SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI KHẢO SÁT HSG GIỎI
NĂM HỌC 2023-2024

ĐỀ SỐ 02

MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 150 phút(Không tính thời gian giao đề)

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1. Cho $x+y=9;xy=14$ khi đó giá trị của biểu thức $P=x^2+y^2+1968$ là

A. 2023. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2133.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $A=x(x+2)(x^2+2x+2)+1=0$ ta được kết quả là:

A. $A=(x+1)^4$. **B.** $A=(x+1)^2$. **C.** $A=(x-1)^4$. **D.** $A=(x-1)^2$.

Câu 3: Tổng tất cả các số tự nhiên n để đơn thức $7x^ny^5z^2$ chia hết cho đơn thức $-9x^3y^n$ là

A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 4: Cho đa thức $f(x)=x^4-3x^3+3x^2+ax+b$ và đa thức $g(x)=x^2-3x+2$. Biết $f(x)$ chia hết cho $g(x)$. Khi đó $a+b$ bằng

A. -1 **B.** -5 **C.** 1 **D.** 9

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=(y+1)^2+(x-2)^2+2022$ là

A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2026. **D.** 2027.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^2+2y^2+2xy+2x-4y+2013$ là

A. $A=2022$ **B.** $A=2025$ **C.** $A=2003$ **D.** $A=2019$

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn $(2^x-8)^3+(4^x+13)^3=(4^x+2^x+5)^3$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 8: Tìm giá trị của a,b để đa thức $x^4-5x^3+ax^2-5x+b$ chia hết cho đa thức x^2-5x+6.

A. $a=-7;b=6$. **B.** $a=7;b=-6$.

C. $a=7;b=6$. **D.** $a=-7;b=-6$.

Câu 9: Số dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x)$ biết $f(x)=(x+2)(x+4)(x+8)(x+6)+2038$ và $g(x)=x^2+10x+20$ là

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2024.

Câu 10: Cho hình thoi $ABCD$ có độ dài mỗi cạnh là $13\,cm$. Biết góc $BAC=60^0$. Tính diện tích hình thoi.

A. $\frac{169\sqrt{3}}{2}cm^2$. **B.** $\frac{169\sqrt{3}}{4}cm^2$. **C.** $169\sqrt{3}cm^2$. **D.** $\frac{169\sqrt{3}}{8}cm^2$.

Câu 11: Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ biết $AD=6cm, AB=10cm$ và $\widehat{BAD}=150°$.

A. $30cm^2$. **B.** $40cm^2$. **C.** $50cm^2$. **D.** $60cm^2$.

Câu 12: Một học sinh có 15 cuốn sách khác nhau gồm 4 sách Toán, 5 sách Văn và 6 sách Tiếng Anh. Bạn chọn ngẫu nhiên 2 quyển sách.

Xác suất của biến cố: " Chọn ra 2 quyển khác loại trong đó có 1 quyển Toán" là

A. $\frac{6}{15}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{44}{105}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu I. (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

b) Cho a,b thỏa mãn $a^3+2a+12=8b^3-12ab+4b$. Tính giá trị biểu thức : $A=(a-2b)^{2022}+2023a-4046b-2^{2022}$.

Câu II. (3 điểm)

a) Cho đa thức: $f(x)=x^2+ax+b$ thỏa mãn $f(-1)=2$ và $f(1)=12$. Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$.

b) Tìm tất cả các cặp giá trị (x,y) thỏa mãn đồng thời cả hai đẳng thức sau:

$x^2-3xy+2y^2=0$ và $\frac{1}{|x-2y|}+|x+2y|=4$

Câu III. (2 điểm)

a) Tìm x,y nguyên biết: $2x^2+2xy-3x-y=5$

b) Tìm số tự nhiên n để $n^2+n+200$ là số chính phương.

Câu IV. (6 điểm)

Cho tam giác ABC. Gọi I là một điểm di chuyển trên cạnh BC. Qua I, kẻ đường thẳng song song với cạnh AC cắt cạnh AB tại M. Qua I, kẻ đường thẳng song song với cạnh AB cắt cạnh AC tại N. Gọi O là trung điểm của AI.

1. Chứng minh rằng ba điểm M,O,N thẳng hàng.
2. Kẻ MH, NK, AD vuông góc với BC lần lượt tại H,K,D. Chứng minh rằng $MH+NK=AD$.

3. Tìm vị trí của điểm I để MN song song với BC.

Câu IV. (1 điểm) Cho x , y là các số dương thỏa mãn: $x^3 + y^3 = x^5 + y^5$. Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 \pounds 1 + xy$

…… **HẾT** ……

Họ tên học sinh: .....; Số báo danh: .....

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.A	5.A	6.C	7.C	8.C	9.B	10.A
11.A	12.C								

Câu 1: Cho $x+y=9; xy=14$ khi đó giá trị của biểu thức $P=x^2+y^2+1968$ là

A. 2023. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2133.

Giải

Ta có: $x+y=9 \Rightarrow x^2+2xy+y^2=81 \Rightarrow x^2+y^2=81-2xy=81-2.14=53$

$\Rightarrow P=x^2+y^2+1968=53+1968=2021$

Đáp án cần chọn là. **B.**

Câu 2: Rút gọn biểu thức $A=x(x+2)(x^2+2x+2)+1=0$ ta được kết quả là:

A. $A=(x+1)^4$. **B.** $A=(x+1)^2$. **C.** $A=(x-1)^4$. **D.** $A=(x-1)^2$.

Giải

Ta có: $x(x+2)(x^2+2x+2)+1$

$=(x^2+2x)(x^2+2x+2)+1=(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)+1=(x^2+2x+1)^2=(x+1)^4$

Vậy $A=(x+1)^4$.

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 3: Tổng tất cả các số tự nhiên n để đơn thức $7x^ny^5z^2$ chia hết cho đơn thức $-9x^3y^n$ là

A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 12.

Giải

$7x^ny^5z^2$ chia hết cho đơn thức $-9x^3y^n$ khi: $\begin{cases} n \geq 3 \\ 5 \geq n \end{cases} \Rightarrow 3 \leq n \leq 5 \Rightarrow n \in \{3;4;5\}$.

Đáp án cần chọn là. **D.**

Câu 4: Cho đa thức $f(x)=x^4-3x^3+3x^2+ax+b$ và đa thức $g(x)=x^2-3x+2$. Biết $f(x)$ chia hết cho $g(x)$. Khi đó $a+b$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 1. **D.** 9.

Giải

Ta có: $x^4-3x^3+3x^2+ax+b=(x^2-3x+2)(x^2+1)+(a+3)x+b-2$

Để đa thức $f(x)$ chia hết cho $g(x)$ thì $(a+3)x+b-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+3=0 \\ b-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=2 \end{cases}$

Vậy $a+b=-3+2=-1$

Đáp án cần chọn là. A.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=(y+1)^2+(x-2)^2+2022$ là

A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2026. **D.** 2027.

Giải

$Q=(y+1)^2+(x-2)^2+2022 \geq 2022$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là 2022 khi $x=2, y=-1$

Đáp án cần chọn là. A.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^2+2y^2+2xy+2x-4y+2013$ là

A. $A=2022$ **B.** $A=2025$ **C.** $A=2003$ **D.** $A=2019$

Giải

$A=x^2+2y^2+2xy+2x-4y+2013$

Ta có:

$=(x^2+y^2+1+2xy+2x+2y)+(y^2-6y+9)+2003$

$=(x+y+1)^2+(x-3)^2+2003$

Vì $(x+y+1)^2 \geq 0; (x-3)^2 \geq 0 \forall x,y$ nên $A \geq 2003$

Đáp án cần chọn là. C.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn $(2^x-8)^3+(4^x+13)^3=(4^x+2^x+5)^3$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Giải

$(2^x-8)^3+(4^x+13)^3=(4^x+2^x+5)^3$

Ta có :

$\Leftrightarrow (2^x-8+4^x+13)^3-3(2^x-8)(4^x+13)\left[(2^x-8)+(4^x+13)\right]=(4^x+2^x+5)^3$

$\Leftrightarrow (4^x+2^x+5)^3-3(2^x-8)(4^x+13)(4^x+2^x+5)=(4^x+2^x+5)^3$

$\Leftrightarrow (2^x-8)(4^x+13)(4^x+2^x+5)=0$

Vì $\begin{cases} 4^x+13=(2^x)^2+13 \geq 13 \\ 4^x+2^x+5=\left(2^x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{19}{4} \geq \frac{19}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4^x+13 \neq 0 \\ 4^x+2^x+5 \neq 0 \end{cases}$

Do đó $2^x-8=0 \Leftrightarrow 2^x=8=2^3 \Leftrightarrow x=3$

Vậy có một giá trị của x thoả mãn đề bài.

Đáp án cần chọn là. **C.**

Câu 8: Tìm giá trị của a,b để đa thức $x^4-5x^3+ax^2-5x+b$ chia hết cho đa thức $x^2-5x+6.$

A. $a=-7;b=6$. **B.** $a=7;b=-6$.

C. $a=7;b=6$. **D.** $a=-7;b=-6$.

Giải

Ta có: $(x^4-5x^3+ax^2-5x+b)=(x^2-5x+6)(x^2+a-6)+(5a-35)x+b-6a+36$.

Để $x^4-5x^3+ax^2-5x+b$ chia hết cho đa thức x^2-5x+6 thì

$(5a-35)x+b-6a+36=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases}5a-35=0\\ b-6a+36=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=7\\ b=6\end{cases}.$

Vậy $a=7;b=6$ thì $x^4-5x^3+ax^2-5x+b$ chia hết cho đa thức x^2-5x+6.

Đáp án cần chọn là. **C.**

Câu 9: Số dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x)$ biết $f(x)=(x+2)(x+4)(x+8)(x+6)+2038$ và $g(x)=x^2+10x+20$ là

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2024.

Giải

Ta có: $f(x)=[(x+2)(x+8)][(x+4)(x+6)]+2038=\left(x^2+10x+16\right)\left(x^2+10x+24\right)+2038$

$\Rightarrow f(x)=\left(g(x)-4\right)\left(g(x)+4\right)+2038=\left[g(x)\right]^2-16+2038=\left[g(x)\right]^2+2022$

Đáp án cần chọn là. **B.**

Câu 10: Cho hình thoi $ABCD$ có độ dài mỗi cạnh là $13\,cm$. Biết góc $\widehat{BAC}=60^0$. Tính diện tích hình thoi.

A. $\frac{169\sqrt{3}}{2}cm^2$. **B.** $\frac{169\sqrt{3}}{4}cm^2$. **C.** $169\sqrt{3}cm^2$. **D.** $\frac{169\sqrt{3}}{8}cm^2$.

Giải

Ta có: $ABCD$ là hình thoi và $\widehat{BAC}=60^0\Rightarrow \Delta ABD$ đều

$\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{13\sqrt{3}}{2}cm \Rightarrow S_{ABD}=\frac{1}{2}\times\frac{13\sqrt{3}}{2}\times 3=\frac{169\sqrt{3}}{4}\,cm^2$

$\Rightarrow S_{ABCD}=2S_{ABD}=2\times\frac{169\sqrt{3}}{4}=\frac{169\sqrt{3}}{2}cm^2$

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 11: Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ biết $AD=6cm, AB=10cm$ và $\widehat{BAD}=150^\circ$.

A. $30cm^2$. **B.** $40cm^2$. **C.** $50cm^2$. **D.** $60cm^2$.

Giải

Theo giả thiết $ABCD$ là hình bình hành nên AB // CD.

Do đó, ta có: $\widehat{A}+\widehat{D}=180^\circ \Rightarrow \widehat{D}=30^\circ$ (hai góc trong cùng phía)

Kẻ $AH \perp CD (H \in CD)$, suy ra ΔAHD là tam giác vuông tại H.

Trong ΔAHD vuông tại H có $\widehat{D}=30^\circ$ nên cạnh AH đối diện với góc D có độ dài bằng nửa cạnh huyền.

Tức là $AH=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times 6=3(cm)$

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S_{ABCD}=AH.CD=3.10=30(cm^2)$.

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 12: Một học sinh có 15 cuốn sách khác nhau gồm 4 sách Toán, 5 sách Văn và 6 sách Tiếng Anh. Bạn chọn ngẫu nhiên 2 quyển sách.

Xác suất của biến cố: " Chọn ra 2 quyển khác loại trong đó có 1 quyển Toán" là

A. $\frac{6}{15}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{44}{105}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Giải

+) Cuốn thứ nhất chọn 1 trong số 15 cuốn sách có 15 cách.

Cuốn thứ hai chọn 1 trong 14 cuốn còn lại có 14 cách.

Cứ một cuốn thứ nhất có 14 cách chọn cuốn thứ 2.

Số cách chọn 2 cuốn sách là $15.14:2=105$ cách. (Cứ mỗi cặp bị lặp lại 2 lần)

+) Cuốn thứ nhất chọn 1 trong 4 sách toán có 4 cách.

Cuốn thứ hai chọn 1 trong 11 cuốn không phải sách toán có 11 cách.

Số cách chọn ra 2 quyển khác loại trong đó có 1 quyển Toán là $4.11=44$ cách.

Xác suất của biến cố: " Chọn ra 2 quyển khác loại trong đó có 1 quyển Toán" là $\frac{44}{105}$

Đáp án cần chọn là. **C.**

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu I. (2 điểm) a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$ b) Cho a,b thỏa mãn $a^3+2a+12=8b^3-12ab+4b$. Tính giá trị biểu thức : $A=(a-2b)^{2022}+2023a-4046b-2^{2022}$.		
	a)	

$ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)=ab[(a-c)-(b-c)]+bc(b-c)+ca(c-a)$

$=ab(a-c)-ab(b-c)+bc(b-c)+ca(c-a)=b(b-c)(c-a)-a(c-a)(b-c)$

$=(b-c)(c-a)(b-a)$

$x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

b) Ta có

Áp dụng đẳng thức trên ta có :

$a^3+2a+12=8b^3-12ab+4b \Leftrightarrow a^3-8b^3+8+12ab+2a-4b+4=0$

$\Leftrightarrow a^3+(-2b)^3+2^3-3.a.(-2b).2+2a-4b+4=0$

$\Leftrightarrow (a-2b+2)(a^2+4b^2+4+2ab-2a+4b)+2(a-2b+2)=0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a-2b+2)\left[(a+2b)^2+(a-2)^2+(2b+2)^2+4\right]=0$

$\Leftrightarrow (a-2b+2)(a^2+4b^2+4+2ab-2a+4b+2)=0$

$\Leftrightarrow a-2b+2=0 \Leftrightarrow a-2b=-2$ (Vì $(a+2b)^2+(a-2)^2+(2b+2)^2+4>0$ với mọi a,b)

$A=(a-2b)^{2022}+2023a-4046b-2^{2022}$

Khi đó ta có:

$=(a-2b)^{2022}+2023(a-2b)-2^{2022}$

$=(-2)^{2022}+2023.(-2)-2^{2022}=-4046$.

Vậy $A=-4046$.

Câu II. (3 điểm)

a) Cho đa thức: $f(x)=x^2+ax+b$ thỏa mãn $f(-1)=2$ và $f(1)=12$. Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$.

b) Tìm tất cả các cặp giá trị (x,y) thỏa mãn đồng thời cả hai đẳng thức sau:

$x^2-3xy+2y^2=0$ và $\frac{1}{|x-2y|}+|x+2y|=4$

$f(x)=x^2+ax+b$

a) Ta có:

$f(-1)=(-1)^2+a.(-1)+b=1-a+b=2 \Rightarrow b-a=1 \Rightarrow b=a+1$

$f(1)=1^2+a.1+b=b+a+1=12 \Rightarrow b+a=11$ (*)

	Thay $b=a+1$ vào (*) ta được $a+1+a=11\Rightarrow 2a=10\Rightarrow a=5$ $\Rightarrow b=a+1=5+1=6$ Khi đó: $f(x)=x^2+ax+b=x^2+5x+6$ là đa thức cần tìm. + Xét $f(x)=0\Rightarrow x^2+5x+6=0$ $\Rightarrow x^2+3x+2x+6=0\Rightarrow x(x+3)+2(x+3)=0$ $\Rightarrow (x+3)(x+2)=0\Rightarrow x+3=0$ hoặc $x+2=0$ Với $x+3=0\Rightarrow x=-3$ Với $x+2=0\Rightarrow x=-2$ Vậy nghiệm của đa thức $f(x)$ là $x=-3;x=-2$	
	Điều kiện xác định: $x-2y\neq 0$ $x^2-3xy+2y^2=0\Leftrightarrow (x-y)(x-2y)=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x-y=0\\x-2y=0\end{array}\right.$ Từ $x-2y\neq 0\Rightarrow x-y=0$ mà $x-y=0\Leftrightarrow x=y$ Xét thay vào (2) được $\frac{1}{|x|}+|3x|=4\Leftrightarrow 3(|x|)^2-4|x|+1=0\Leftrightarrow (3|x|-1)(|x|-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3|x|-1=0\\|x|-1=0\end{array}\right.$ $|x|-1=0\Leftrightarrow |x|=1\Leftrightarrow x=\pm 1\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=y=1\\x=y=-1\end{array}\right.$ Trường hợp 2: Vậy: $(x,y)\in\left\{\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right),\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right),(1;1),(-1;-1)\right\}$	
Câu III. (2 điểm) a) Tìm x,y nguyên biết: $2x^2+2xy-3x-y=5$ b) Tìm số tự nhiên n để $n^2+n+200$ là số chính phương.		
	a) Ta có $2x^2+2xy-3x-y=5$ $\Leftrightarrow 2x^2-x+2xy-y-2x+1=6$ $\Leftrightarrow (2x-1)(x+y-1)=6$	

Vì x, y nguyên nên $2x-1$ là ước lẻ của 6. Xảy ra các TH sau:

TH1: $\begin{cases}2x-1=1\\x+y-1=6\end{cases}$. Giải được $(x=1;y=6)$

TH2: $\begin{cases}2x-1=-1\\x+y-1=-6\end{cases}$. Giải được $(x=0;y=-5)$

TH3: $\begin{cases}2x-1=3\\x+y-1=2\end{cases}$. Giải được $(x=2;y=1)$

TH4: $\begin{cases}2x-1=-3\\x+y-1=-2\end{cases}$. Giải được $(x=-1;y=0)$

Vậy các cặp nghiệm nguyên x, y cần tìm $(1;6);(0;-5);(2;1);(-1;0)$

b) Đặt $n^2+n+200=a^2$, với $a \in \mathbb{N}$, ta có:

$4n^2+4n+800=4a^2 \Leftrightarrow (2a)^2-(2n+1)^2=799 \Leftrightarrow (2a-2n-1)(2a+2n+1)=$

.

Do $n, a \in \mathbb{N}$ nên $\begin{cases}2a+2n+1 \in \mathbb{N}, 2a-2n-1 \in \mathbb{N}\\2a+2n+1>2a-2n-1\end{cases}$.

Ta phân tích $799=799.1=47.17$.

Do đó ta chia thành hai trường hợp

TH1: $\begin{cases}2a+2n+1=799\\2a-2n-1=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=200\\n=199\end{cases}$ (nhận).

TH2: $\begin{cases}2a+2n+1=47\\2a-2n-1=17\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\frac{33}{2}\\n=\frac{15}{2}\end{cases}$ (loại).

Vậy với $n=199$ thì $n^2+n+200$ là số chính phương

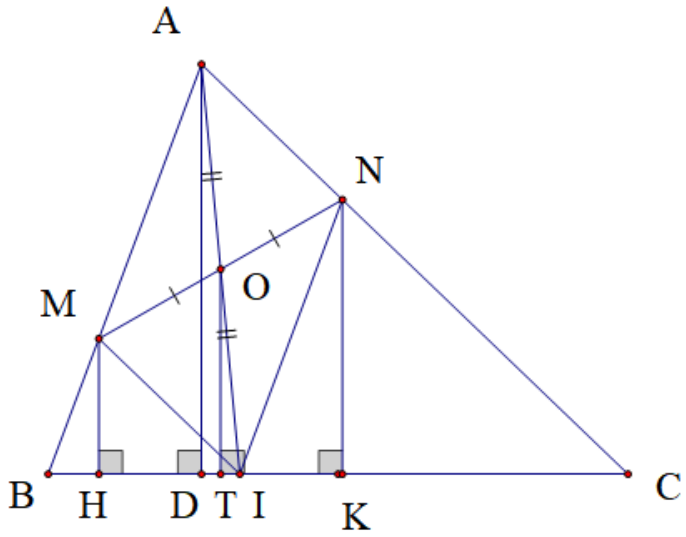
Câu IV. (6 điểm)

Cho tam giác ABC. Gọi I là một điểm di chuyển trên cạnh BC. Qua I, kẻ đường thẳng song song với cạnh AC cắt cạnh AB tại M. Qua I, kẻ đường thẳng song song với cạnh AB cắt cạnh AC tại N. Gọi O là trung điểm của AI.

1) Chứng minh rằng 3 điểm M, O, N thẳng hàng.

2) Kẻ MH, NK, AD vuông góc với BC lần lượt tại H, K, D. Chứng minh rằng $MH+NK=AD$.

3) Tìm vị trí của điểm I để MN song song với BC.



1) Chứng minh rằng 3 điểm M,O,N thẳng hàng.

Xét tứ giác $AMIN$, ta có: $AM//NI$ (gt); $AN//MI$ (gt)

$\Rightarrow$ $AMIN$ là hình bình hành

Mà O là trung điểm ; nên O là trung điểm MN.

Vậy M,O,N thẳng hàng.

2) Kẻ MH,NK,AD vuông góc với BC lần lượt tại H,K,D. Chứng minh rằng $MH+NK=AD$.

Kẻ $OT \perp BC$ tại T.

Ta có:

OT là đường trung bình tam giác ADI (do đi qua 1 trung điểm và song song với 1 cạnh tam giác)

$\Rightarrow OT=\frac{1}{2}AD$ (1)

Xét tứ giác $MHKN$ ta có:

$MH//KN$ (do cùng vuông góc với BC) $\Rightarrow$ $MHKN$ là hình thang

Mà $OT//MH//KN$ (do cùng vuông góc BC)

$\Rightarrow$ OT là đường trung bình hình thang $MHKN$.

$\Rightarrow OT=\frac{MH+KN}{2}$ (2)

	Từ $(1);(2) \Rightarrow AD = MH + KN$.	
	3) Tìm vị trí của điểm I để MN song song với BC. Ta chứng minh bổ đề: Cho ΔABC có $MN//BC$, chứng minh $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ $\frac{S_{ACM}}{S_{ABC}} = \frac{AM}{AB}(1)$; $\frac{S_{ABN}}{S_{ABC}} = \frac{AN}{AC}(2)$ $S_{ACM} = S_{AMN} + S_{CMN}(3)$; $S_{ABN} = S_{AMN} + S_{BMN}(4)$ Kết hợp với $MNCB$ là hình thang nên ta có đpcm. Áp dụng bổ đề, ta có: $\frac{AM}{AB} = \frac{CI}{CB} = \frac{AN}{AC} = \frac{BI}{BC}$ (cho các cặp MN, MI, NI) $\Rightarrow BI = CI$ Hay I là trung điểm BC. Vậy để MN song song với BC thì I là trung điểm BC.	
Câu IV. (1 điểm) Cho x , y là các số dương thỏa mãn: $x^3 + y^3 = x^5 + y^5$. Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 \le 1 + xy$		
	Với x, y là các số dương, ta có: $2x^3 + 2y^3 = x^3 + x^5 + y^3 + y^5 \ge 2x^4 + 2y^4$ $\Rightarrow x^3 + y^3 \ge x^4 + y^4$ $\Rightarrow x^2 + y^2 + x^3 + y^3 \ge x^4 + x^2 + y^4 + y^2 \ge 2x^3 + 2y^3$ $\Rightarrow x^2 + y^2 \ge x^3 + y^3 \Rightarrow x + y + x^2 + y^2 \ge x + x^3 + y + y^3 \ge 2x^2 + 2y^2$ $\Rightarrow x + y \ge x^2 + y^2$ $\Rightarrow x + y \ge x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ $\Rightarrow x^2 - xy + y^2 \le 1 \Rightarrow x^2 + y^2 \le 1 + xy$ Dấu "=" xảy ra khi $x = y = 1$.	

---------- **Hết** ----------

<u>Chú ý</u>:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.

- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com