

Câu 1. (1,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có đồ thị (P) và đường thẳng $y = -x + 4$ có đồ thị (D) .

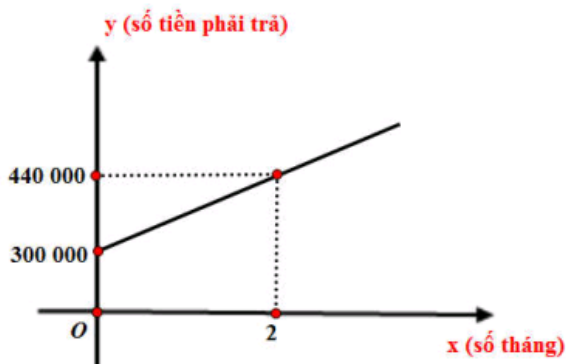
- Vẽ đồ thị (P) và (D) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $2x^2 - 5x - 1 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1}{x_1 - 1} + \frac{x_2}{x_2 - 1} - 2022$

Câu 3. (0,75 điểm). Một công ty A chuyên cung cấp dịch vụ Internet với mức phí ban đầu lắp đặt là 300000 đồng. Sau 2 tháng sử dụng thì cước phí phải trả là 440000 đồng. Cước phí y (đồng) là số tiền mà người sử dụng Internet cần trả hàng tháng và phụ thuộc vào thời gian sử dụng x tháng. Công thức biểu thị mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$ được minh họa bởi hình vẽ bên.

- Xác định các hệ số a và b .
- Anh Hùng sử dụng Internet của công ty A trên thì sau nửa năm anh phải trả cước phí là bao nhiêu?



Câu 4. (1 điểm). Trong đợt lũ lụt miền Trung vừa qua đã gây thiệt hại rất lớn cho các tỉnh miền Trung, một nhóm gồm 18 bạn lớp 9A tham gia hoạt động thiện nguyện để góp phần ủng hộ cho một số gia đình có hoàn cảnh khó khăn. Ngoài trích từ tiền quỹ của nhóm là 500000 đồng, mỗi bạn tham gia thống nhất sẽ đóng góp 50000 đồng. Biết các con mình làm việc tốt, một số phụ huynh rất đồng tình ủng hộ nên đã hỗ trợ thêm các bạn tổng số tiền là 1350000 đồng. Các bạn dự kiến vào siêu thị mua mỗi phần quà gồm: một hộp bánh giá 55000, hai chai nước ngọt giá 34000, hai gói kẹo giá 27000, một túi gạo giá 90000, một hộp socola giá 45000 và một túi rau câu giá 18000.

a) Biết siêu thị đang có chương trình giảm giá 10% cho các mặt hàng bánh, nước ngọt, kẹo và rau củ; giảm giá 20% cho các mặt hàng gạo và socola. Em hãy tính xem các bạn có thể mua được bao nhiêu phần quà?

b) Nếu muốn mua đủ 14 phần quà thì các bạn cần thêm ít nhất bao nhiêu tiền?

Câu 5. (0,75 điểm). Sau thời gian dịch bệnh kéo dài để chuẩn bị cho kỳ thi học kỳ 2 môn toán lớp 9 vào ngày 26/4/2022 thầy giáo có giao một số bài tập toán để lớp tự ôn tập ở nhà. Sau khi nhận bài tập xong bạn Lan lên kế hoạch cho việc ôn tập của mình như sau. Bắt đầu từ thứ 6 ngày 11/02/2022 đến hết tháng 3 cứ những ngày chẵn sẽ làm 2 bài tập còn những ngày lẻ thì làm 3 bài tập. Số bài còn lại là 34 bài Lan sẽ làm vào tháng 4 và sẽ hoàn thành trước ngày thi.

a) Hỏi thầy giáo đã giao bao nhiêu bài tập toán cho Lan? biết tháng 2/2022 có 28 ngày và tháng 3/2022 có 31 ngày.

b) Ngày thi cuối kỳ 2 là vào thứ mấy? Tại sao?

Câu 6. (1 điểm). Để ước lượng khối lượng của cây gỗ trồng trong rừng người ta cần xác định chiều cao h của cây (mét) và chu vi C của vòng tròn thân cây ngang tầm ngực (mét). Theo cách đo đạc trong lâm nghiệp, độ cao ngang tầm ngực là 1,4 mét tính từ mặt đất. Từ đó người ta có thể quấn thước dây vòng quanh thân cây ở độ cao này và ghi lại số đo chu vi C

a) Nếu một cây có chu vi C của vòng tròn thân cây ngang tầm ngực là 1,28 mét và chiều cao là 20,4 mét thì cây có thể tích bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Biết công thức thể tích hình trụ $V = S.h$ trong đó S là diện tích vòng tròn thân cây có chu vi C nói trên và h là chiều cao của cây.

b) Biết khối lượng được tính theo công thức $m = D.V$ (tấn). Cho biết loại cây nói trên có khối lượng riêng là $D = 1,05 \text{ tấn/m}^3$. Hỏi thân cây trên nặng bao nhiêu kg (kết quả làm tròn đến hàng trăm).

Câu 7. (1 điểm). Khi mới nhận lớp 9A, cô giáo chủ nhiệm dự định chia lớp thành 3 tổ có số học sinh như nhau. Nhưng sau khi khai giảng xong lớp nhận thêm 4 học sinh nữa. Do đó, cô giáo chủ nhiệm đã chia đều số học sinh của lớp thành 4 tổ. Hỏi lớp 9A hiện có bao nhiêu học sinh, biết rằng so với phương án dự định ban đầu, số học sinh của mỗi tổ hiện nay có ít hơn 2 học sinh?

Câu 8. (3 điểm). Cho ΔABC nhọn, ($AB < AC$) nội tiếp (O) . Kẻ ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H , kéo dài AD cắt (O) tại K .

a) Chứng minh: Tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $DCH = DCK$.

b) Tia KE cắt (O) tại M , BM cắt EF tại I , kẻ $ES \perp AB$ tại S . Chứng minh: $BE^2 = BI.BM$ và tứ giác $AMIS$ nội tiếp.

c) Qua điểm A kẻ tiếp tuyến xy của (O) , CF và CI cắt xy lần lượt tại Q và N . Chứng minh: $AQ = 2FN$.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có đồ thị (P) và đường thẳng $y = -x + 4$ có đồ thị (D) .

a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy .

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

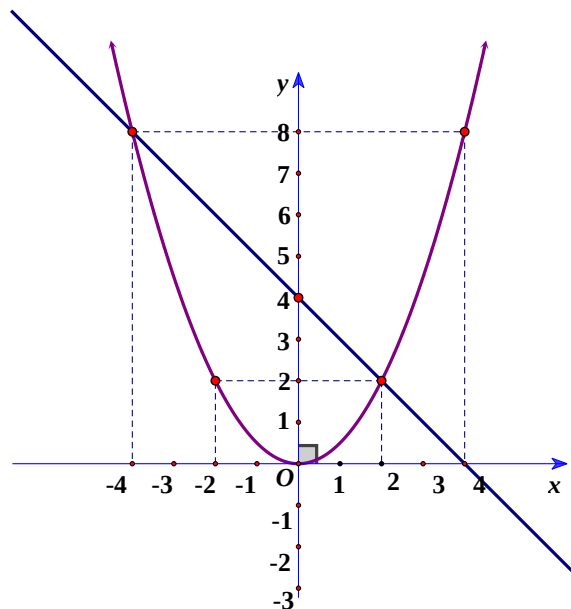
Lời giải

a) Bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8

x	0	2
$y = -x + 4$	4	2

Đồ thị:



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D)

$$\frac{x^2}{2} = -x + 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}$$

Với $x = -4 \Rightarrow y = -(-4) + 4 = 8$

Với $x = 2 \Rightarrow y = -2 + 4 = 2$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là $(-4; 8)$ và $(2; 2)$

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $2x^2 - 5x - 1 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1}{x_1 - 1} + \frac{x_2}{x_2 - 1} - 2022$

Lời giải

Theo định lí Vi-et ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{5}{2} \\ P = x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A = \frac{x_1}{x_1 - 1} + \frac{x_2}{x_2 - 1} - 2022$$

$$A = \frac{x_1(x_2 - 1) + x_2(x_1 - 1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} - 2022$$

$$A = \frac{x_1x_2 - x_1 + x_1x_2 - x_2}{x_1x_2 - x_1 - x_2 + 1} - 2022$$

$$A = \frac{2P - S}{P - S + 1} - 2022$$

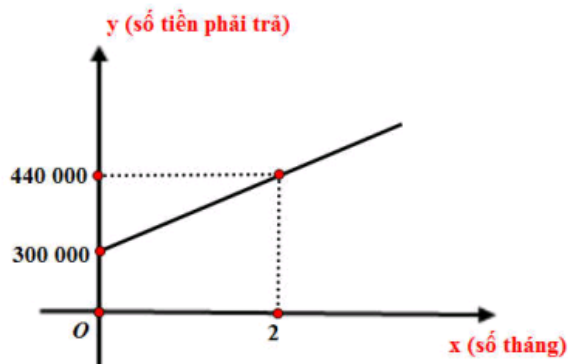
$$A = \frac{2 \cdot \frac{-1}{2} - \frac{5}{2}}{\frac{-1}{2} - \frac{5}{2} + 1} - 2022$$

$$A = -\frac{8081}{4}$$

Câu 3. (0,75 điểm). Một công ty A chuyên cung cấp dịch vụ Internet với mức phí ban đầu lắp đặt là 300000 đồng. Sau 2 tháng sử dụng thì cước phí phải trả là 440000 đồng. Cước phí y (đồng) là số tiền mà người sử dụng Internet cần trả hàng tháng và phụ thuộc vào thời gian sử dụng x tháng. Công thức biểu thị mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$ được minh họa bởi hình vẽ bên.

a) Xác định các hệ số a và b .

b) Anh Hùng sử dụng Internet của công ty A trên thì sau nửa năm anh phải trả cước phí là bao nhiêu?



Lời giải

a) Dựa vào đồ thị ta có:

$x = 0$ tương ứng $y = 300000$ đồng

$x = 2$ tương ứng $y = 440000$ đồng

Thay vào hàm số $y = ax + b$ ta được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 0.a + b = 300000 \\ 2.a + b = 440000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 70000 \\ b = 300000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 70000x + 300000$$

b) Vì anh Hùng đã sử dụng nửa năm nên $x = 6$, thay vào công thức trên ta được:

$$y = 70000 \cdot 6 + 300000 = 720000$$

Vậy sau nửa năm anh Hùng trả số tiền là 720000 đồng

Câu 4. (1 điểm). Trong đợt lũ lụt miền Trung vừa qua đã gây thiệt hại rất lớn cho các tỉnh miền Trung, một nhóm gồm 18 bạn lớp 9A tham gia hoạt động thiện nguyện để góp phần ủng hộ cho một số gia đình có hoàn cảnh khó khăn. Ngoài trích từ tiền quỹ của nhóm là 500000 đồng, mỗi bạn tham gia thống nhất sẽ đóng góp 50000 đồng. Biết các con mình làm việc tốt, một số phụ huynh rất đồng tình ủng hộ nên đã hỗ trợ thêm các bạn tổng số tiền là 1350000 đồng. Các bạn dự kiến vào siêu thị mua mỗi phần quà gồm: một hộp bánh giá 55000, hai chai nước ngọt giá 34000, hai gói kẹo giá 27000, một túi gạo giá 90000, một hộp socola giá 45000 và một túi rau câu giá 18000.

- Biết siêu thị đang có chương trình giảm giá 10% cho các mặt hàng bánh, nước ngọt, kẹo và rau câu; giảm giá 20% cho các mặt hàng gạo và socola. Em hãy tính xem các bạn có thể mua được bao nhiêu phần quà?
- Nếu muốn mua đủ 14 phần quà thì các bạn cần thêm ít nhất bao nhiêu tiền?

Lời giải

- Số tiền mà nhóm bạn có được là:

$$500000 + 18 \cdot 50000 + 1350000 = 2750000 \text{ đồng}$$

Giá tiền một phần quà là:

$$(55000 + 34000 + 27000 + 18000) \cdot 90\% + (90000 + 45000) \cdot 80\% = 228600$$

Số phần quà có thể mua được là:

$$2750000 : 228600 = 12 \text{ (phần quà)}$$

- Số tiền mua 14 phần quà là: $14 \cdot 228600 = 3200400$ đồng

Vậy các bạn cần thêm ít nhất số tiền là: $3200400 - 2750000 = 450400$ đồng

Câu 5. (0,75 điểm). Sau thời gian dịch bệnh kéo dài để chuẩn bị cho kỳ thi học kỳ 2 môn toán lớp 9 vào ngày 26/4/2022 thầy giáo có giao một số bài tập toán để lớp tự ôn tập ở nhà. Sau khi nhận bài tập xong bạn Lan lên kế hoạch cho việc ôn tập của mình như sau. Bắt đầu từ thứ 6 ngày 11/02/2022 đến hết tháng 3 cứ những ngày chẵn sẽ làm 2 bài tập còn những ngày lẻ thì làm 3 bài tập. Số bài còn lại là 34 bài Lan sẽ làm vào tháng 4 và sẽ hoàn thành trước ngày thi".

- Hỏi thầy giáo đã giao bao nhiêu bài tập toán cho Lan? biết tháng 2/2022 có 28 ngày và tháng 3/2022 có 31 ngày.
- Ngày thi cuối kỳ 2 là vào thứ mấy? Tại sao?

Lời giải

- Từ 11/02/2022 đến 28/02/2022 có 9 ngày chẵn và 9 ngày lẻ (tổng là 18 ngày)

Từ 01/03/2022 đến 31/03/2022 có 15 ngày chẵn và 16 ngày lẻ (tổng là 31 ngày)

Số bài tập thầy giáo đã giao cho Lan là: $(9 + 15) \cdot 2 + (9 + 16) \cdot 3 + 34 = 157$ bài

- Từ 11/02/2022 đến 26/4/2022 có tổng cộng: $18 + 31 + 26 = 75$ ngày

Ta có $75 : 7 = 10$ (dư 5)

Vì ngày 11/02/2022 là thứ sáu nên ngày 26/4/2022 là thứ ba.

Vậy Lan thi cuối kì 2 vào thứ ba.

Câu 6. (1 điểm). Để ước lượng khối lượng của cây gỗ trồng trong rừng người ta cần xác định chiều cao h của cây (mét) và chu vi C của vòng tròn thân cây ngang tầm ngực (mét). Theo

cách đo đặc trong lâm nghiệp, độ cao ngang tầm ngực là 1,4 mét tính từ mặt đất. Từ đó người ta có thể quấn thước dây vòng quanh thân cây ở độ cao này và ghi lại số đo chu vi C

a) Nếu một cây có chu vi C của vòng tròn thân cây ngang tầm ngực là 1,28 mét và chiều cao là 20,4 mét thì cây có thể tích bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Biết công thức thể tích hình trụ $V = S.h$ trong đó S là diện tích vòng tròn thân cây có chu vi C nói trên và h là chiều cao của cây.

b) Biết khối lượng được tính theo công thức $m = D.V$ (tấn). Cho biết loại cây nói trên có khối lượng riêng là $D = 1,05$ tấn/ m^3 . Hỏi thân cây trên nặng bao nhiêu kg (kết quả làm tròn đến hàng trăm).

Lời giải

a) Ta có chu vi $C = 1,28 \Rightarrow 2\pi R = 1,28 \Rightarrow R = \frac{1,28}{2\pi} \text{ m}$

Thể tích của cái cây là: $V = S.h = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1,28}{2\pi}\right)^2 \cdot 20,4 \approx 2,7 m^3$

b) Khối lượng của thân cây trên là: $m = D.V \approx 1,05 \cdot 2,7 \approx 2,835$ tấn $\approx 2800 \text{ kg}$.

Câu 7. (1 điểm). Khi mới nhận lớp 9A, cô giáo chủ nhiệm dự định chia lớp thành 3 tổ có số học sinh như nhau. Nhưng sau khi khai giảng xong lớp nhận thêm 4 học sinh nữa. Do đó, cô giáo chủ nhiệm đã chia đều số học sinh của lớp thành 4 tổ. Hỏi lớp 9A hiện có bao nhiêu học sinh, biết rằng so với phương án dự định ban đầu, số học sinh của mỗi tổ hiện nay có ít hơn 2 học sinh?

Lời giải

Gọi x là số học sinh đầu năm của lớp 9A ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số học sinh mỗi tổ đầu năm là $\frac{x}{3}$

Số học sinh sau khi khai giảng là: $x + 4$

Số học sinh mỗi tổ sau khai giảng là: $\frac{x + 4}{4}$

Vì số học sinh của mỗi tổ hiện nay có ít hơn 2 học sinh so với ban đầu nên ta có phương

trình: $\frac{x}{3} - \frac{x + 4}{4} = 2$

$\Leftrightarrow 4x - 3(x + 4) = 24$

$\Leftrightarrow 4x - 3x - 12 = 24$

$\Leftrightarrow x = 36$ (nhận)

Vậy hiện tại số học sinh lớp 9A là $36 + 4 = 40$ học sinh.

Câu 8. (3 điểm). Cho ΔABC nhọn, ($AB < AC$) nội tiếp (O) . Kẻ ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H , kéo dài AD cắt (O) tại K .

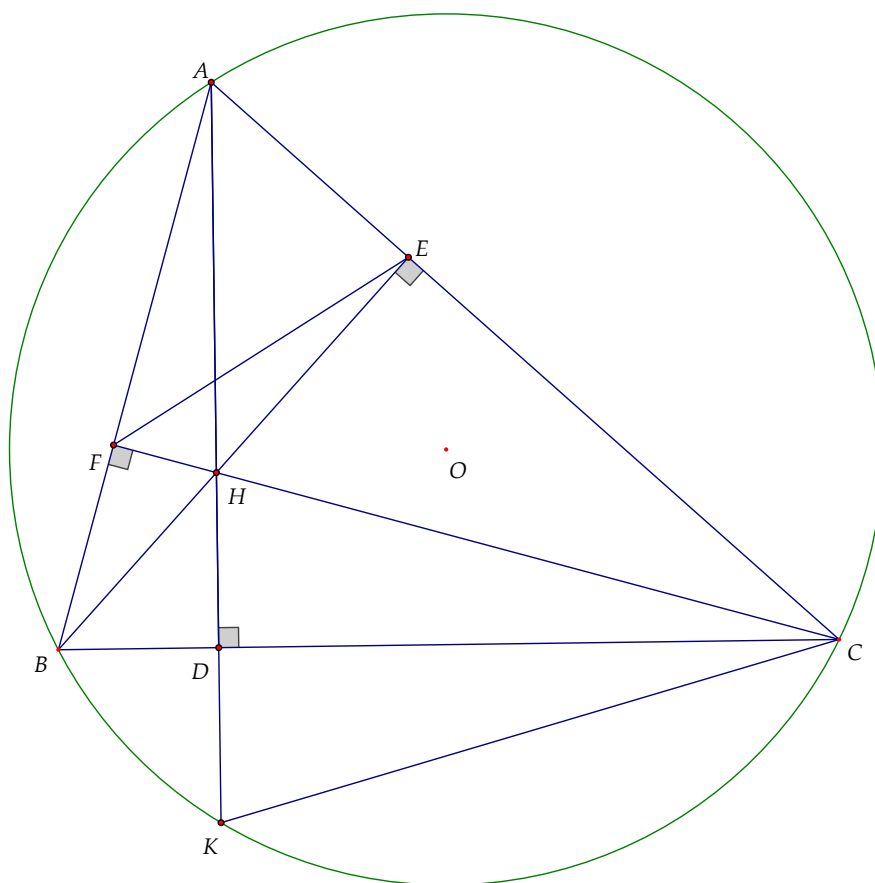
a) Chứng minh: Tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $DCH = DCK$.

b) Tia KE cắt (O) tại M , BM cắt EF tại I , kẻ $ES \perp AB$ tại S . Chứng minh: $BE^2 = BI \cdot BM$ và tứ giác $AMIS$ nội tiếp.

c) Qua điểm A kẻ tiếp tuyến xy của (O) , CF và CI cắt xy lần lượt tại Q và N . Chứng minh: $AQ = 2FN$.

Lời giải

a) Chứng minh: Tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $DCH = DCK$.



Xét tứ giác $BFEC$ ta có:

+ $BFC = BEC = 90^\circ$

+ Cùng nhìn cạnh BC

$\Rightarrow$ Tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC .

Ta có $DCK = BAK$ (2 góc nội tiếp cùng chắn BK)

1

Ta có $\triangle BCF$ vuông tại $F \Rightarrow DCH$ phụ ABC

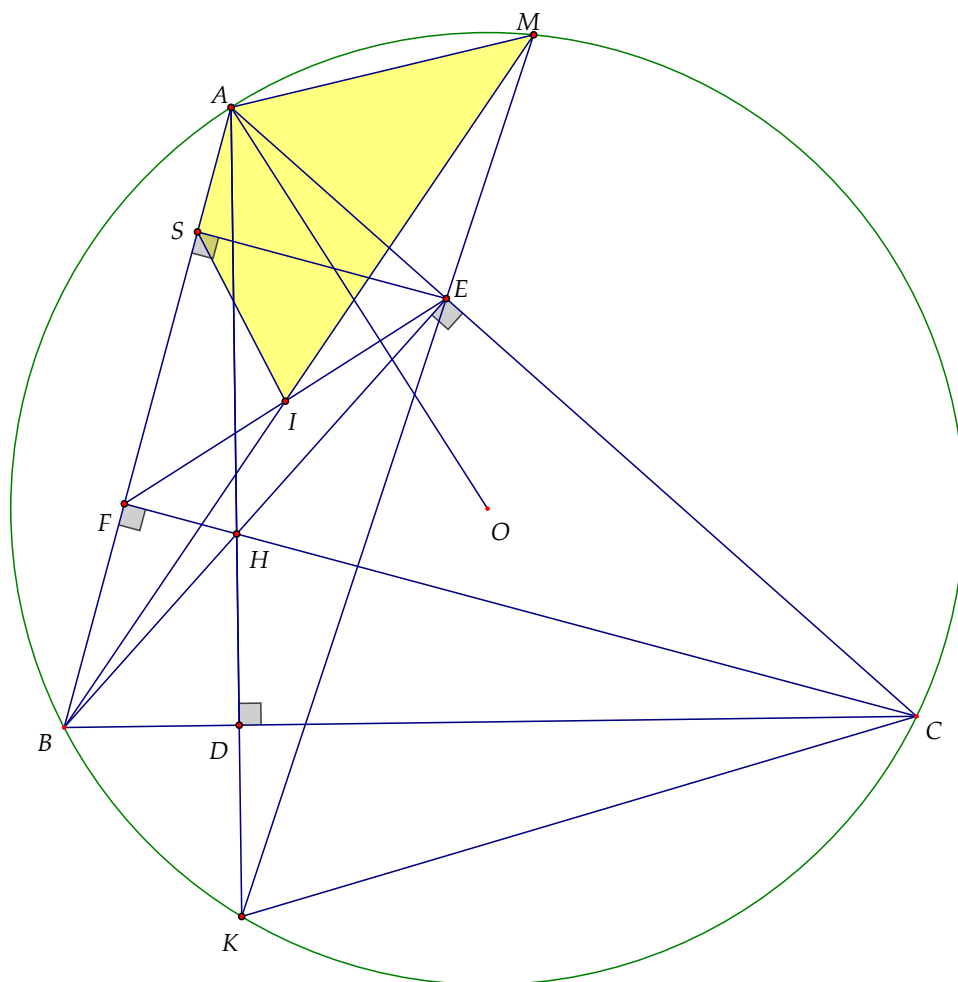
Ta có $\triangle ABD$ vuông tại $D \Rightarrow BAK$ phụ ABC

$\Rightarrow DCH = BAK$

2

Từ 1 và 2 suy ra $DCH = DCK$

b) Tia KE cắt (O) tại M , BM cắt EF tại I , kẻ $ES \perp AB$ tại S . Chứng minh: $BE^2 = BI \cdot BM$ và tứ giác $AMIS$ nội tiếp.



Ta có $BME = DCK$ (2 góc nội tiếp cùng chắn BK)

$$\Rightarrow BME = DCH$$

Mà tứ giác $BFEC$ nội tiếp $\Rightarrow DCH = BEI$ (cùng nhìn BF)

$$\Rightarrow BME = BEI$$

Xét $\triangle BME$ và $\triangle BEI$

+ B chung

+ $BME = BEI$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle BME \sim \triangle BEI \text{ (gg)}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{BE} = \frac{BE}{BI}$$

$$\Rightarrow BE^2 = BI \cdot BM$$

3

Xét $\triangle BAE$ vuông tại E có ES là đường cao

$$\Rightarrow BE^2 = BS \cdot BA \text{ (hệ thức lượng)}$$

4

Từ 3 và 4 suy ra $BI \cdot BM = BS \cdot BA$

Xét $\triangle BIS$ và $\triangle BAM$

+ B chung

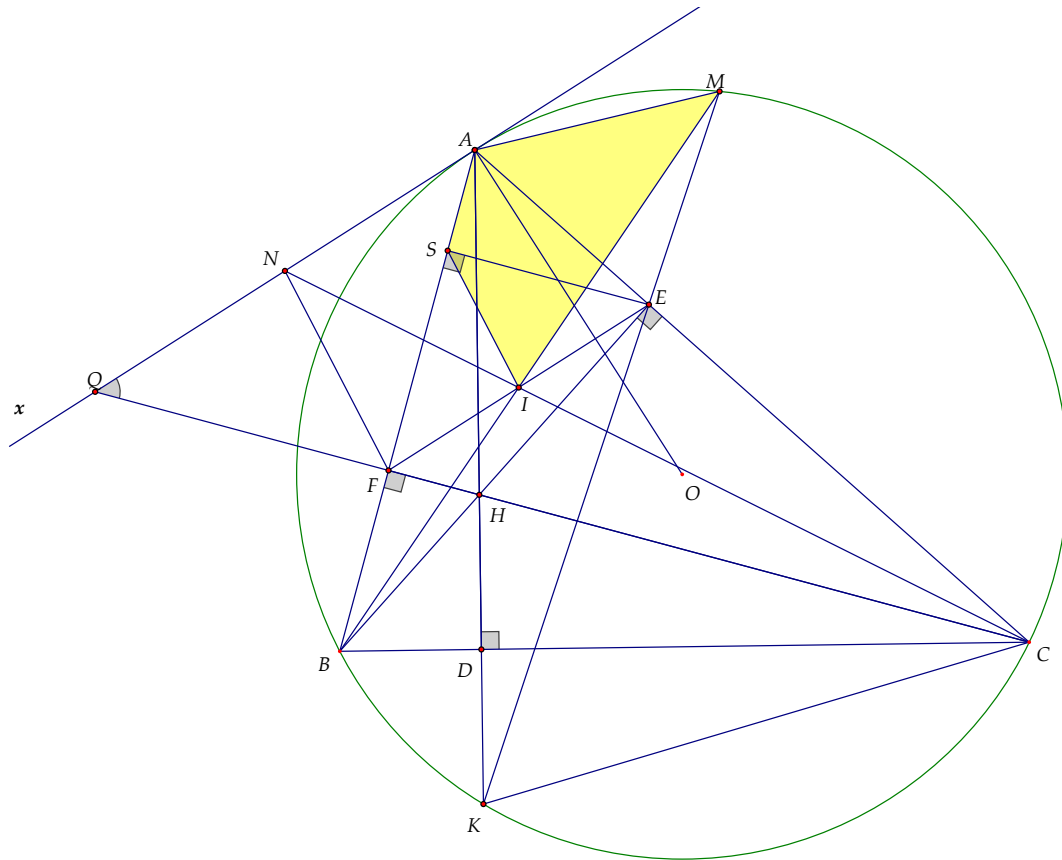
$$+ \frac{BI}{BA} = \frac{BS}{BM} \text{ (vì } BI \cdot BM = BS \cdot BA)$$

$$\Rightarrow \triangle BIS \sim \triangle BAM \text{ (cgc)}$$

$$\Rightarrow BSI = BMA \text{ (2 góc tương ứng)}$$

$\Rightarrow AMIS$ nội tiếp (góc ngoài bằng góc đối trong)

c) Qua điểm A kẻ tiếp tuyến xy của (O) , CF và CI cắt xy lần lượt tại Q và N . Chứng minh: $AQ = 2FN$.



Ta có $FSI = AMB$ (góc ngoài bằng góc đối trong)

$AMB = ACB$ (2 góc nội tiếp cùng chắn AB)

$ACB = SFI$ (góc ngoài bằng góc đối trong)

$\Rightarrow FSI = SFI$

$\Rightarrow \Delta SIF$ cân tại I

$\Rightarrow IS = IF$

5

Ta có $IES = ISE$ (cùng phụ với hai góc bằng nhau là IFS và ISF)

$\Rightarrow \Delta ISE$ cân tại I

$\Rightarrow IS = IE$

6

Từ 5 và 6 suy ra $IE = IF$

$\Rightarrow I$ là trung điểm EF .

Ta có $QAB = ACB = AFE$

$\Rightarrow AQ \parallel EF$ (hai góc sole trong bằng nhau)

Theo định lý Talet ta có:

$$\frac{IF}{NQ} = \frac{CI}{CN} \quad \text{và} \quad \frac{IE}{NA} = \frac{CI}{CN}$$

$$\Rightarrow \frac{IF}{NQ} = \frac{IE}{NA}$$

$\Rightarrow NQ = NA$ (vì $IE = IF$)

$\Rightarrow N$ là trung điểm AQ .

ΔAFQ vuông tại F có FN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền

$$\Rightarrow FN = \frac{1}{2}AQ$$

$$\Rightarrow AQ = 2FN$$