

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ (1).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ bằng 1.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z - i\bar{z} = 2 + 5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 2 \ln x}{x} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm). Giải phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu 5 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(-2; 5)$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với d . Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $AM = 5$.

Câu 6 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 1; -1)$, $B(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (P) . Viết phương trình mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với (P) .

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^2 - xy - 2y^2 = -x + 2y \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 9 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

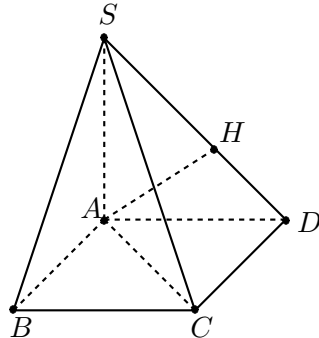
$$f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{5-x}.$$

—————Hết—————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ; Số báo danh:

Câu	Đáp án	Điểm																			
1 (2,0đ)	a) (1,0 điểm)																				
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$	0,25																			
	Các khoảng nghịch biến: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; khoảng đồng biến: $(0; 2)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, y_{CT} = -1$; đạt cực đại tại $x = 2, y_{CD} = 3$. - Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.	0,25																			
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>3</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$-$	y	$+\infty$		-1		3	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																
	y'		$-$	0	$+$	0	$-$														
	y	$+\infty$		-1		3	$-\infty$														
	Đồ thị:	0,25																			
	b) (1,0 điểm)																				
	Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(1) = 3$.	0,25																			
Khi $x = 1$ thì $y = 1$, nên tọa độ tiếp điểm là $M(1; 1)$.	0,25																				
Phương trình tiếp tuyến d cần tìm là $y - 1 = 3(x - 1)$	0,25																				
$\Leftrightarrow d : y = 3x - 2$.	0,25																				
2 (1,0đ)	Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết ta được $2(a + bi) - i(a - bi) = 2 + 5i$	0,25																			
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 2 \\ 2b - a = 5 \end{cases}$	0,25																			
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4. \end{cases}$	0,25																			
	Do đó số phức z có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.	0,25																			

Câu	Đáp án	Điểm	
3 (1,0đ)	Ta có $I = \int_1^2 x dx + \int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx$.	0,25	
	$\bullet \int_1^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 = \frac{3}{2}$.	0,25	
	$\bullet \int_1^2 \frac{2 \ln x}{x} dx = \int_1^2 2 \ln x d(\ln x) = \ln^2 x \Big _1^2 = \ln^2 2$.	0,25	
	Do đó $I = \frac{3}{2} + \ln^2 2$.	0,25	
4 (1,0đ)	Đặt $t = 3^x, t > 0$. Phương trình đã cho trở thành $3t^2 - 4t + 1 = 0$	0,25	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$.	0,25	
	$\bullet$ Với $t = 1$ ta được $3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.	0,25	
	$\bullet$ Với $t = \frac{1}{3}$ ta được $3^x = 3^{-1} \Leftrightarrow x = -1$. Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 0$ hoặc $x = -1$.	0,25	
5 (1,0đ)	Đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -4)$.	0,25	
	Đường thẳng Δ cần viết phương trình đi qua A và nhận $\vec{n}$ làm vectơ chỉ phương, nên $\Delta : 4(x + 2) + 3(y - 5) = 0 \Leftrightarrow \Delta : 4x + 3y - 7 = 0$.	0,25	
	$M \in d$, suy ra $M\left(t; \frac{3t + 1}{4}\right)$.	0,25	
	$AM = 5 \Leftrightarrow (t + 2)^2 + \left(\frac{3t + 1}{4} - 5\right)^2 = 5^2 \Leftrightarrow t = 1$. Do đó $M(1; 1)$.	0,25	
6 (1,0đ)	Phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với (P) là $\frac{x - 2}{1} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z + 1}{-2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) , suy ra $H(2 + t; 1 + 2t; -1 - 2t)$.	0,25	
	Ta có $H \in (P)$ nên $(2 + t) + 2(1 + 2t) - 2(-1 - 2t) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Do đó $H(1; -1; 1)$.	0,25	
	Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 4)$ và vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 2; -2)$. Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (-10; 2; -3)$.	0,25	
	Mặt phẳng (Q) cần viết phương trình đi qua A và nhận $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}]$ làm vectơ pháp tuyến, nên $(Q) : -10(x - 2) + 2(y - 1) - 3(z + 1) = 0 \Leftrightarrow (Q) : 10x - 2y + 3z - 15 = 0$.	0,25	
7 (1,0đ)		Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCA}$. Do $ABCD$ là hình vuông cạnh a , nên $AC = \sqrt{2}a$. Suy ra $SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = \sqrt{2}a$.	0,25
		Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.	0,25
		Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD , suy ra $AH \perp SD$. Do $CD \perp AD$ và $CD \perp SA$ nên $CD \perp (SAD)$. Suy ra $CD \perp AH$. Do đó $AH \perp (SCD)$.	0,25
		Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{3}{2a^2}$. Do đó $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH = \frac{\sqrt{6}a}{3}$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
8 (1,0đ)	$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 & (1) \\ x^2 - xy - 2y^2 = -x + 2y & (2). \end{cases}$ Ta có (2) $\Leftrightarrow (x - 2y)(x + y + 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x = -y - 1. \end{cases}$	0,25
	• Với $x = 2y$, phương trình (1) trở thành $7y^2 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 2 \\ y = -1 \Rightarrow x = -2. \end{cases}$	0,25
	• Với $x = -y - 1$, phương trình (1) trở thành $y^2 + y - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \Rightarrow x = 2 \\ y = 2 \Rightarrow x = -3. \end{cases}$ Vậy các nghiệm $(x; y)$ của hệ đã cho là: $(2; 1), (-2; -1), (2; -3), (-3; 2)$.	0,25
9 (1,0đ)	Tập xác định của hàm số là $D = [0; 5]$. Ta có $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}}, \forall x \in (0; 5)$.	0,25
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2\sqrt{5-x} \Leftrightarrow x = 4.$	0,25
	Ta có $f(0) = \sqrt{5}; f(4) = 5; f(5) = 2\sqrt{5}$.	0,25
	• Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(0) = \sqrt{5}$. • Giá trị lớn nhất của hàm số là $f(4) = 5$.	0,25

—————Hết—————