|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD & ĐT NGHỆ AN**  **TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN ÔN** | **ĐỀ KSCL ĐỘI TUYỂN THI HSG TỈNH LỚP 12**  **Năm học 2022- 2023**  *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.*  **ĐỀ 4.10.2022** |

**Câu 1: (5.0 điểm)**

**a)** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn 

**b)** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có ba góc nhọn.

**Câu 2. (*4,0 điểm*)**

1. Cho đa giác đều  đỉnh. Gọi Ω là tập tất cả các tam giác có 3 đỉnh là 3 trong  đỉnh của đa giác đều này. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập Ω. Tính xác suất để tam giác được chọn là tam giác nhọn.
2. Xét hàm số  với  là tham số. Tìm tất các giá trị của  sao cho tổng độ dài của các khoảng nghịch biến của hàm số  trên  là 2

**Câu 3( 2điểm)**

Một cơ sở sản xuất khẩu trang y tế với giá bán mỗi hộp khẩu trang 30000 đồng và mỗi tháng cơ sở bán ra thị trường trung bình 3000 hộp. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 hộp. Biết vốn sản xuất một hộp khẩu trang không thay đổi là 18 000 đồng. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

**Câu 4. (*5,0 điểm*)**

**a)** Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi, . Cạnh  và vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng . Tính theo  thể tích khối chóp .

**b)** Cho tam giác đều  có cạnh bằng . Trên đường thẳng  đi qua  và vuông góc với mặt phẳng  lấy điểm  sao cho . Gọi ,  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên , . Đường thẳng qua hai điểm  và  cắt  tại . Xác định  để khối tứ diện có thể tích nhỏ nhất.

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 5( 2 điểm)**  Một tấm nhôm hình chữ nhật ABCD có AD = 60 cm. Người ta gấp tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ (MN và PQ song song với AB) vào phía trong đến khi AB và CD trùng nhau (như hình vẽ minh họa) để được một hình lăng trụ đứng khuyết hai đáy. Biết AN =PD = x, tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất. |  |

**…..HẾT…..**

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | | | **Nội dung** | | **Điểm** |
| **Câu 1** *(4,0 điểm)* | | | **a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn** | |  |
| Hàm số đã cho liên tục trên đoạn . | |  |
| Ta có , . | |  |
| Lại có . | |  |
| Vậy | |  |
| **b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có ba góc nhọn.** | |  |
| Ta có .  Hàm số có ba cực trị . | |  |
| Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị của hàm số là  và  Suy ra  . | |  |
| Tam giác  luôn cân tại . Do đó tam giác  nhọn khi và chỉ khi góc  nhọn | |  |
| Kết hợp điều kiện , ta được .  Vậy  là giá trị cần tìm. | |  |
| ***Câu 2b***  ***(2,0đ)*** | ***Cho đa giác đều  đỉnh. Gọi Ω là tập tất cả các tam giác có 3 đỉnh là 3 trong  đỉnh của đa giác đều này. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập Ω. Tính xác suất để tam giác được chọn là tam giác nhọn.*** | |  | | |
|  | |  | | |
| Số phần tử của không gian mẫu | | 0,25 | | |
| + Tính số tam giác tù có 3 đỉnh là 3 trong 21 đỉnh của đa giác.  Xét đỉnh . Ta đếm số tam giác tù nhận làm đỉnh của góc nhọn (với là một trong các đỉnh của đa giác).  Gọi *d* là đường thẳng đi qua  và tâm O của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.  Ta thấy: Tam giác tù nhận làm đỉnh của góc nhọn thì hai đỉnh còn lại phải cùng phía so với *d*. | | 0,5 | | |
| Số cách chọn 2 đỉnh cùng phía với *d* là  và có 21 cách chọn đỉnh  suy ra số tam giác tù là .  Do mỗi tam giác tù có hai góc nhọn nên số tam giác tù được đếm lặp 2 lần. Do đó số tam giác tù là: . | | 0,5 | | |
| + Tính số tam giác vuông có 3 đỉnh là 3 trong 21 đỉnh của đa giác.  Cạnh huyền của tam giác vuông là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Mà đa giác đều có lẻ đỉnh nên không tồn tại hai đỉnh của đa giác đối xứng nhau qua O. Vậy số tam giác vuông là 0. | | 0,5 | | |
| Số tam giác nhọn là: .  Vậy . | | 0,25 | | |

**Câu 2b (2điểm)**Xét hàm số  với  là tham số

Tìm tất các giá trị của  sao cho tổng độ dài của các khoảng nghịch biến của hàm số  trên  là 

**Lời giải**

Ta có



Khi đó  và 

Để hàm số có các khoảng nghịch biến thì  phải có  nghiệm phân biệt. Ta thấy phương trình  luôn có hai nghiệm trái dấu là  thỏa mãn

 và 

Ta xét các trường hợp sau:

(1) Nếu  thì bằng cách vẽ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên  và  Tổng độ dài hai khoảng này là



nên  hay  Thử lại ta có , thỏa mãn.

(2) Nếu  thì bằng cách vẽ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên  và  Tổng độ dài hai khoảng này là



nên  Bình phương lên, ta được

 hay 

* Với  thì ta tính được  không thỏa mãn.
* Với  thì ta tính được  thỏa mãn.

Vậy tất cả các giá trị cần tìm của  là  và .

**Câu 3** Gọi số tiền cần tăng giá mỗi hộp khẩu trang là x (nghìn đồng)  
Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số hộp khẩu trang bán ra giảm 100 hộp nên  
khi tăng x (nghìn đồng) thì số hộp khẩu trang bán ra thị trường giảm 100x hộp.  
Do đó tổng số hộp khẩu trang bán ra mỗi tháng là 3000 – 100x hộp.

Lúc đầu bán ra với giá 30 (nghìn đồng), mỗi hộp khẩu trang có lãi 12 (nghìn đồng).  
Sau khi tăng giá, mỗi hộp khẩu trang thu được số lãi là 12 + x (nghìn đồng).  
Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là

f(x) = (3000 -100x)(12+x) với x>0

Xét hàm số f(x) = (3000 -100x)(12+x) với x>0

Ta có: f(x) = -100x2 +1800x + 36000 = -100(x-9)2 + 44100 ≤ 44100

Dấu “=” xảy ra khi x=9

Vậy cơ sở bán mỗi hộp 39000 thì lợi nhuận là cao nhất

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Câu 4***  ***(5,0đ)*** | ***a) (2,0 điểm).Cho hình chóp***  ***có đáy***  ***là hình thoi,*** ***. Cạnh***  ***và vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng*** ***và***  ***bằng*** ***. Tính theo  thể tích khối chóp*** ***.*** |  |
|  | 0,25 |
| Giao tuyến của 2 mặt phẳng  và là đường thẳng  đi qua và song song với  và | 0,25 |
| Tam giác  có  và  cân tại . Gọi  là trung điểm của  suy ra , mà  suy ra . | 0,5 |
| Vì và nên .   vuông cân tại | 0,5 |
| Vậy, . | 0,5 |
| **b) *(3,0 điểm).***Cho tam giác đều  có cạnh bằng . Trên đường thẳng  đi qua  và vuông góc với mặt phẳng  lấy điểm  sao cho . Gọi ,  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên , . Đường thẳng qua hai điểm  và  cắt  tại . Xác định  để khối tứ diện có thể tích nhỏ nhất. |  |
|  | 0,25 |
| Ta có , kết hợp | 0,25 |
| . | 0,5 |
| Ta có . | 0,5 |
|  | 0,5 |
|  | 0,5 |
| Vậy  khi  hay | 0,5 |

**Câu 5** Ta có PN = 60 – 2x, gọi H là trung điểm của PN suy ra AH =

Diện tích tam giác ANP là

SANP = AH.PN = (60-2x) = (60-2x)

Do chiều cao của khối lăng trụ không đổi nên thể tích khối lăng trụ lớn nhất khi diện tích tam giác ANP lớn nhất

Xét hàm số f(x) = (60-2x) trên khoảng (15;30) có

F’(x) =

F’(x) = 0 ⬄ x=20

Lập bảng biến thiên và kết luận x=20