

Người làm: Ngô Thịnh

Zalo: Ngô Thịnh - số đt zalo: 0368876057

Email: ngothinh1984@gmail.com

CD11: ĐỒNG DƯ THỨC**Dạng 1. SỬ DỤNG ĐỒNG DƯ THỨC CHỨNG MINH CHIA HẾT****A. Trắc nghiệm (nếu có)****B. Tự luận****Câu 1. (HSG 7 huyện Hoàng Hoá 2022 - 2023)**

Cho $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$. Chứng minh $a + b + c + d \vdots 3$.

Lời giải

$$a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3) \Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3c^3 - 15d^3$$

Ta có:

$$3c^3 - 15d^3 \vdots 3 \quad a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \vdots 3$$

Mà nên (1)

Dư trong phép chia a cho 3 là 0; 1; -1. Suy ra dư trong phép chia a^3 cho 3 cũng lần lượt là 0; 1; -1. $a \equiv a^3 \pmod{3}$

. Như vậy:

$$b \equiv b^3 \pmod{3}, c \equiv c^3 \pmod{3}, d \equiv d^3 \pmod{3}$$

Tương tự ta có:

$$a + b + c + d \equiv a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \pmod{3}$$

Suy ra: (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a + b + c + d$ chia hết cho 3.**Câu 2. (HSG 7 huyện Yên Phong, tỉnh Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Chứng minh rằng: $(4^{2n+2} - 1) \vdots 15$ với mọi số tự nhiên n .

Lời giảiTa có: $4 \equiv -1 \pmod{5} \Rightarrow 4^{2(n+1)} \equiv (-1)^{2(n+1)} \pmod{5}$

$$\Rightarrow 4^{2(n+1)} \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow 4^{2(n+1)} - 1 \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow (4^{2(n+1)} - 1) \vdots 5 \quad (1)$$

Lại có: $4 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 4^{2(n+1)} \equiv (1)^{2(n+1)} \pmod{3}$

$$\Rightarrow 4^{2(n+1)} - 1 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow (4^{2(n+1)} - 1) \vdots 3 \quad (2)$$

Lại có: 3 và 5 là hai số nguyên tố cùng nhau. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $(4^{2n+2} - 1) \vdots 15$.

Dạng 2. SỬ DỤNG ĐỒNG DƯ THỨC TÌM SỐ DƯ**A. Trắc nghiệm (nếu có)****B. Tự luận****Dạng 3. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA BIẾN ĐỂ CHIA HẾT****A. Trắc nghiệm (nếu có)**

B. Tự luận

Dạng 4. SỬ DỤNG ĐỒNG DƯ TÌM CHỮ SỐ TẬN DÙNG

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Dạng 5. SỬ DỤNG ĐỒNG DƯ TRONG BÀI TOÁN VỀ SỐ CHÍNH PHƯƠNG

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Dạng 6. SỬ DỤNG ĐỒNG DƯ TRONG BÀI TOÁN VỀ SỐ NGUYÊN TỐ HỢP SỐ

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 Quận Hà Đông 2022 - 2023)

Cho $A = 2^{2^{10n+1}} + 19$. Chứng minh rằng A là hợp số.

Lời giải

Theo định lí Fermat bé, do 11 là số nguyên tố nên ta có $2^{10} \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow 2^{10n} \equiv 1 \pmod{11}$
 $\Rightarrow 2^{10n+1} = 2 \cdot 2^{10n} \equiv 2 \pmod{22} \Rightarrow 2^{10n+1} = 22k + 2 \ (k \in \mathbb{N})$.

Do 23 là số nguyên tố nên $2^{22} \equiv 1 \pmod{23} \Rightarrow 2^{2^{10n+1}} = 2^{22k+2} = 4 \cdot 2^{22k} \equiv 4 \pmod{23}$
 $\Rightarrow 2^{2^{10n+1}} + 19 \equiv 4 + 19 \equiv 0 \pmod{23}$. Nên $A : 23$.

Mà $A > 23$ với $\forall n \geq 1$ nên A là hợp số.

Câu 2. (HSG 7 huyện Bình Xuyên, tỉnh Vĩnh Phúc 2022 - 2023)

Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để số $2^{2023} + 23n$ là một bội số của 31.

Lời giải

Ta có: $2^5 = 32 \equiv 1 \pmod{31}$ và $2023 = 5 \cdot 404 + 3$.

Do đó: $2^{2022} = (2^5)^{404} \cdot 8 \equiv 8 \pmod{31}$.

Suy ra $2^{2022} + 23 \cdot n \equiv 8 + 23 \cdot n \pmod{31}$.

Vì n là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn $2^{2023} + 23n : 31$ nên $8 + 23n = 31 \Rightarrow n = 1$.

Vậy $n = 1$ là số tự nhiên cần tìm.

Dạng 7. SỬ DỤNG ĐỒNG DƯ TRONG BÀI TOÁN TÌM NGHIỆM NGUYÊN

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>