

Đề chính thức**Môn thi: Toán***Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao bài)***Bài 1** (5 điểm).

Cho biểu thức: $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1}\right)$, với $a \geq 0$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A khi $a = 2010 - 2\sqrt{2009}$.

Bài 2 (4 điểm).

1. Giải phương trình $(x+1)(x+2)(x+4)(x+8) = 28x^2$
2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ x + y = -1 \end{cases}$$

Bài 3 (4 điểm).

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$
2. Cho tam giác ABC vuông tại A có phân giác AD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B, C lên đường thẳng AD.

Chứng minh rằng: $2AD \leq BM + CN$

Bài 4 (5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại C. Gọi M là trung điểm của cạnh AB, P là điểm trên cạnh BC; các điểm N, L thuộc AP sao cho $CN \perp AP$ và $AL = CN$.

1. Chứng minh góc MCN bằng góc MAL.
2. Chứng minh $\triangle LMN$ vuông cân
3. Diện tích $\triangle ABC$ gấp 4 lần diện tích $\triangle MNL$, hãy tính góc CAP.

Bài 5 (2 điểm).

Cho a b và $ab = 6$. Chứng minh: $\frac{a^2 + b^2}{|a - b|} \geq 4\sqrt{3}$

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

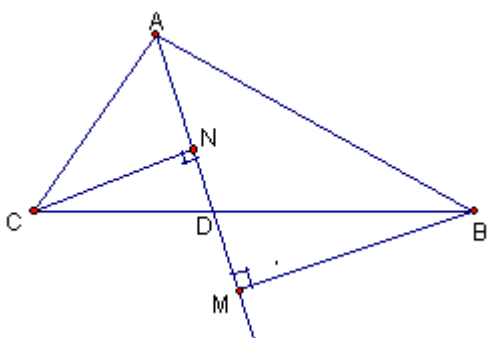
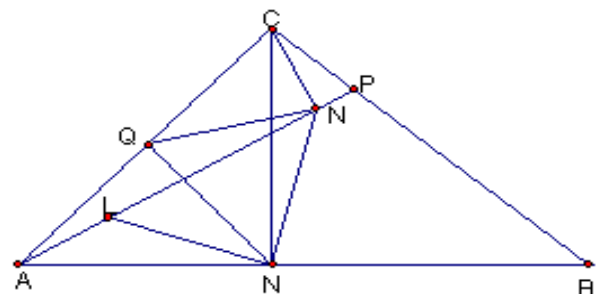
Họ tên và chữ ký của giám thị 1

Họ tên và chữ ký của giám thị 2

.....

.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 5,0 điểm	1 (3,0đ) Với điều kiện $a \neq 0$. Ta có: $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1}\right)$ $= \frac{a - 2\sqrt{a} + 1}{a+1} : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}\right)$ $= \frac{(\sqrt{a} - 1)^2}{a+1} : \frac{a+1 - 2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}$ $= \frac{(\sqrt{a} - 1)^2 (a+1)(1+\sqrt{a})}{(a+1)(\sqrt{a} - 1)^2} = 1 + \sqrt{a}$	1,0 1,0 1,0
	2(2,0 đ) Khi $a = 2010 - 2\sqrt{2009} = (\sqrt{2009} - 1)^2$ Thì $A = 1 + \sqrt{(\sqrt{2009} - 1)^2} = \sqrt{2009}$	1,0 1,0
Câu 2 4,0 điểm	1 (2,0đ) Ta có $(x+1)(x+2)(x+4)(x+8) = 28x^2$ $(x^2+9x+8)(x^2+8x+8) = 28x^2$ $+x=0$ không phải là nghiệm của phương trình (1) $+V\text{ới } x \neq 0$ chia hai vế (1) cho x^2 ta được: $(1) \Leftrightarrow (x + \frac{8}{x} + 6)(x + \frac{8}{x} + 9) = 28$ Đặt $t = x + \frac{8}{x}$ (1) trở thành $(t+6)(t+9) = 28 \Leftrightarrow t^2 + 15t + 26 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -13 \end{cases}$ Với $t = -2$ ta có $x + \frac{8}{x} = -2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 8 = 0$. PT này vô nghiệm. Với $t = -13$ ta có $x + \frac{8}{x} = -13 \Leftrightarrow x^2 + 13x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -13 \pm \sqrt{137}$. Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x = -13 \pm \sqrt{137}$.	0,5 0,5 0,5 0,5
	2 (2,0 đ) Hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)(x^2 + xy + y^2 - 3) = 0 \\ x + y = -1 \end{cases}$ Hệ này tương đương với tuyến của hai hệ phương trình sau: $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = -1 \end{cases} \text{ (I) và } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 - 3 = 0 \\ x + y = -1 \end{cases} \text{ (II)}$ * Giải hệ (I) có nghiệm $(x, y) = (-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$ * Xét hệ (II) từ $x+y = -1$ ta có $y = -x-1$ thay vào phương trình đầu của hệ (II) ta được $x^2 + x - 2 = 0$ Phương trình này có hai nghiệm: $x = -1$ và $x = -2$ Từ đó ta thấy hệ (II) có hai nghiệm: $(1; -2); (2; -1)$	0,5 0,5

	Kết luận: Hệ đã cho có nghiệm (x;y) là: $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}); (1; -2); (2; -1)$	0,25 0,5 0,25
Câu 3 4,0 điểm	1(2,0đ): Ta có: $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32) \Leftrightarrow x^6 + (y - x^3)^2 = 64$ $\Rightarrow x^6 \leq 64 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$ do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; -2; 1; 0; 1; 2\}$ Xét các trường hợp: + $x = 2 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 0 \Rightarrow y = 8$ + $x = 1 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 63 \Rightarrow y \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ pt này không có nghiệm nguyên + $x = 0 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 4 \Rightarrow y = 8$ và $y = -8$ + $x = -1 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 63 \Rightarrow y \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ pt này không có nghiệm nguyên + $x = -2 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 0 \Rightarrow y = -8$ Vậy nghiệm của phương trình là: $(0;8); (0;-8); (2;8); (-2;-8)$.	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	2(2,0đ)  Ta có $\triangle AMB$ và $\triangle ANC$ vuông cân nên $MA = MB$ và $NA = NC$ Nên $BM + CN = AM + AN$ Giả sử: $AB \geq AC$ Theo tính chất phân giác ta có $\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} \leq 1$ $\triangle CDN$ và $\triangle BDM$ nên $\frac{DN}{DM} = \frac{DC}{DB} \leq 1 \Rightarrow DN \leq DM$ Nếu I là trung điểm của MN thì $AD \leq AI$ và $AM + AN = 2AI$ Khi đó $2AD \leq 2AI - AM + AN = BM + CN$ (đpcm)	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4 5,0 điểm	 Đặt $\angle ACP = a \Rightarrow \angle ACN = 90^\circ - a$ $\angle MCN = \angle ACN - 45^\circ = 90^\circ - a - 45^\circ = 45^\circ - a = \angle LAM$	0,5 0,5
	2(2,0đ) Do $\triangle ABC$ vuông tại A mà AM là trung tuyến nên $AM = CM$ và $AL = CN$ (gt) $\angle MCN = \angle LAM$ (c/m trên)	

	Nên $\triangle AML = \triangle CMN \Rightarrow LM = MN$ và $\angle AML = \angle CMN$ $\Rightarrow \angle LMN = 90^\circ - \angle AML + \angle CMN = 90^\circ$. Vậy tam giác $\triangle LMN$ vuông cân tại M	1,0 1,0
	3 (2,0đ) Do các $\triangle LMN, \triangle ABC$ vuông cân nên: $2 S_{\triangle LMN} = MN^2$ và $2 S_{\triangle ABC} = AC^2$ $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle LMN}$ (gt) Từ đó suy ra $MN = \frac{1}{2}AC$. Gọi Q là trung điểm của AC thì $QM = QN = \frac{1}{2}AC = MN$ $\Rightarrow \angle QMN = 60^\circ$ và $\angle QNA = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$. Mặt khác $AQ = NQ$ nên $\angle CAP = \angle QNA = 15^\circ$	1,0 1,0
Câu 5 2,0 điểm	Ta có: $\frac{a^2 + b^2}{ a - b } = \frac{(a - b)^2 - 2ab}{ a - b } = a - b + \frac{12}{ a - b }$ Áp dụng bất đẳng thức Côsi : $ a - b + \frac{12}{ a - b } \geq 2\sqrt{ a - b \cdot \frac{12}{ a - b }} = 4\sqrt{3}$	1,0 1,0