**Câu 1: [2H2-2-4] (THPT** **CHUYÊN** **BẾN** **TRE** **)**Để chứa  nước ngọt người ta xây một bồn hình trụ có nắp. Hỏi bán kính  của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  là chiều cao của khối trụ. Khi đó, thể tích của khối trụ là .

Diện tích toàn phần của khối trụ là:

.

Vậy  tại .

**Câu 2: [2H2-2-4] (CHUYÊN** **SƠN** **LA)** Từ một nguyên liệu cho trước, một công ty muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích . Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

**A.** Hình hộp chữ nhật có cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy.

**B.** Hình trụ có chiều cao gấp hai lần bán kính đáy.

**C.** Hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy.

**D.** Hình hộp chữ nhật có cạnh bên bằng cạnh đáy.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi:  là bán kính đáy hình trụ,  là chiều cao hình trụ.

Khi đó hình trụ có thể tích là: 

Diện tích toàn phần của hình trụ là: 

Áp dụng BĐT Cô-si cho ba số không âm: , ,  ta có:



Dấu  xảy ra 

Gọi  là độ dài cạnh đáy hình hộp chữ nhật

Gọi  là chiều cao hình hộp chữ nhật

Khi đó thể tích hình hộp chữ nhật là: 

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là: 

Áp dụng BĐT Cô-si cho ba số không âm là: , , 

Ta có: 

Dấu  xảy ra 

Từ Thiết kế hộp sữa hình trụ có chiều cao gấp hai lần bán kình đáy thì tốn ít nguyên vật liệu nhất.

**Câu 3: [2H2-2-4] (THPT Lương Thế Vinh - HN - Lần 1- 2017 - 2018 - BTN)** Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm  và , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng . Trên đường tròn đáy có tâm  lấy điểm , trên đường tròn tâm  lấy điểm . Đặt  là góc giữa  và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện  đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  là hình chiếu của  lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm .

Gọi  là hình chiếu của  lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm .

Gọi  là bán kính của đường tròn tâm , suy ra: . Ta có: .

Suy ra: . Gọi  là trung điểm của .

Ta có: .

Và: .

Suy ra: .

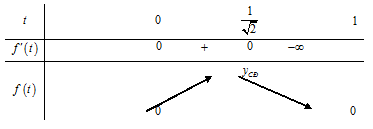
Ta có:  đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi  đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số  với  có  với .

Xét .

Vì  nên .

Bảng biến thiên:



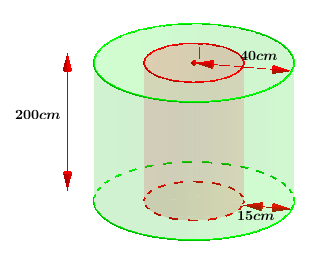
Dựa vào bảng biến thiên, ta có  khi  hay .

**Câu 4: [2H2-2-4] [TRẦN HƯNG ĐẠO – NB - 2017]** Người ta cần đổ một ống thoát nước hình trụ với chiều cao , độ dày của thành ống là , đường kính của ống là . Lượng bê tông cần phải đổ là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  lần lượt là thể tích của khối trụ bên ngoài và bên trong

Do đó lượng bê tông cần phải đổ là:

.

**Câu 5: [2H2-2-4] [LẠNG GIANG SỐ 1 - 2017]** Một ngôi biệt thự nhỏ có  cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng . Trong đó có  cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng,  cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng . Chủ nhà dùng loại *sơn giả đá* để sơn  cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là  (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn cột  cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích xung quanh  cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng: .

Diện tích xung quanh 6 cây cột trước cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng :

.

Số tiền để sơn mười cây cột nhà là 

**Câu 6: [2H2-2-4] [NGÔ GIA TỰ - VP - 2017]** Một ngôi biệt thự có  cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng . Trong đó,  cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng ,  cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng . Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn  cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là  (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn  cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích xung quanh của một cái cột được tính bởi công thức: 

Tổng diện tích xung quanh của 10 cái cột là: 

Tổng số tiền cần chi là: .

**Câu 7: [2H2-2-4] [LÝ THÁI TỔ -HN - 2017]** Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích . Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi   là chiều cao hình trụ và   là bán kính nắp đậy.

Ta có: . Suy ra .

Để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì diện tích toàn phần  của hình trụ nhỏ nhất.

Ta có: 



Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

**Câu 8: [2H2-2-4] [CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - 2017]** Một cốc nước hình trụ có chiều cao , đường kính . Mặt đáy phẳng và dày , thành cốc dày . Đổ vào cốc  nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính . Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu . (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Thành cốc dày nên bán kính đáy trụ bằng . Đáy cốc dày nên chiều cao hình trụ bằng . Thể tích khối trụ là .

Đổ  vào cốc, thể tích còn lại là .

Thả 5 viên bi vào cốc, thể tích 5 viên bi bằng .

Thể tích cốc còn lại .

Ta có .

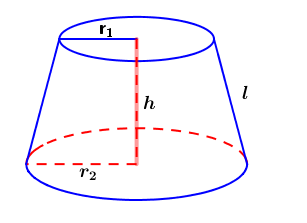
**Cách khác:** Dùng tỉ số thể tích



Chiều cao còn lại của trụ là .

Vậy mặt nước trong cốc cách mép cốc là .

**Câu 9: [CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - 2017]** Một chiếc xô hình nón cụt đựng hóa chất ở phòng thí nghiệm có chiều cao  đường kính hai đáy lần lượt là  và . Cô giáo giao cho bạn An sơn mặt ngoài của xô (trừ đáy). Tính diện tích bạn An phải sơn (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).



**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

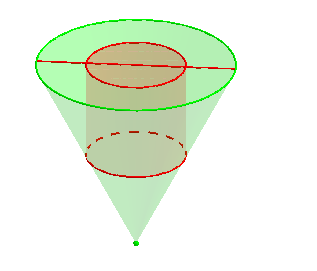
Ta có 

Với , 



Vậy 

**Câu 10: [2H2-2-4] [CHUYÊN HÙNG VƯƠNG – GL- 2017]** Một bình đựng nước dạng hình nón (không có nắp đáy), đựng đầy nướ**C.** Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào bình đó một khối trụ và đo được thể tích nước trào ra ngoài là . Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón (như hình vẽ dưới). Tính bán kính đáy  của bình nước**.**



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  lần lượt là chiều cao của khối nón và khối trụ.

 lần lượt là bán kính của khối nón và khối trụ.

Theo đề ta có: 

Xét tam giác  ta có: 

. Ta lại có: 



**Câu 11: [2H2-2-4] [CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH - 2017]** Người ta muốn dùng vật liệu bằng kim loại để gò thành một thùng hình trụ tròn xoay có hai đáy với thể tích  cho trước ( hai đáy cũng dùng chính vật liệu đó). Hãy xác định chiều cao  và bán kính  của hình trụ theo  để tốn ít vật liệu nhất.

**A. . B. . C. . D. .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Để vật liệu tốn ít nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất.

Ta có: .

Do  nên . Suy ra

.

Đẳng thức xảy ra khi . Khi đó .

**Câu 12: [2H2-2-4] [CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIỆU - 2017]** Một cái tục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là , chiều dài lăn là  (hình bên). Sau khi lăn trọn  vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng một diện diện tích là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Diện tích xung quanh của mặt trụ là .

Sau khi lăn 15 vòng thì diện tích phần sơn được là: .

**Câu 13: [2H2-2-4] (THPT Chuyên Thái Bình - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)**  Một hình trụ có bán kính đáy  và khoảng cách giữa hai đáy . Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục . Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  là tâm của hai đáy của hình trụ và  là mặt phẳng song song với trục và cách trục  một khoảng .

Mp cắt hai hình tròn đáy  theo hai dây cung lần lượt là  và cắt mặt xung quanh theo hai đường sinh là . Khi đó  là hình chữ nhật.



Gọi  là trung điểm của . Ta có 

.

Khi đó: ; .

Diện tích hình chữ nhật  là: .

**Câu 14: [2H2-2-4] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 8 Tuần HK1 - 2018 - BTN)** Khi thiết kế vỏ lon sữa hình trụ các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí làm vỏ lon nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ là  mà diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính  của đường tròn đáy khối trụ bằng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

Gọi chiều cao và bán kính đáy của lon sữa lần lượt là  và .

Ta có: Thể tích của lon sữa là .

Khi đó: Diện tích toàn phần là .

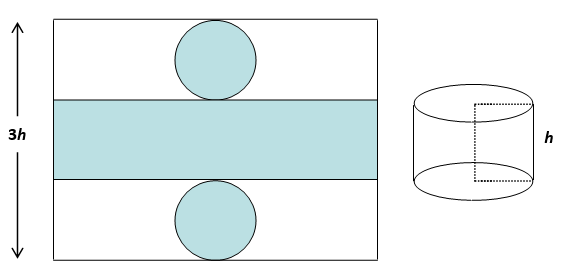
Xét hàm số  trên khoảng .

Ta có 

Cho .

Lập bảng biến thiên suy ra bán kính cần tìm là .

**Câu 15: [2H2-2-4] [THPT TRẦN QUỐC TUẤN - Lần 1- 2018] [2H2-0.0-3]** Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật (phần tô đậm) sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu (vừa đủ). Biết thùng đựng dầu có thể tích bằng lít(các mối ghép nối khi gò hàn chiếm diện tích không đáng kể. Lấy ). Tính diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu.



**A.** . **B. ** . **C. ** . **D. ** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đổi:  .

Dựa vào hình vẽ ta thấy, bán kính đường tròn đáy của thùng đựng dầu là .

Thể tích thùng đựng dầu là:  (với ).

Diện tích hình chữ nhật ban đầu gấp  lần diện tích xung quanh của hình trụ.

Vậy .