

Người làm: Bùi Tuấn

Zalo: Tuấn Cs - số đt zalo: 0365049681

Email: huyenanh.bui@gmail.com

CD5: SỐ NGUYÊN TỐ, HỢP SỐ

Dạng 1. Sử dụng các tính chất của phép chia số nguyên

Câu 1. (HSG 7 huyện Phú Lý 2018 - 2019)

- a) Tìm các số nguyên tố p thỏa mãn $2^p + p^2$ là các số nguyên tố.

Lời giải

Với $p=2$ thì $2^p + p^2 = 4 + 4 = 8$ không là số nguyên tố

Với $p=3$ thì $2^p + p^2 = 8 + 9 = 17$ là số nguyên tố

Với $p > 3$ thì p là số nguyên tố nên p lẻ nên $2^p = 2^{2k+1} \equiv 2 \pmod{3}$

Và $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ nên $(2^p + p^2) \equiv 3 \pmod{3}$

Mà $2^p + p^2 > 3$ nên $2^p + p^2$ là hợp số

$\Rightarrow$ với $p > 3$ thì $2^p + p^2$ là hợp số

Vậy với $p=3$ thì $2^p + p^2$ là số nguyên tố.

Dạng 5. Các bài toán về hai số nguyên tố cùng nhau

Câu 1. (HSG 7)

Cho 2 đa thức $P(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{2009} + x^{2010}$

và $Q(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots - x^{2009} + x^{2010}$.

Giá trị của biểu thức $P\left(\frac{1}{2}\right) + Q\left(\frac{1}{2}\right)$ có dạng biểu thức hữu tỉ là $\frac{a}{b}$; $a, b \in \mathbb{N}$; a, b là hai số nguyên tố cùng nhau.

Chứng minh $a \div 5$.

Lời giải

$$\text{Đặt } A = P\left(\frac{1}{2}\right) + Q\left(\frac{1}{2}\right) = 2 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2009} \quad (1)$$

$$\text{Suy ra } 4A = 10 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2007} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 3A = 8 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2009} \Rightarrow A = \frac{8 - \frac{1}{2^{2009}}}{3} = \frac{2^{2012} - 1}{3 \cdot 2^{2009}} = \frac{a}{b}$$

Ta thấy: $2^{2012} - 1 = 4^{1006} - 1 \div 3$;

$2^{2012} - 1$ và 2^{2009} là hai số nguyên tố cùng nhau nên $2^{2012} - 1 = 3a$.

Ta có: $3a = 2^{2012} - 1 = 16^{503} - 1$.

Vì 16^{503} có chữ số tận cùng là 6 nên $3a$ có chữ số tận cùng là 5, suy ra $3a$ chia hết cho 5.

Mà 3 và 5 nguyên tố cùng nhau nên $a \div 5$.

Vậy $a \div 5$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>