số dương sao cho $a + b + c = 6$. Chứng minh bất đẳng thức $\frac{a}{b^2 + 4} + \frac{b}{c^2 + 4} + \frac{c}{a^2 + 4} \geq \frac{3}{4}$.	2,0 điểm
	Ta có: $\frac{a}{b^2 + 4} = \frac{1}{4} \left(a - \frac{ab^2}{b^2 + 4} \right) \geq \frac{1}{4} \left(a - \frac{ab^2}{4b} \right) = \frac{1}{4} \left(a - \frac{ab}{4} \right)$	0,25
	• Tương tự $\frac{b}{c^2 + 4} \geq \frac{1}{4} \left(b - \frac{bc}{4} \right)$	0,25
	$\frac{c}{a^2 + 4} \geq \frac{1}{4} \left(c - \frac{ca}{4} \right)$	0,25
	Cộng theo từng vế các bất đẳng thức trên ta được	0,25

	$\frac{a}{b^2+4} + \frac{b}{c^2+4} + \frac{c}{a^2+4} \geq \frac{1}{4} \left(a+b+c - \frac{ab+bc+ca}{4} \right)$	
	Do $(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca)$. Dấu = xảy ra khi $a=b=c$	0,25
	Nên $\frac{a}{b^2+4} + \frac{b}{c^2+4} + \frac{c}{a^2+4} \geq \frac{1}{4} \left[a+b+c - \frac{(a+b+c)^2}{12} \right]$	0,25
	$\geq \frac{3}{4}$	0,25
	Dấu = xảy ra khi $a=b=c=2$	0,25
4	a) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có $\angle B = 45^\circ, \angle C = 30^\circ$ và đường trung tuyến BM . Tính $\angle AMB$.	2,0 điểm
	 Kẻ đường cao AH của $\triangle ABC$	
	Do $\triangle MAH$ cân tại M và $\angle MAH = 60^\circ$ nên đều Suy ra $HA = HM$ (1)	0,25
	$\triangle HAB$ có $\angle AHB = 90^\circ$ và $\angle HBA = 45^\circ$ nên vuông cân. Do đó $HB = HA$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $HB = HM$ hay $\triangle HBM$ cân tại H	0,25
	Do $HM = MC$ nên $\triangle MHC$ cân tại M Suy ra $\angle MHC = \angle MCH = 30^\circ$	0,25
	$\Rightarrow 2\angle MBH = 30^\circ$	0,25
	$\Rightarrow \angle MBH = 15^\circ$	0,25
	$\Rightarrow \angle AMB = \angle MBH + \angle MCH = 45^\circ$	0,25
	b) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường trung tuyến BD . Gọi E là điểm trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$. Tính $\frac{ED}{BD}$.	2,0 điểm
		

	Gọi M là trung điểm của BE , N là giao điểm của ED và BA	
	• Ta có ED là đường trung bình của $\triangle MAC$ (vì E, D lần lượt là trung điểm của MC và AC)	0,25
	Suy ra $ED \parallel MA$ và $ED = \frac{MA}{2}$ (1)	0,25
	• $\triangle BNE$ có AM là đường trung bình nên $MA = \frac{EN}{2}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $ED = \frac{EN}{4}$	0,25
	Suy ra $ND = 3ED$ (3)	0,25
	• $\triangle DBM$ có DA vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên $\triangle DBN$ cân tại D . Suy ra $BD = ND$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4) suy ra $BD = 3ED$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{ED}{BD} = \frac{1}{3}$	0,25
5	a) Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM . Gọi N là điểm trên đoạn thẳng AM (N khác A và M), đường thẳng BN cắt AC tại E và đường thẳng CN cắt AB tại D . Chứng minh DE song song BC .	2,0 điểm
	 Gọi K là điểm đối xứng của N qua M	
	• Tứ giác $BNCK$ là hình bình hành (vì có các đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường).	0,25
	Suy ra $BN \parallel CK$ và $CN \parallel BK$	0,25
	• $\triangle ABK$ có $DN \parallel BK$ nên $\frac{AD}{AB} = \frac{AN}{AK}$	0,5
	• $\triangle ACK$ có $EN \parallel CK$ nên $\frac{AE}{AC} = \frac{AN}{AK}$	0,5
	Suy ra: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$	0,25
	• $\triangle ABC$ có $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ nên $DE \parallel BC$	0,25
	b) Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a nội tiếp đường tròn (O) . Xét điểm M thay đổi trên đoạn thẳng OA (M khác O và A), đường thẳng DM cắt (O) tại E và đường thẳng EC cắt BD tại	2,0 điểm

N. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác EMN .	
 Kẻ $EH \perp CD$ tại H, $OI \perp CD$ tại I, dt : diện tích	
• Tìm được bán kính đường tròn (O) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$	0,25
• $\angle MDC = \angle MDB + \angle BDC = \frac{1}{2}\angle BE + \frac{1}{2}\angle BC$ $= \frac{1}{2}\angle BE + \frac{1}{2}\angle CD = \angle DNC$	0,25
• $\triangle MDC$ đồng dạng $\triangle CND$ (vì $\angle MDC = \angle DNC$ và $\angle MCD = \angle CND = 45^\circ$). Suy ra $\frac{MC}{CD} = \frac{DC}{ND} \Leftrightarrow MC \cdot ND = CD^2 = a^2$	0,25
• $dt_{DMNC} = \frac{1}{2}MC \cdot ND = \frac{1}{2}a^2$.	0,25
• $dt_{\triangle EDC} = \frac{1}{2}DC \cdot EH \leq \frac{1}{2}DC \cdot EI \leq \frac{1}{2}DC \cdot (EO + OI) = \frac{\sqrt{2} + 1}{4}a^2$	0,25
• $dt_{\triangle EMN} = dt_{\triangle EDC} - dt_{DMNC} \leq \frac{\sqrt{2} + 1}{4}a^2 - \frac{1}{2}a^2 = \frac{\sqrt{2} - 1}{4}a^2$	0,25
• $dt_{\triangle EMN} = \frac{\sqrt{2} - 1}{4}a^2$ khi DM là tia phân giác $\angle ADB$	0,25
• Giá trị lớn nhất của diện tích tam giác EMN bằng $\frac{\sqrt{2} - 1}{4}a^2$.	0,25

--- Hết ---