|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TRIỆU SƠN**  **Đề chính thức**   |  | | --- | | **Số báo danh**  ..................................... | | **KIỂM ĐỊNH CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 Năm học 2015 - 2016**    **Môn: Toán**  Thời gian: **150** phút (*không kể thời gian giao đề*)  Ngày 13 tháng 4 năm 2016  *(Đề có 01 trang, gồm 05 câu)* |

**Câu 1:** (4,0 điểm)

Cho biểu thức: 

a. Rút gọn biểu thức *P*.

b. Tìm *x*  Z để *P* có giá trị nguyên.

c. Tìm *x* để *P*  1.

**Câu 2:** (5,0 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: 

2. Giải phương trình: 

3. Giải bất phương trình: 

**Câu 3:** (4,0 điểm)

1. Tìm các số nguyên *x*, *y* thoả mãn .

2. Với mỗi số tự nhiên n, đặt an = 3n2 + 6n + 13.

a. Chứng minh rằng nếu hai số ai, aj không chia hết cho 5 và có số dư khác nhau khi chia cho 5 thì ai + aj chia hết cho 5.

b. Tìm tất cả các số tự nhiên n lẻ sao cho an là số chính phương.

**Câu 4:** (6,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC. Điểm D thuộc cạnh AB, điểm E thuộc cạnh AC sao cho BD = CE. Gọi I, K, M, N theo thứ tự là trung điểm của BE, CD, BC, DE.

a. Tứ giác MINK là hình gì? Vì sao?

b. Chứng minh rằng IK vuông góc với tia phân giác At của góc A.

2. Cho tam giác đều ABC. Từ một điểm M trên cạnh AB vẽ hai đường thẳng song song với hai cạnh AC, BC, chúng lần lượt cắt BC, AC tại D và E. Tìm vị trí của M trên cạnh AB để độ dài đoạn DE đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 5:** (1,0 điểm)

Giả sử *x, y, z* là các số dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện *xy*2*z*2 + *x*2*z* + *y* = 3*z*2. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

---------------- Hết ---------------

*Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.*

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TRIỆU SƠN**  **Hướng dẫn chấm** | **KIỂM ĐỊNH CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8**  **Năm học 2015 - 2016**  **Môn thi: Toán**  Ngày 13 tháng 4 năm 2016  *(Hướng dẫn chấm có 04 trang, gồm 05 câu)* |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1**  (4,0đ) | a. ĐKXĐ:  Ta có:      Vậy với  ta có . | 0,5  0,5  0,5 |
| b. Ta có:  Ư(2) mà Ư(2) = .  Từ đó suy ra .  Kết hợp với ĐKXĐ được *x*. | 0,5  0,5  0,25 |
| c.  Mà *x* – 1 < *x* + 1 nên *x* – 1 < 0 và *x* + 1  0  và  Kết hợp với ĐKXĐ được  và | 0,5  0,5  0,25 |
| **2**  (5,0đ) | **1.** Ta có: | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **2.** Ta có:        Vậy tập nghiệm của phương trình là S = . | 0,5  0,25  0,25  0,5 |
| **3.** Ta có:        Vậy tập nghiệm của bất phương trình là | 0,5  0,5  0,25  0,25 |
| **3**  (4,0đ) | **1.** Ta có:      Vì x,y ,  là số nguyên lẻ và  nên  Từ đó suy ra các cặp  cần tìm là . | 0,75  0,5  0,75 |
| **2.** Ta có: an = 3n2 + 6n + 13 = 3(n + 1)2 + 10.  a. Ta thấy:  Nếu an không chia hết cho 5 thì n + 1 không chia hết cho 5 và an (mod 5).  Do đó, nếu ai, aj đều không chia hết cho 5 và ai  aj (mod 5) thì  ai + aj  2 + 3  0 (mod 5).  b. Vì n lẻ nên n + 1 chẵn.  Do đó, an  2 (mod 4). Suy ra an không thể là số chính phương.  Vậy không tồn tại số tự nhiên n để an là số chính phương. | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **4**  (6,0đ) | **1.**   |  |  | | --- | --- | | Hướng dẫn:  a. Tứ giác MINK là hình thoi.  b. Gọi G, H theo thứ tự là giao điểm của MN với AC, AB.  Ta chứng minh:    MG //At  Từ đó suy ra IK  At. |  | | 2,0  2,0 |
| **2.**   |  |  | | --- | --- | | Hướng dẫn:  M là trung điểm cạnh AB thì độ dài đoạn DE đạt giá trị nhỏ nhất. |  | | 2,0 |
| **5**  (1,0đ) | Do z > 0 nên từ *xy*2*z*2 + *x*2*z* + *y* = 3*z*2, suy ra  Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số dương, ta có:    Theo đề ra, ta có:  Đặt , ,  (a, b, c > 0), khi đó:  Do a2 2a – 1, b2 2b – 1, c2 2c – 1,  a2 + b2 2ab, b2 + c2 2bc, c2 + a2 2ca.  Suy ra: 3(a2 + b2 + c2)  2(ab + bc + ca + a + b + c) – 3  Mà ab + bc + ca + a + b + c = .  Do đó: 3(a2 + b2 + c2)  9 ⬄ a2 + b2 + c2  3  Suy ra  Dấu “=” xảy ra khi a = b = c = 1 ⬄  ⬄  Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức  khi . | 0,25  0,25  0,25  0,25 |

***Chú ý:***

1. *Thí sinh có thể làm bài bằng cách khác, nếu đúng vẫn được điểm tối đa.*
2. *Nếu thí sinh chứng minh bài hình mà không vẽ hình thì không chấm điểm bài hình.*