SỞ GD&ĐT TPHCM
TRƯỜNG THPT VĂN LANG
2021 – 2022

ĐÁP ÁN THI HỌC KỲ 2
Môn: TOÁN 12-ĐỀ 2.

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: ...../...../.....

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1	Tìm nguyên hàm $F(x)=\int\left(x^2-\cos 2x\right)dx$ với $F(0)=22$.	**1,0đ**
	* $F(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}\sin 2x+C$	**0,5đ**
	* $F(0)=22\Leftrightarrow C=22$	**0,25đ**
	* $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}e^{2x}+22$	**0,25đ**
2a	Tính các tích phân $I_1=\int_0^1\left(e^{2x+1}-x+1\right)dx$	**0,75đ**
	* Ta có $I_1=\left(\frac{1}{2}e^{2x+1}-\frac{1}{2}x^2+x\right)\Big\|_0^1$	**0,5đ**
	* Ta có $I_1=\frac{1}{2}\left(1-e+e^3\right)\approx 9{,}18$	**0,25đ**
2b	Tính các tích phân $I_2=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x-1)\sin x dx$	**0,75đ**
	* Đặt $\begin{cases}u=x-1\\dv=\sin x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=-\cos x\end{cases}$	**0,25đ**
	* Ta có $I_2=\left(-(x-1)\cos x\right)\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x dx$	**0,25đ**
	* Ta có $I_2=0$	**0,25đ**
3	Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=-x^3+3x^2, y=-x+3, x\le 2$.	**1,5đ**
	* Xét $\begin{cases}-x^3+3x^2=-x+3\\x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm 1\\x\le 2\end{cases}$	**0,5đ**
	* Diện tích cần tìm là $S=\int_{-1}^{1}\left\|-x^3+3x^2-(-x+3)\right\|dx+\int_1^2\left\|-x^3+3x^2-(-x+3)\right\|dx$	**0,5đ**
	* Diện tích cần tìm là $S=\frac{24}{3}$.	**0,5đ**
4	Tìm phần thực, phần ảo, mô-đun, số phức liên hợp của số phức $z=\frac{1+i}{1-i}+4+2i$	**1,0đ**
	* Ta có $z=4+3i$	**0,25đ**
	* Phần thực là 4, phần ảo là 3	**0,25đ**
	* $\|z\|=5$	**0,25đ**
	* $\bar{z}=4-3i$	**0,25đ**
5	Tìm quỹ tích điểm biểu diễn cho số phức z thỏa $\|z-1+i\|=\|z-i\|$	**1,0đ**
	* Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=x+yi$	**0,25đ**

	* Ta có $\left\|z-1+i\right\|=2\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}=\sqrt{x^2+(y-1)^2}\Leftrightarrow 2x=4y+1$	**0,5đ**
	* Vậy quỹ tích là đường thẳng $y=\frac{1}{4}(2x-1)$.	**0,25đ**
6a	Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(0;1;-1), C(0;0;-3)$. Chứng minh rằng A,B,C là ba đỉnh tam giác. Tính diện tích tam giác đó.	**1,0đ**
	* Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-1;-1;0)\\ \overrightarrow{AC}=(-1;-2;-2)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;-2;1)$	**0,25đ**
	* Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\neq\vec{0}\Rightarrow A,B,C$ là 3 đỉnh tam giác.	**0,25đ**
	* Ta có $S=\frac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right\|\Rightarrow S=\frac{3}{2}$.	**0,5đ**
6b	Lập phương trình mặt phẳng trung trực của cạnh AB.	**1,0đ**
	* Trung điểm của cạnh AB là $I\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};-1\right)$. Mp nhận $\vec{n}=\overrightarrow{BA}=(1;1;0)$ làm vtpt.	**0,5đ**
	* Ta có $(P):\left(x-\frac{1}{2}\right)+\left(y-\frac{3}{2}\right)=0\Leftrightarrow x+y-2=0$	**0,5đ**
7	Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+1)^2=25$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+11=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến giữa (P) và (S).	**1,0đ**
	* Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-1)$ và bán kính là $R=5$.	**0,25đ**
	* Đường thẳng d qua I và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases}x=t\\ y=-2t\\ z=-1+2t\end{cases}$	**0,25đ**
	* Tâm của đường tròn là $J=d\cap(P)\Rightarrow J:\begin{cases}x=t\\ y=-2t\\ z=-1+2t\\ x-2y+2z+11=0\end{cases}\Rightarrow J(-1;2;-3)$	**0,25đ**
	* Bán kính đường tròn là $r=\sqrt{R^2-IJ^2}=4$	**0,25đ**
8	Cho số phức $z\neq 2$ và $\frac{z-2i}{z-2}$ là số thuần ảo. Tính giá trị lớn nhất của $T=\left\|z-1\right\|+\left\|z-i\right\|$.	**1,0đ**
	* Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Ta có $\frac{z-2i}{z-2}=\frac{x^2+y^2-2x-2y}{(x-2)^2+y^2}+\left(\frac{-xy+(x-2)(y-2)}{(x-2)^2+y^2}\right)i$	**0,25đ**
	* Ta có $\begin{cases}x^2+y^2=2x+2y\\ T=\sqrt{x^2+y^2-2x+1}+\sqrt{x^2+y^2-2y+1}=\sqrt{2y+1}+\sqrt{2x+1}.\\ (x-2)^2+y^2\neq 0\end{cases}$	**0,25đ**
	* Theo BĐT B.C.S ta có	**0,25đ**

	$\begin{cases} T=1\cdot\sqrt{2y+1}+1\cdot\sqrt{2x+1}\le\sqrt{\left(1^2+1^2\right)\left(\sqrt{2y+1}^2+\sqrt{2x+1}^2\right)}=2\sqrt{(x-1)+(y-1)+3} \\ 1\cdot(x-1)+1\cdot(y-1)\le\sqrt{\left(1^2+1^2\right)\left((x-1)^2+(y-1)^2\right)}=2 \end{cases}$. $\Rightarrow T\le 2\sqrt{5}$	
	* Ta có $T=2\sqrt{5}\Leftrightarrow\begin{cases} x^2+y^2=2x+2y \\ \sqrt{2y+1}=\sqrt{2x+1} \\ (x-1)=(y-1) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2x^2=4x \\ x=y \end{cases}\Leftrightarrow x=y=0\vee x=y=2$. Vậy, $MaxT=2\sqrt{5}$.	**0,25đ**

Chú ý: hs giải theo cách khác nếu đúng cũng sẽ đạt điểm tối đa.