

DẠNG 1**Xác định các yếu tố cơ bản, biểu diễn hình học số phức****1. Phần thực, phần ảo của số phức, số phức liên hợp**

- Số phức có dạng $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$). **Phần thực** của z là a , **phần ảo** của z là b và i được gọi là **đơn vị ảo**.
- Số phức **liên hợp** của z là $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$.

$$\oplus z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

$\oplus$ Tổng và tích của z và $\bar{z}$ luôn là một số thực.

$$\oplus \overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2.$$

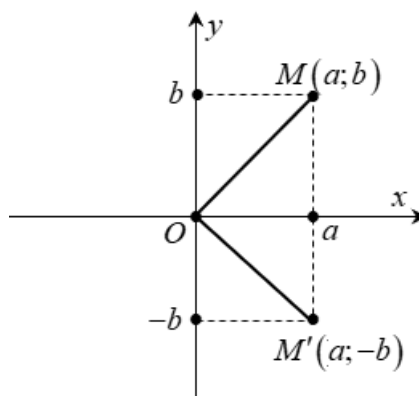
$$\oplus \overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2.$$

$$\oplus \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}.$$

- Lưu ý:** $i^{4n} = 1; i^{4n+1} = i; i^{4n+2} = -1; i^{4n+3} = -i$; với $n \in \mathbb{N}$.

2. Hai số phức bằng nhau

- Cho hai số phức $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$ ($a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R}$). Khi đó: $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$

3. Biểu diễn hình học của số phức, môđun của số phức**• Biểu diễn hình học của số phức.**

- Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng tọa độ.
- z và $\bar{z}$ được biểu diễn bởi hai điểm đối xứng nhau qua trục Ox .

• Môđun của số phức.

- Môđun của số phức z là $|z| = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- Ta có: $|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$; $|z| = |\bar{z}|$.

I. PHẦN ĐỀ BÀI

- Câu 1:** Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$.
A. 2. **B.** -2 . **C.** -1 . **D.** 1.
- Câu 2:** Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(3 - 2i)(x - yi) - 4(1 - i) = (2 + i)(x + yi)$
A. $x = 3, y = -1$. **B.** $x = -3, y = -1$. **C.** $x = -1, y = 3$. **D.** $x = 3, y = 1$.
- Câu 3:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 - 3i$. Tính mô-đun của số phức $w = z_1^2 - z_2$.
A. $|w| = 7$. **B.** $|w| = 5$. **C.** $|w| = \sqrt{19}$. **D.** $|w| = \sqrt{53}$.
- Câu 4:** Cho số phức z thỏa mãn $2z = i(\bar{z} + 3)$. Tính $|z|$.
A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = \frac{3\sqrt{5}}{2}$. **C.** $|z| = \sqrt{5}$. **D.** $|z| = \sqrt{10}$.
- Câu 5:** Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là
A. $(2; -2)$. **B.** $(-2; -2)$. **C.** $(2; 2)$. **D.** $(-2; 2)$.
- Câu 6:** Tìm mô-đun của số phức z , biết $z - (2 + 3i)\bar{z} = -17 + 9i$.
A. $|z| = \sqrt{26}$. **B.** $|z| = \sqrt{17}$. **C.** $|z| = \sqrt{29}$. **D.** $|z| = \sqrt{5}$.
- Câu 7:** Tìm tất cả các số thực x, y để hai số phức $z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi^5$, $z_2 = 8y^2 + 20i^{11}$ là hai số phức liên hợp của nhau.
A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = \pm 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2 \\ y = \pm 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$.
- Câu 8:** Biết số phức z thỏa mãn $\begin{cases} \left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases}$. Số phức $\bar{z}$ bằng:
A. $\bar{z} = 1 + i$. **B.** $\bar{z} = 1 - i$. **C.** $\bar{z} = -1 - i$. **D.** $\bar{z} = -1 + i$.
- Câu 9:** Tính mô-đun của số phức z , biết: $(1 - 2i)z + 2 - i = -12i$.
A. 5. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.
- Câu 10:** Nếu $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có số phức nghịch đảo $z^{-1} = \frac{a - bi}{4}$ thì
A. $a^2 + b^2 = 2$. **B.** $a^2 + b^2 = 4$. **C.** $a^2 + b^2 = 8$. **D.** $a^2 + b^2 = 16$.
- Câu 11:** Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $z - 3 + i = |z|i$. Giá trị của $a + b$ bằng
A. -1 . **B.** 7. **C.** 5. **D.** 12.
- Câu 12:** Cho i là đơn vị ảo. Nghiệm của phương trình $3z + i - 1 = \frac{i + 2}{i - 2}$ là
A. $\frac{2}{15} - \frac{3}{5}i$. **B.** $\frac{2}{15} + \frac{3}{5}i$. **C.** $-\frac{2}{15} - \frac{2}{5}i$. **D.** $-\frac{2}{15} + \frac{3}{5}i$.

Câu 13: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 - 2018z = 2019|z|^2$?

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 14: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 - 2018z = 2019|z|^2$?

- A. Vô số. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 15: Cho hai số phức $z = 3 - 4i$ và $z' = (2 + m) + mi$ ($m \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z'| = |iz|$. Tổng tất cả các giá trị của m bằng

- A. -1. B. $\frac{\sqrt{46}}{2}$. C. 0. D. -2.

Câu 16: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $|z| = 1$ và $|z^2 + 4| = 2\sqrt{3}$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2i\bar{z} = 3 + 3i$. Tính giá trị biểu thức:
 $P = (a + i)^{2019} + (b - i)^{2019}$.

- A. -2^{1010} . B. -2^{1009} . C. -2^{1011} . D. -2^{1008} .

Câu 18: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + i + 1| = |\bar{z} - 2i|$ và $|z| = 1$

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 19: Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + 2yi) + (3 - i) = 4x - 3i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = 3; y = -1$. B. $x = \frac{2}{3}; y = -1$. C. $x = 3; y = -3$. D. $x = -3; y = -1$.

Câu 20: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^2 + 2|z| = 0$.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 21: Với mọi số thuần ảo z , số $z^2 + |z|^2$ là

- A. số thực dương. B. số thực âm. C. số 0. D. số thuần ảo khác 0.

Câu 22: Cho số phức $z = 10 - 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ là:

- A. Phần thực bằng -10 và phần ảo bằng $-2i$. B. Phần thực bằng -10 và phần ảo bằng -2.
 C. Phần thực bằng 10 và phần ảo bằng 2. D. Phần thực bằng 10 và phần ảo bằng $2i$.

Câu 23: Cho số phức $z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i}$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng Oxy.

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 4)$. C. $(-1; -4)$. D. $(1; -4)$.

Câu 24: Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính mô-đun của số phức $\omega = 1 - z + z^2$ bằng

- A. $|\omega| = \sqrt{37}$. B. $|\omega| = \sqrt{457}$. C. $|\omega| = \sqrt{425}$. D. $|\omega| = \sqrt{445}$.

Câu 25: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2|z| + \sqrt{3}iz = 4 - z$. Tính $S = ab$.

A. $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $S = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $S = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $S = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 26: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z\bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 + 10i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 7$.

B. $S = 17$.

C. $S = -17$.

D. $S = 5$.

Câu 27: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z + \bar{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 28: Cho hai số phức z và w khác 0 thỏa mãn $|z + 3w| = 5|w|$ và $|z - 2wi| = |z - 2w - 2wi|$. Phần thực của số phức $\frac{z}{w}$ bằng

A. 1.

B. -3.

C. -1.

D. 3.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $2|z + 1|^2 = |z - i|^2$. Tính môđun của số phức $z + 2 + i$.

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 30: Số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ là nghiệm của phương trình $\frac{(|z| - 1)(1 + iz)}{z - \frac{1}{z}} = i$. Tổng $T = a^2 + b^2$

bằng

A. 4.

B. $4 - 2\sqrt{3}$.

C. $3 + 2\sqrt{2}$.

D. 3.

Câu 31: Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho tồn tại 2 số phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời các phương trình $|z - 1| = |z - i|$ và $|z + 2m| = m + 1$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 32: Gọi S là tập hợp tất cả các số m sao cho tồn tại đúng một số phức z thỏa mãn đồng thời các phương trình $|z + 2 + i| = |z + 1|$ và $\sqrt{2}|z - 3 + 2i| = m^2 - 5m + 9$. Tích tất cả các phần tử của S là

A. 6.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Câu 33: Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho tồn tại 2 số phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời các phương trình $|(3 + 4i)z + 25| = 20$ và $|z + m + 2i| = 5$. Số các phần tử của S là

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Câu 34: Trên mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + (2 - 3i)| = 2$ là đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$.

Câu 35: Tìm số phức z biết rằng điểm biểu diễn của z nằm trên đường tròn có tâm O , bán kính bằng 5 và nằm trên đường thẳng $d: x - 2y + 5 = 0$.

A. $z = 3 - 4i$.

B. $z = 3 + 4i$.

C. $z = 4 + 3i$.

D. $z = 4 - 3i$.

Câu 36: Cho số thực x, y thỏa mãn $(2x + yi) + (3 - 2i)(x + y) = 1$, với i là đơn vị ảo là

A. $x = 1, y = -2$.

B. $x = 2, y = -1$.

C. $x = -1, y = 2$.

D. $x = -2, y = 1$.

Câu 37: Cho số phức $z = m + 3 + (m^2 - m - 6)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi (P) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục hoành bằng

- A. $\frac{125}{6}$. B. $\frac{17}{6}$. C. 1. D. $\frac{55}{6}$.

Câu 38: Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1+i\sqrt{8})z+i$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là

- A. 9. B. 36. C. 6. D. 3.

Câu 39: Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z-1+2i|=5$ và $|z_1-z_2|=8$. Tìm mô đun của số phức $w = z_1 + z_2 - 2 + 4i$.

- A. $|w|=6$. B. $|w|=10$. C. $|w|=16$. D. $|w|=13$.

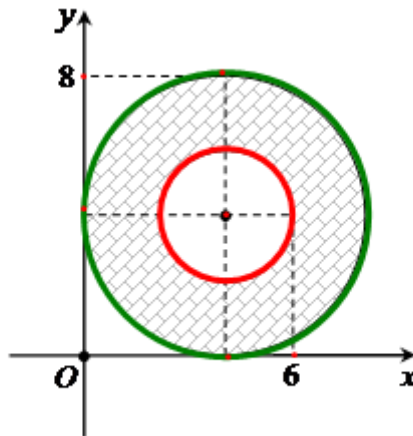
Câu 40: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| \leq 1$ và $z - \bar{z}$ có phần ảo không âm. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một miền phẳng. Tính diện tích S của miền phẳng này

- A. $S = \pi$. B. $S = 2\pi$. C. $S = \frac{1}{2}\pi$. D. $S = 1$.

Câu 41: Cho số phức $z = m + (m^3 - m)i$, với m là tham số thực thay đổi. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường cong (C) . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 42: Phần gạch trong hình vẽ dưới là hình biểu diễn của tập các số phức thỏa mãn điều kiện nào sau đây?



- A. $6 \leq |z| \leq 8$. B. $2 \leq |z+4+4i| \leq 4$. C. $2 \leq |z-4-4i| \leq 4$. D. $4 \leq |z-4-4i| \leq 16$.

Câu 43: Xét số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z+i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là một đường tròn, tâm I của đường tròn có tọa độ là

- A. $I\left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $I\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. C. $I(2; 1)$. D. $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

- Câu 44:** Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 5i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Tìm môđun của số phức $\omega = z_1 + z_2 - 6 + 10i$.
- A. $|\omega| = 10$. B. $|\omega| = 32$. C. $|\omega| = 16$. D. $|\omega| = 8$.
- Câu 45:** Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + i)z + 2019 - 2019i$ là một đường tròn, bán kính đường tròn là
- A. 2. B. 1. C. $2019\sqrt{2}$. D. 4.
- Câu 46:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy gọi hình (H) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |z + 2 - i| \leq 2 \\ x + y + 1 \geq 0 \end{cases}$. Tính diện tích (S) của hình phẳng (H)
- A. $S = 4\pi$. B. $S = \frac{1}{4}\pi$. C. $S = \frac{1}{2}\pi$. D. $S = 2\pi$.
- Câu 47:** Cho số phức z thỏa mãn: $|z + 2 - i| = 3$. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) biểu diễn số phức $\omega = 1 + \bar{z}$ là
- A. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$ bán kính $R = 3$.
 B. Đường tròn tâm $I(2; -1)$ bán kính $R = 3$.
 C. Đường tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 9$.
 D. Đường tròn tâm $I(-1; -1)$ bán kính $R = 3$.
- Câu 48:** Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 5 - 3i| = 5$ đồng thời $|z_1 - z_2| = 8$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình
- A. $(x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 36$. B. $(x - 10)^2 + (y - 6)^2 = 16$.
 C. $(x - \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = 9$. D. $(x - \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn A

Ta có $z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i$.

Vậy $\bar{z}$ có phần ảo $b = 2$.

Câu 2: Chọn A

Có:

$$(3 - 2i)(x - yi) - 4(1 - i) = (2 + i)(x + yi) \Leftrightarrow 3x - 2y - 4 + (-2x - 3y + 4)i = 2x - y + (x + 2y)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y - 4 = 2x - y \\ -2x - 3y + 4 = x + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ -3x - 5y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy khẳng định đúng là A}$$

Câu 3: Chọn D

Ta có: $w = z_1^2 - z_2 = (2 + i)^2 - (1 - 3i) = 2 + 7i$.

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{2^2 + 7^2} = \sqrt{53}.$$

Câu 4: Chọn C

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z} = a - bi$. Thay vào đẳng thức $2z = i(\bar{z} + 3)$ ta có:

$$2(a + bi) = i(a - bi + 3) \Leftrightarrow 2a + 2bi = b + (a + 3)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = b \\ 2b = a + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $z = 1 + 2i$, suy ra $|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 5: Chọn A

Gọi số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Theo bài ra ta có

$$(x + yi) + 2(x - yi) = 6 + 2i \Leftrightarrow 3x - yi = 6 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là $(2; -2)$.

Câu 6: Chọn C

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Ta có } z - (2 + 3i)\bar{z} = -17 + 9i \Leftrightarrow (a + bi) - (2 + 3i)(a - bi) = -17 + 9i$$

$$\Leftrightarrow a + bi - 2a + 2bi - 3ai - 3b = -17 + 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = -17 \\ -3a + 3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$$

Suy ra $z = 2 + 5i$. Do đó $|z| = \sqrt{29}$.

Câu 7: Chọn C

$$\text{Ta có: } z_1 = \bar{z}_2 \Leftrightarrow 9y^2 - 4 - 10xi^5 = 8y^2 - 20i^{11} \Leftrightarrow 9y^2 - 4 - 10xi = 8y^2 + 20i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9y^2 - 4 = 8y^2 \\ -10x = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = \pm 2 \end{cases}. \text{ Vậy: } \begin{cases} x = -2 \\ y = \pm 2 \end{cases}.$$

Câu 8: Chọn B

Giả sử $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$.

Ta

có:

$$\begin{cases} \left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ |z-3i| = |z+i| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \\ a^2 + (b-3)^2 = a^2 + (b+1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 2b = 0 \\ 8b - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = 1$$

Do đó $z = 1 + i \Rightarrow \bar{z} = 1 - i$ **Câu 9: Chọn A**

Ta có: $(1-2i)z + 2 - i = -12i \Leftrightarrow z = \frac{-2-11i}{1-2i} = \frac{(-2-11i)(1+2i)}{1^2 + (-2)^2} = 4 - 3i$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 10: Chọn B

Ta có: $z^{-1} = \frac{a-bi}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{z} = \frac{a-bi}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{4} \Leftrightarrow (a+bi)(a-bi) = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4.$

Câu 11: Chọn B

Ta có: $z - 3 + i = |z|i \Leftrightarrow a + bi - 3 + i = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot i \Leftrightarrow a - 3 + (b+1)i = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 3 = 0 \\ b + 1 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } a + b = 3 + 4 = 7.$$

Câu 12: Chọn A

Ta có: $3z + i - 1 = \frac{i+2}{i-2} \Leftrightarrow 3z + i - 1 = \frac{(i+2)(-i-2)}{5}$

$$\Leftrightarrow 3z = \frac{-3-4i}{5} - i + 1 \Leftrightarrow 3z = \frac{2-9i}{5} \Leftrightarrow z = \frac{2}{15} - \frac{3}{5}i.$$

Câu 13: Chọn BĐặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có $z^2 - 2018z = 2019|z|^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 - 2018a = 2019(a^2 + b^2) & (1) \\ 2ab - 2018b = 0 & (2) \end{cases}.$

Từ (2) ta được $\begin{cases} b = 0 \\ a = 1009 \end{cases}.$

Thay $b = 0$ vào (1) ta được $-2018a = 2018a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -1 \end{cases}.$

Do đó trường hợp này ta có 2 số phức thỏa yêu cầu là $z = 0; z = -1$.Thay $a = 1009$ vào (1) ta được $-2018.1009.1010 = 2020b^2$ vô nghiệm do $b \in \mathbb{R}$.Vậy có 2 số phức z thỏa mãn.**Câu 14: Chọn B**Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có $z^2 - 2018z = 2019|z|^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 - 2018a = 2019(a^2 + b^2) & (1) \\ 2ab - 2018b = 0 & (2) \end{cases}.$

Từ (2) ta được $\begin{cases} b = 0 \\ a = 1009 \end{cases}$.

Thay $b = 0$ vào (1) ta được $-2018a = 2018a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -1 \end{cases}$.

Do đó trường hợp này ta có 2 số phức thỏa yêu cầu là $z = 0; z = -1$.

Thay $a = 1009$ vào (1) ta được $-2018.1009.1010 = 2020b^2$ vô nghiệm do $b \in \mathbb{R}$.

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn.

Câu 15: Chọn D

Ta có: $|z'| = |iz| = |i| \cdot |z| \Leftrightarrow \sqrt{(2+m)^2 + m^2} = 5 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-2 + \sqrt{46}}{2} \\ m = \frac{-2 - \sqrt{46}}{2} \end{cases}$.

Tổng tất cả các giá trị của m là -2 .

Câu 16: Chọn D

Gọi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có $z^2 + 4 = a^2 - b^2 + 4 + 2abi$.

Từ giả thiết, ta suy ra:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ (a^2 - b^2 + 4)^2 + 4a^2b^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ (a^2 + b^2)^2 + 8a^2 - 8b^2 = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ 8a^2 - 8b^2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{3}{16} \\ b^2 = \frac{13}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{4}; b = \frac{\sqrt{13}}{4} \\ a = \frac{\sqrt{3}}{4}; b = -\frac{\sqrt{13}}{4} \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4}; b = \frac{\sqrt{13}}{4} \\ a = -\frac{\sqrt{3}}{4}; b = -\frac{\sqrt{13}}{4} \end{cases}.$$

Vậy có 4 số phức z thỏa mãn bài toán.

Câu 17: Chọn A

Ta có: $z + 2i\bar{z} = 3 + 3i \Leftrightarrow a + bi + 2i(a - bi) = 3 + 3i \Leftrightarrow a + 2b + (2a + b)i = 3 + 3i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 3 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} P &= (a+i)^{2019} + (b-i)^{2019} = (1+i)^{2019} + (1-i)^{2019} = (1+i)\left[(1+i)^2\right]^{1009} + (1-i)\left[(1-i)^2\right]^{1009} \\ &= (1+i)(2i)^{1009} + (1-i)(-2i)^{1009} = 2^{1009}(1+i)i - 2^{1009}(1-i)i \\ &= 2^{1009}(i+i^2-i+i^2) = 2^{1009}(-2) = -2^{1010}. \end{aligned}$$

Câu 18: Chọn B

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Ta có:

$$\begin{cases} |z+i+1| = |\bar{z}-2i| \\ |z|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b+1)^2 = a^2 + (b+2)^2 \\ a^2 + b^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b+1 \\ (b+1)^2 + b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ a = 0 \\ b = 0 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -i \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy có 2 số phức $z = -i$ và $z = 1$ thỏa mãn.

Câu 19: Chọn A

$$\text{Ta có } (3x+2yi) + (3-i) = 4x-3i \Leftrightarrow (3x+3-4x) + (2y-1+3)i = 0 \Leftrightarrow (3-x) + (2y+2)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=0 \\ 2y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}.$$

Câu 20: Chọn D

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Khi đó } z^2 + 2|z| = 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2\sqrt{a^2 + b^2} + 2abi = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 + 2\sqrt{a^2 + b^2} = 0 \\ 2ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ -b^2 + 2\sqrt{b^2} = 0 \\ b = 0 \\ a^2 + 2\sqrt{a^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ a = 0 \\ b = 2 \\ a = 0 \\ b = -2 \end{cases}.$$

Vậy có 3 số phức z cần tìm.

Câu 21: Chọn C

$$\text{Ta có } z = bi \text{ } (b \in \mathbb{R}) \Rightarrow z^2 + |z|^2 = (bi)^2 + b^2 = 0.$$

Câu 22: Chọn C

Số phức $\bar{z} = 10 + 2i$ nên phần thực bằng 10 phần ảo bằng 2.

Câu 23: Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } z &= \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i} = \frac{(8-3)-(2+12)i}{3+2i} = \frac{5-14i}{3+2i} = \frac{(5-14i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} \\ &= \frac{(15-28)-(10+42)i}{9+4} = \frac{-13-52i}{13} = -1-4i. \end{aligned}$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng Oxy là $M(-1; -4)$.

Câu 24: Chọn B

Đặt $z = a + bi$, ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{R}$).

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |z| - 2\bar{z} &= -7 + 3i + z \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 2(a - bi) = -7 + 3i + a + bi \\ \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7 + (b-3)i &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7 = 0 \\ b-3 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2+9} = 3a-7 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{7}{3} \\ a^2+9 = 9a^2-42a+49 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{7}{3} \\ \begin{cases} a=4(N) \\ a=\frac{5}{4}(L) \end{cases} \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ a=4 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } z = 4 + 3i \Rightarrow \omega = 1 - z + z^2 = 4 + 21i \Rightarrow |\omega| = \sqrt{457}.$$

Câu 25: Chọn D**Cách 1**

$$\text{Ta có: } 2|z| + \sqrt{3}iz = 4 - z \Leftrightarrow 2\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{3}i(a+bi) = 4 - (a+bi).$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{a^2+b^2} - b\sqrt{3}) + a\sqrt{3}i = (4-a) - bi.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{a^2+b^2} - b\sqrt{3} = 4-a \\ a\sqrt{3} = -b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a\sqrt{3} \\ 2\sqrt{a^2+3a^2} + 3a = 4-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a\sqrt{3} \\ |a| = 1-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = -\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Cách 2

$$2|z| + \sqrt{3}iz = 4 - z \Leftrightarrow (\sqrt{3}i + 1)z = 4 - 2|z|.$$

Lấy môđun 2 vế ta có:

$$|(\sqrt{3}i + 1)z| = |4 - 2|z|| \Leftrightarrow |4 - 2|z|| = 2|z| \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 2|z| = 2|z| \\ 4 - 2|z| = -2|z| \end{cases} \Leftrightarrow |z| = 1$$

$$\Rightarrow z = \frac{4 - 2|z|}{\sqrt{3}i + 1} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i. \text{ Vậy } S = -\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 26: Chọn B

Ta có $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$). Khi đó phương trình ban đầu trở thành

$$a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2 + b^2} + 2bi = 13 + 10i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2 + b^2} = 13 \\ 2b = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} = 13 \\ b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 5 \end{cases}. \text{ Vậy } S = a + b = 17.$$

Câu 27: Chọn B

Gọi $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó theo giả thiết ta có hệ.

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2|2a| + 4 \\ \sqrt{(a-1)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (b+3)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + \left(\frac{a-4}{2}\right)^2 = 4|a| + 4 \\ b = \frac{a-4}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a^2 - 8a = 16|a| \\ b = \frac{a-4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0, b = -2 \\ a = \frac{24}{5}, b = \frac{2}{5} \\ a = -\frac{8}{5}, b = -\frac{14}{5} \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Câu 28: Chọn A

Đặt $\frac{z}{w} = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} \left| \frac{z+3w}{w} \right| = 5 \\ \left| \frac{z-2wi}{w} \right| = \left| \frac{z-2w-2wi}{w} \right| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \frac{z}{w} + 3 \right| = 5 \\ \left| \frac{z}{w} - 2i \right| = \left| \frac{z}{w} - 2 - 2i \right| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+3)^2 + b^2 = 25 \\ a^2 + (b-2)^2 = (a-2)^2 + (b-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+3)^2 + b^2 = 25 \\ 4a - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \pm 3 \end{cases}$$

Vậy phần thực của số phức $\frac{z}{w}$ bằng 1.

Câu 29: Chọn D

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có: $2|z+1|^2 = |z-i|^2$

$$\Leftrightarrow 2|x+yi+1|^2 = |x+yi-i|^2 \Leftrightarrow 2[(x+1)^2 + y^2] = x^2 + (y-1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + y^2 + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$$

$$\text{Do đó } |z+2+i| = \sqrt{(x+2)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{4} = 2.$$

Câu 30: Chọn C

Cách 1: Điều kiện: $|z| \neq 1, z \neq 0$

$$\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \frac{1}{z}} = i \Rightarrow \frac{(|z|-1)(1+iz)\bar{z}}{|z|^2 - 1} = i \Rightarrow \frac{(1+iz)\bar{z}}{|z|+1} = i \Rightarrow \bar{z} + |z|^2 i = (|z|+1)i$$

$$\Rightarrow a - bi + (a^2 + b^2)i = (\sqrt{a^2 + b^2} + 1)i \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ -b + a^2 + b^2 = \sqrt{a^2 + b^2} + 1 \end{cases} \Rightarrow b^2 - b = |b| + 1 (*)$$

$$\text{Với } b < 0 \stackrel{(*)}{\Rightarrow} b^2 = 1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow z = i.$$

$$\text{Với } b \geq 0 \stackrel{(*)}{\Rightarrow} b^2 - 2b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow z = (1 + \sqrt{2})i.$$

$$\text{Vậy } T = a^2 + b^2 = 0^2 + (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}.$$

Cách 2:Điều kiện: $|z| \neq 1, z \neq 0$

$$\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \frac{1}{\bar{z}}} = i \Rightarrow \frac{(|z|-1)(1+iz)\bar{z}}{|z|^2 - 1} = i \Rightarrow \frac{(1+iz)\bar{z}}{|z|+1} = i \Rightarrow \bar{z} + |z|^2 i = (|z|+1)i$$

$$\Rightarrow \bar{z} = (-|z|^2 + |z| + 1)i.$$

Lấy môđun hai vế ta được:

$$|\bar{z}|^2 = (-|z|^2 + |z| + 1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} |\bar{z}| = -|z|^2 + |z| + 1 \\ -|\bar{z}| = -|z|^2 + |z| + 1 \end{cases} \Leftrightarrow |z| = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow a^2 + b^2 = |z|^2 = 3 + 2\sqrt{2}.$$

Câu 31: Chọn DTa có $|z + 2m| = m + 1 \geq 0$ **Trường hợp 1:** $m + 1 = 0 \Rightarrow |z + 2m| = 0 \Rightarrow z = -2m = 2.$ **Trường hợp 2:** $m + 1 > 0$ Đặt $z = x + yi$

$$\text{Ta có } \begin{cases} |z - 1| = |z - i| \\ |z + 2m| = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ (x + 2m)^2 + y^2 = (m + 1)^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Xét trong hệ tọa độ Oxy , là phương trình đường thẳng $d: x - y = 0$, là phương trình đường tròn (C) tâm $I(-2m; 0)$, bán kính $R = m + 1$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi hệ phương trình, có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng d cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow d(I, d) = \frac{|2m|}{\sqrt{2}} < m + 1 \Leftrightarrow 2m^2 < m^2 + 2m + 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} < m < 1 + \sqrt{2}$$

Kết hợp với $m + 1 > 0$ và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in S = \{0; 1; 2\}$ Vậy tổng các phần tử của tập S bằng 3.**Câu 32: Chọn A**Ta có $m^2 - 5m + 9 > 0$ luôn đúng với mọi m .Đặt $z = x + yi$

$$\text{Ta có } \begin{cases} |z + 2 + i| = |z + 1| \\ \sqrt{2}|z - 3 + 2i| = m^2 - 5m + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = \frac{1}{2}(m^2 - 5m + 9)^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Xét trong hệ tọa độ Oxy, là phương trình đường thẳng $d: x + y + 2 = 0$, là phương trình đường tròn (C) tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{2}}(m^2 - 5m + 9)$

Yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi hệ phương trình, có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C)

$$\Leftrightarrow d(I, d) = \frac{|3|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(m^2 - 5m + 9) \Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases} \Rightarrow S = \{2; 3\}$$

Vậy tích các phần tử của tập S bằng 6.

Câu 33: Chọn D

$$\text{Ta có } |(3 + 4i)z + 25| = 10 \Leftrightarrow |z + 3 - 4i| = 2$$

$\Rightarrow$ tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn là đường tròn tâm $I(-3; 4)$, bán kính $R = 2$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + m + 2i| = 5$ là đường tròn tâm $J(-m; -2)$, bán kính $R = 5$.

Yêu cầu bài toán xảy ra khi hai đường tròn $(I; 2), (J; 5)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow 3 < IJ < 7 \Leftrightarrow 9 < (m - 3)^2 + 36 < 49 \Leftrightarrow (m - 3)^2 < 13$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{13} < m - 3 < \sqrt{13} \Leftrightarrow 3 - \sqrt{13} < m < 3 + \sqrt{13} \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in S = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$\Rightarrow$ số các phần tử của S là 7.

Câu 34: Chọn D

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |z + (2 - 3i)| = 2 \Leftrightarrow |(x + 2) + (y - 3)i| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + (y - 3)^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0.$$

Câu 35: Chọn A

$$\text{Giả sử } z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}. \text{ Khi đó } x, y \text{ là nghiệm của hệ pt: } \begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Suy ra: $z = 3 + 4i$.

Câu 36: Chọn C

$$(2x + yi) + (3 - 2i)(x + y) = 1 \Leftrightarrow 5x + 3y - 1 - (2x + y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 3y - 1 = 0 \\ -(2x + y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Câu 37: Chọn A

Gọi $M(x; y)$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là điểm biểu diễn số phức z . Từ bài ra ta có:

$$\begin{cases} x = m + 3 \\ y = m^2 - m - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = x - 3 \\ y = (x - 3)^2 - (x - 3) - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = x - 3 \\ y = x^2 - 7x + 6 \end{cases}$$

Vậy (P) là một Parabol có phương trình: $y = x^2 - 7x + 6$.

Hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục hoành bằng: $S = \int_1^6 |x^2 - 7x + 6| dx = \frac{125}{6}$.

Câu 38: Chọn C

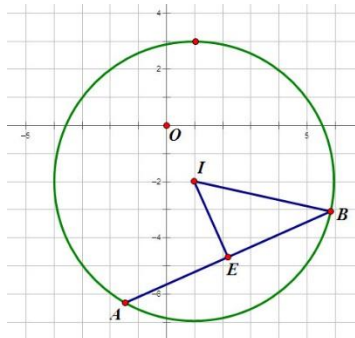
Gọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} w &= (1 + i\sqrt{8})z + i \Leftrightarrow w - i = (1 + i\sqrt{8})z \Leftrightarrow w - i = (1 + i\sqrt{8})(z + 1) - (1 + i\sqrt{8}) \\ \Leftrightarrow w - i + 1 + i\sqrt{8} &= (1 + i\sqrt{8})(z + 1) \Leftrightarrow (x + 1) + (y - 1 + \sqrt{8})i = (1 + i\sqrt{8})(z + 1) \\ \Rightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y - 1 + \sqrt{8})^2} &= \sqrt{1^2 + (\sqrt{8})^2} \cdot 2 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 1 + \sqrt{8})^2 = 36 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + i\sqrt{8})z + i$ là một đường tròn có bán kính $r = 6$.

Câu 39: Chọn A



Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 . Gọi E là trung điểm của AB .

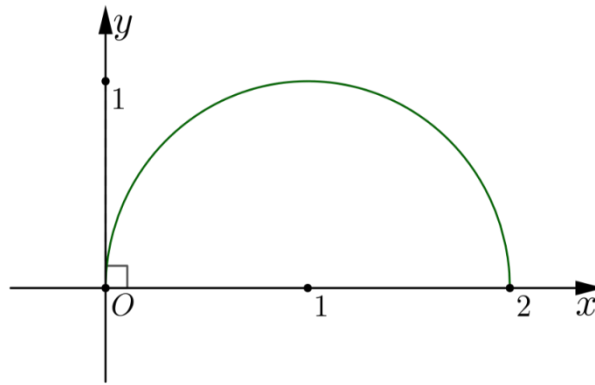
Do $|z - 1 + 2i| = 5$ nên A, B thuộc đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 5$. Gọi C là điểm biểu diễn số phức w ta có $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OI} = 2\overrightarrow{OE} - 2\overrightarrow{OI} = 2\overrightarrow{IE}$.

$$|w| = 2IE = 2\sqrt{IB^2 - EB^2} = 2\sqrt{25 - 16} = 6.$$

Câu 40: Chọn C

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) theo giả thiết ta có $z - \bar{z} = (x + yi) - (x - yi) = 2yi$ và

$$\begin{cases} |x + yi - 1| \leq 1 \\ 2y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$



Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là nửa hình tròn tâm $I(1;0)$, $R=1$.

$$\text{Vì vậy } S = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi}{2}.$$

Câu 41: Chọn A

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có: } z = m + (m^3 - m)i \Leftrightarrow x + yi = m + (m^3 - m)i \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m^3 - m \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - x.$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường cong (C) có dạng: $y = x^3 - x$.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Diện tích phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và trục hoành:

$$S = \int_{-1}^0 (x^3 - x) dx - \int_0^1 (x^3 - x) dx = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Câu 42: Chọn C

Để thấy điểm $I(4;4)$ là tâm của hai đường tròn.

Đường tròn nhỏ có phương trình là: $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 4$.

Đường tròn to có phương trình là: $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức thỏa mãn đề bài là $2 \leq |z - 4 - 4i| \leq 4$.

Câu 43: Chọn B

Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } \frac{z+2}{z+i} = \frac{x+yi+2}{x+yi+i} = \frac{(x+2)+yi}{x+(y+1)i} = \frac{[(x+2)+yi] \cdot [x-(y+1)i]}{x^2 + (y+1)^2}$$

$$= \frac{x(x+2) + y(y+1) - [(x+2)(y+1) - xy]i}{x^2 + (y+1)^2} = \frac{x^2 + y^2 + 2x + y}{x^2 + (y+1)^2} - \frac{x+2y+2}{x^2 + (y+1)^2}i.$$

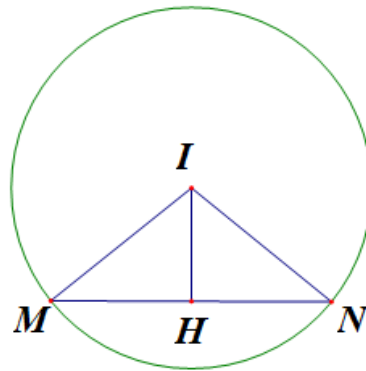
$$\text{Số phức } \frac{z+2}{z+i} \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2 + 2x + y}{x^2 + (y+1)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + y = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}. \text{ Vậy tâm } I\left(-1; -\frac{1}{2}\right).$$

Câu 44: Chọn D

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 5i| = 5$ là đường tròn (C) tâm $I(3; -5)$ bán kính $R = 5$.

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 suy ra M, N nằm trên đường tròn (C) .
 . Gọi H là trung điểm của MN suy ra $IH \perp MN$



$$\text{Do } |z_1 - z_2| = 6 \Rightarrow MN = 6 \Rightarrow MH = NH = 3 \Rightarrow IH = \sqrt{IM^2 - MH^2} = 4.$$

$$\omega = z_1 + z_2 - 6 + 10i = z_1 - (3 - 5i) + z_2 - (3 - 5i) \Rightarrow |\omega| = |\vec{IM} + \vec{IN}| = |2\vec{IH}| = 2IH = 8.$$

Câu 45: Chọn A

Gọi số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có:

$$(z + 2i)(\bar{z} + 2) = [a + (b+2)i][(a+2) - bi] = [a(a+2) + b(b+2)] + [(a+2)(b+2) - ab]i.$$

$$(z + 2i)(\bar{z} + 2) \text{ là số thuần ảo nên } a(a+2) + b(b+2) = 0 \Leftrightarrow (a+1)^2 + (b+1)^2 = 2.$$

Gọi số phức $w = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Ta có } x + yi = (1+i)z + 2019 - 2019i = (1+i)(a + bi) + 2019 - 2019i$$

$$\Leftrightarrow x + yi = a - b + 2019 + (a + b - 2019)i \Leftrightarrow \begin{cases} x = a - b + 2019 \\ y = a + b - 2019 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{x+y}{2} \\ b = \frac{y-x+2 \cdot 2019}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } (a+1)^2 + (b+1)^2 = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{x+y}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{y-x+2.2019}{2} + 1\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4038x + 4042y + 8160789 = 0.$$

Vậy, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có bán kính

$$R = \sqrt{2019^2 + 2021^2 - 8160789} = 2.$$

Câu 46: Chọn D

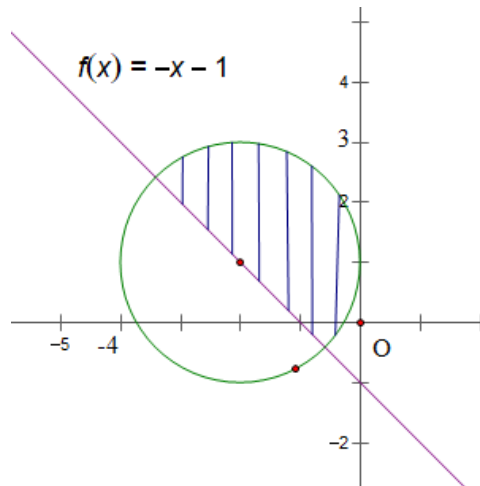
Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; i^2 = -1$). Theo đề bài, ta có:

$$|z + 2 - i| \leq 2 \Leftrightarrow |x + yi + 2 - i| \leq 2 \Leftrightarrow |(x+2) + (y-1)i| \leq 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 \leq 4. \text{ Đây là hình tròn tâm } I(-2;1), \text{ bán kính } R = 2.$$

Ta lại có, $x + y + 1 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq -x - 1$. Đây là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $y = -x - 1$ và chứa gốc tọa độ $O(0;0)$.

Vì đường thẳng $y = -x - 1$ đi qua tâm $I(-2;1)$ của hình tròn nên phần diện tích cần tính bằng một nửa diện tích của hình tròn.



Diện tích của hình tròn là: $S = \pi.R^2 = \pi.2^2 = 4\pi$.

Diện tích cần tính là: $S_1 = \frac{1}{2}.S = \frac{1}{2}.4\pi = 2\pi$.

Câu 47: Chọn D

Đặt $\omega = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức ω .

Ta có: $\omega = 1 + \bar{z} \Leftrightarrow \bar{z} = \omega - 1 \Leftrightarrow \bar{z} = (x-1) + yi \Leftrightarrow z = (x-1) - yi$.

$$\text{Do } |z + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow |(x-1) - yi + 2 - i| = 3 \Leftrightarrow |(x+1) - (y+1)i| = 3 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = 9.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức ω là đường tròn tâm $I(-1; -1)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 48: Chọn A

Đặt $z = x + yi$. Khi đó $|z - 5 - 3i| = 5 \Leftrightarrow |x - 5 + (y-3)i| = 5 \Leftrightarrow (x-5)^2 + (y-3)^2 = 25$ (C)

Gọi A, B lần lượt là 2 điểm biểu diễn số phức z_1, z_2

$\Rightarrow A, B$ thuộc đường tròn (C) có tâm I, bán kính $R = 5$ và $|z_1 - z_2| = 8 \Rightarrow AB = 8$

Gọi H là điểm biểu diễn số phức $w' = \frac{z_1 + z_2}{2} \Rightarrow H$ là trung điểm AB $\Rightarrow AH = \frac{AB}{2} = 4$

Xét tam giác AIH vuông tại H có $AH = 4$, $AI = 5$ nên $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$
 $\Rightarrow H$ thuộc đường tròn (C') có tâm I, bán kính $R' = 3$

Gọi M là điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2 \Rightarrow \overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OH}$

$\Rightarrow M$ là ảnh của H qua phép vị tự tâm O, tỉ số $k = 2$ với O là gốc tọa độ

Từ và $\Rightarrow$ tập hợp M là đường tròn (C'') là ảnh của (C') phép vị tự tâm O, tỉ số $k = 2$

Giả sử đường tròn (C'') có tâm J và bán kính $R'' \Rightarrow \begin{cases} a = 2.5 = 10 \\ b = 2.3 = 6 \\ R'' = 2.R' = 6 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Phương trình đường tròn (C'') là $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 36$