

TRIỂN KHAI DỰ ÁN TÁCH ĐỀ HSG TOÁN 7

Người làm: Trần Thùy Vân

Zalo: Thùy Vân - số đt zalo: 0396809308

Email: dtvanmaths@gmail.com

CĐ1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH

Dạng 1. Tính toán đơn giản

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Minh Khai 2022 - 2023)

$$A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right]$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] &= \frac{2}{193} \cdot \frac{193}{17} - \frac{3}{386} \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} = \frac{2}{17} - \frac{3}{34} + \frac{33}{34} = 1 \\ \left[\left(\frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right] &= \frac{7}{1931} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{11}{3862} \cdot \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} = \frac{7}{25} + \frac{11}{50} + \frac{9}{2} = 5 \\ A &= 1 : 5 = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Câu 2. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Lưu Khánh Đàm 2022 - 2023)

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[-2^3 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}} + \left(-2\frac{2}{3} \right)^0 \right]$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[-2^3 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}} + \left(-2\frac{2}{3} \right)^0 \right] \\ = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[-2^3 \cdot \sqrt{\frac{25}{16}} + 1 \right] \\ = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \left[-8 \cdot \frac{5}{4} + 1 \right] = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot [-10 + 1] \\ = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot (-9) = \frac{3}{4} + \frac{-9}{4} = \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

Câu 3. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Dân Chủ 2022 - 2023)

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023} = \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2022}{2023}$$

Ta có:

$$= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2022}{2023} = \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2022}{2023} = 0$$

Vậy . $M = 0$.

Câu 4. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Trần Đức Thông 2022 - 2023)

$$\text{Tính } A = \left[\left(\frac{2}{2022} - \frac{3}{4044} \right) \frac{2022}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{2023} + \frac{11}{4046} \right) \cdot \frac{2023}{25} + \frac{9}{2} \right] + 0, (22)$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \left[\left(\frac{2}{2022} - \frac{3}{4044} \right) \frac{2022}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{2023} + \frac{11}{4046} \right) \cdot \frac{2023}{25} + \frac{9}{2} \right] + 0, (22) \\ &= \left[\left(\frac{4}{4044} - \frac{3}{4044} \right) \frac{2022}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{14}{4046} + \frac{11}{4046} \right) \cdot \frac{2023}{25} + \frac{9}{2} \right] + 22.0, (01) \\ &= \left[\frac{1}{4044} \cdot \frac{2022}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{25}{4046} \cdot \frac{2023}{25} + \frac{9}{2} \right] + 22 \cdot \frac{1}{99} \\ &= \left[\frac{1}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right] + \frac{2}{9} \\ &= \frac{1}{5} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{9}{45} + \frac{10}{45} = \frac{19}{45} \end{aligned}$$

Câu 5. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Kim Trung 2022 - 2023)

$$B = \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} - \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

Tính giá trị biểu thức:

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} - \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} \\ B &= \frac{3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{-5\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} - \frac{3\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)} \\ B &= \frac{-3}{5} - \frac{3}{5} \\ B &= \frac{-6}{5} \end{aligned}$$

$$B = \frac{-6}{5}$$

Vậy

Câu 7. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Thái Hưng 2022 - 2023)

$$M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023}$$

Tính giá trị của biểu thức

Lời giải

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - 1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11} - \frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left(\frac{2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}{7 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) - 2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2022}{2023} = 0 \end{aligned}$$

Câu 8. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Phạm Kinh Ân 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức:

$$\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} &\frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-\frac{5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} + \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} \\ &= \frac{3 \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)}{-5 \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right)} + \frac{3 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)}{5 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)} \\ &= \frac{-3}{5} + \frac{3}{5} = 0 \end{aligned}$$

Câu 9. HSG 7 huyện Thái Thụy, tỉnh Thái Bình, 2022 - 2023)

$$A = 23\frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{21}{22} \right)^0$$

Tính bằng cách hợp lý:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= 23 \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + \left(\frac{21}{22} \right)^0 \\ &= \frac{70}{3} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3} - \frac{13}{5} + 1 \\ &= \left(\frac{70}{3} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{13}{5} - \frac{3}{5} \right) + 1 \\ &= 23 - 2 + 1 = 22 \end{aligned}$$

Vậy $A = 22$

Câu 10. HSG 7 huyện Ý Yên, tỉnh Thái Bình, 2022 - 2023)

$$A = \frac{4}{9} : \left(\frac{-3}{5} + \frac{1}{2} \right) - \frac{4}{9} : \frac{-3}{5}$$

Tính giá trị của biểu thức

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{9} : \left(\frac{-3}{5} + \frac{1}{2} \right) - \frac{4}{9} : \frac{-3}{5} \\ &= \frac{4}{9} : \frac{-1}{10} + \frac{4}{9} : \frac{3}{5} = \frac{4}{9} \cdot \frac{-10}{1} + \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{3} \\ &= \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{-10}{1} + \frac{5}{3} \right) = \frac{4}{9} \cdot \frac{-25}{3} = \frac{-100}{27} \end{aligned}$$

Câu 11. HSG 7 thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, 2022 - 2023)

$$A = \frac{\frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{7}{7} - \frac{11}{11} + \frac{13}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{4} - \frac{3}{6} + \frac{4}{8}}$$

Tính giá trị của biểu thức:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{7}{7} - \frac{11}{11} + \frac{13}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{4} - \frac{3}{6} + \frac{4}{8}} \\ \text{Ta có} \quad &= \frac{3 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)} \\ &= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1 \end{aligned}$$

Dạng 2. Lũy thừa phối hợp các phép tính

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)

Thực hiện phép tính :

$$A = \frac{9 \cdot 6^9 \cdot 120 - 4^6 \cdot 9^6}{8^4 \cdot 3^{13} - 6^{12}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{9 \cdot 6^9 \cdot 120 - 4^6 \cdot 9^6}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{12}} \\
 &= \frac{3^2 \cdot 2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5 - 2^{12} \cdot 3^{12}}{2^{12} \cdot 3^{13} - 2^{12} \cdot 3^{12}} \\
 &= \frac{3^{12} \cdot 2^{12} \cdot 5 - 2^{12} \cdot 3^{12}}{2^{12} \cdot 3^{12} (3 - 1)} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12} (5 - 1)}{2^{12} \cdot 3^{12} \cdot 2} = \frac{5 - 1}{2} = 2
 \end{aligned}$$

Vậy $A = 2$

Câu 2. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Duyên Hải 2022 - 2023)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^{12} \cdot 3^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^{12} \cdot 3^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 14^3} \\
 A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1 + 2^3)} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} \\
 &= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}
 \end{aligned}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Bắc Sơn 2022 - 2023)

$$A = \left[\frac{4}{11} \cdot 2018^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2022} - \left(\frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4} \right)^{2023}$$

Tính:

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \left[\frac{4}{11} \cdot 2018^0 + \frac{7}{22} \cdot 2 \right]^{2022} - \left(\frac{1}{2^2} : \frac{8^2}{4^4} \right)^{2023} = \left(\frac{4}{11} \cdot 1 + \frac{7}{11} \right)^{2022} - \left(\frac{1}{2^2} \cdot \frac{2^8}{2^6} \right)^{2023} \\
 &= \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right)^{2022} - \left(\frac{1}{2^2} \cdot 2^2 \right)^{2023} = \left(\frac{11}{11} \right)^{2022} - 1^{2023} = 1 - 1 = 0
 \end{aligned}$$

Vậy $A = 0$

Câu 3. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Bùi Hữu Diên 2022 - 2023)

$$A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$$

Tính

Lời giải

$$A = \frac{5 \cdot 4^{15} \cdot 9^9 - 4 \cdot 3^{20} \cdot 8^9}{5 \cdot 2^9 \cdot 6^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 27^6}$$

$$A = \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{27}}{5 \cdot 2^9 \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$A = \frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^{29} \cdot 3^{20}}{5 \cdot 2^{28} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}}$$

$$A = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{28} 3^{18} (5 \cdot 3 - 7 \cdot 2)}$$

$$A = \frac{2 \cdot 1}{1}$$

$$A = 2$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)

$$\text{Tính: } A = \frac{30 \cdot 4^7 \cdot 3^{29} - 5 \cdot 14^5 \cdot 2^{12}}{54 \cdot 6^{14} \cdot 9^7 - 12 \cdot 8^5 \cdot 7^5} - 0,2(3)$$

Lời giải

$$A = \frac{30 \cdot 4^7 \cdot 3^{29} - 5 \cdot 14^5 \cdot 2^{12}}{54 \cdot 6^{14} \cdot 9^7 - 12 \cdot 8^5 \cdot 7^5} - 0,2(3)$$

$$A = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^{14} \cdot 3^{29} - 5 \cdot 2^5 \cdot 7^5 \cdot 2^{12}}{2 \cdot 3^3 \cdot 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 3^{14} - 2^2 \cdot 3 \cdot 2^{15} \cdot 7^5} - \frac{1}{10} \cdot 2, (3)$$

$$A = \frac{2^{15} \cdot 3^{30} \cdot 5 - 5 \cdot 2^{17} \cdot 7^5}{2^{15} \cdot 3^{31} - 2^{17} \cdot 3 \cdot 7^5} - \frac{1}{10} [2 + 0, (3)]$$

$$A = \frac{2^{15} \cdot 5 (3^{30} - 2^2 \cdot 7^5)}{2^{15} \cdot 3 (3^{30} - 2^2 \cdot 7^5)} - \frac{1}{10} [2 + 3 \cdot 0, (1)]$$

$$A = \frac{5}{3} - \frac{1}{10} \left[2 + 3 \cdot \frac{1}{9} \right]$$

$$A = \frac{5}{3} - \frac{1}{10} \left[2 + \frac{1}{3} \right]$$

$$A = \frac{5}{3} - \frac{1}{10} \left[\frac{6}{3} + \frac{1}{3} \right]$$

$$A = \frac{5}{3} - \frac{7}{30}$$

$$A = \frac{50}{30} - \frac{7}{30} = \frac{43}{30}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{43}{30}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)

$$\text{Tính } A = x^{22} - 2023x^{21} + 2023x^{20} - \dots - 2023x^3 + 2023x^2 - 2023x + 1 \text{ với } x = 2022$$

Lời giải

$$\text{Ta có: Tính } A = x^{22} - 2023x^{21} + 2023x^{20} - \dots - 2023x^3 + 2023x^2 - 2023x + 1$$

$$= x^{22} - 2022x^{21} - x^{21} + 2022x^{20} + x^{20} - \dots - 2022x^3 - x^3 + 2022x^2 + x^2 - 2022x - x + 1$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^{22} - 2022x^{21}) - (x^{21} - 2022x^{20}) + \dots - (x^3 - 2022x^2) + (x^2 - 2022x^1) - x + 1 \\
 &= x^{21}(x - 2022) - x^{20}(x - 2022) + \dots - x^2(x - 2022) + x(x - 2022) - x + 1 \\
 &= (x - 2022)(x^{21} - x^{20} + \dots - x^2 + x) - x + 1
 \end{aligned}$$

Với $x = 2022$, ta có

$$\begin{aligned}
 A &= (2022 - 2022)(2022^{21} - 2022^{20} + \dots - 2022^2 + 2022) - 2022 + 1 \\
 &= 0 \cdot (2022^{21} - 2022^{20} + \dots - 2022^2 + 2022) - 2022 + 1 = 0 - 2022 + 1 = -2021
 \end{aligned}$$

Vậy $A = -2021$ với $x = 2022$

Câu 6. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Lê Tư Thành 2022 - 2023)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Điệp Nông 2022 - 2023)

$$\text{Tính } A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 &\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 (1 + 2^3)} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} \\
 &= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Tam Điệp, tỉnh Ninh Bình, trường 2022 - 2023)

$$A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$A = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} + 6^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1 + 5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (6 + 1)} = \frac{2^{13} \cdot 3^{11}}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot 7} = \frac{2^2}{7} = \frac{4}{7}$$

Câu 9. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, 2022 - 2023)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + 0, (3)$$

Thực hiện phép tính :

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + 0, (3) \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} + \frac{3}{9} \\
 &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} + \frac{1}{3} \\
 &= \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Câu 10. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, 2022 - 2023)

Thực hiện phép tính :

$$\sqrt{1 + \frac{9}{16}} : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right)^2 + \sqrt{1 - \frac{80}{81}} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)^2 \quad \text{b.} \quad \frac{25^5 \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 49^2}{125^3 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

a.

Lời giải

$$\text{a.} \quad \sqrt{1 + \frac{9}{16}} : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right)^2 + \sqrt{1 - \frac{80}{81}} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)^2 = \sqrt{\frac{16+9}{16}} : \left(\frac{3}{12} - \frac{4}{12} \right)^2 + \sqrt{\frac{81-80}{81}} : \left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6} \right)^2$$

$$= \sqrt{\frac{25}{16}} : \left(-\frac{1}{12} \right)^2 + \sqrt{\frac{1}{81}} : \left(-\frac{1}{6} \right)^2 = \frac{5}{4} : \frac{1}{144} + \frac{1}{9} : \frac{1}{36} = \frac{5}{4} \cdot 144 + \frac{1}{9} \cdot 36 = 180 + 4 = 184$$

$$\text{b.} \quad \frac{25^5 \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 49^2}{125^3 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{(5^2)^5 \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot (7^2)^2}{(5^3)^3 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot (2 \cdot 7)^3}$$

$$= \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$$

$$= \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 (1 + 2^3)}$$

$$= \frac{5 \cdot (-6)}{1 + 8} = \frac{-30}{9} = -\frac{10}{3}$$

Câu 11. (HSG 7 huyện Ý Yên, tỉnh Nam Định, 2022 - 2023)

Thực hiện phép tính :

$$B = \frac{4^4 \cdot 9^4 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (-6)^8 \cdot 20} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} + 6^{16} \cdot 4^3}{2 \cdot 9^8 \cdot 8^7 - 7 \cdot 27^5 \cdot 2^{22}}$$

Lời giải

$$B = \frac{4^4 \cdot 9^4 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (-6)^8 \cdot 20} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} + 6^{16} \cdot 4^3}{2 \cdot 9^8 \cdot 8^7 - 7 \cdot 27^5 \cdot 2^{22}}$$

$$B = \frac{(2^2)^4 \cdot (3^2)^4 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (-2 \cdot 3)^8 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} + (2 \cdot 3)^{16} \cdot (2^2)^3}{2 \cdot (3^2)^8 \cdot (2^3)^7 - 7 \cdot (3^3)^5 \cdot 2^{22}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2^8 \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} + 2^{16} \cdot 3^{16} \cdot 2^6}{2 \cdot 3^{16} \cdot 2^{21} - 7 \cdot 3^{15} \cdot 2^{22}} \\
 &= \frac{2^8 \cdot 3^8 (1 - 2^2 \cdot 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} - \frac{3^{15} \cdot 2^{22} (1 + 3)}{3^{15} \cdot 2^{22} (3 - 7)} \\
 &= \frac{-11}{2^2 \cdot 6} - \frac{4}{-4} = \frac{-11}{24} + 1 = \frac{13}{24}
 \end{aligned}$$

Câu 12. (HSG 7 huyện Trục Ninh, tỉnh Nam Định, 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức:
$$A = \frac{7 \cdot 14^{10} \cdot 2 + 1024 \cdot 21 \cdot 7^{10}}{-10 \cdot 2^8 \cdot 7^9 \cdot 98 + 28^5 \cdot 7^6}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{7 \cdot 14^{10} \cdot 2 + 1024 \cdot 21 \cdot 7^{10}}{-10 \cdot 2^8 \cdot 7^9 \cdot 98 + 28^5 \cdot 7^6} = \frac{7 \cdot (2 \cdot 7)^{10} \cdot 2 + 2^{10} \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7^{10}}{-5 \cdot 2 \cdot 2^8 \cdot 7^9 \cdot 2 \cdot 7^2 + (2^2 \cdot 7)^5 \cdot 7^6} \\
 &= \frac{7 \cdot 2^{10} \cdot 7^{10} \cdot 2 + 2^{10} \cdot 3 \cdot 7^{11}}{-5 \cdot 2^{10} \cdot 7^{11} + 2^{10} \cdot 7^5 \cdot 7^6} = \frac{2^{11} \cdot 7^{11} + 2^{10} \cdot 3 \cdot 7^{11}}{-5 \cdot 2^{10} \cdot 7^{11} + 2^{10} \cdot 7^{11}} = \frac{2^{10} \cdot 7^{11} (2 + 3)}{2^{10} \cdot 7^{11} (-5 + 1)} = \frac{-5}{4}
 \end{aligned}$$

Câu 13. HSG 7 huyện Lục Ngạn, tỉnh Bắc Giang, 2022 - 2023)

Tính
$$A = \frac{49^5 \cdot 8^{10}}{14^7 \cdot 49 \cdot 4^{13}} - \frac{\frac{7}{10} - \frac{7}{12} + \frac{7}{5}}{0,8 - \frac{8}{12} + \frac{8}{5}}$$

Lời giải

Ta có:
$$A = \frac{49^5 \cdot 8^{10}}{14^7 \cdot 49 \cdot 4^{13}} - \frac{\frac{7}{10} - \frac{7}{12} + \frac{7}{5}}{0,8 - \frac{8}{12} + \frac{8}{5}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{7^{10} \cdot 2^{30}}{2^7 \cdot 7^7 \cdot 7^2 \cdot 2^{26}} - \frac{7 \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \frac{1}{5} \right)}{8 \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \frac{1}{5} \right)} \\
 &= \frac{7^{10} \cdot 2^{30}}{7^9 \cdot 2^{33}} - \frac{7}{8} \\
 &= \frac{7}{8} - \frac{7}{8} = 0
 \end{aligned}$$

Vậy $A = 0$.

Câu 14. HSG 7 huyện Lục Nam, tỉnh Bắc Giang, 2022 - 2023)

Thực hiện phép tính:
$$A = \left(\frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} + \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 100$$

Lời giải

$$A = \left(\frac{1,5 + 1 - 0,75}{2,5 + \frac{5}{3} - 1,25} + \frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{1890}{2005} + 100$$

$$A = \left(\frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{3} - \frac{5}{4}} + \frac{\frac{3}{8} - \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{\frac{-5}{8} + \frac{5}{10} - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} \right) : \frac{378}{401} + 100$$

$$A = \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{-5} \right) : \frac{378}{401} + 100 = 0 : \frac{378}{401} + 100 = 100$$

Câu 15. (HSG 7 huyện Trục Ninh, tỉnh Nam Định, 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức:
$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Lời giải

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 (1 + 2^3)}$$

$$= \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{-10}{3} = \frac{-19}{6}$$

$$B = \frac{-19}{6}$$

Vậy

Dạng 4. Tính tổng dãy phân số có quy luật

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)

Thực hiện phép tính :
$$B = \frac{10}{7 \cdot 12} + \frac{10}{12 \cdot 17} + \frac{10}{17 \cdot 22} + \dots + \frac{10}{2012 \cdot 2017} + \frac{10}{2017 \cdot 2022}$$

Lời giải

$$B = \frac{10}{7 \cdot 12} + \frac{10}{12 \cdot 17} + \frac{10}{17 \cdot 22} + \dots + \frac{10}{2012 \cdot 2017} + \frac{10}{2017 \cdot 2022}$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{5}{7 \cdot 12} + \frac{5}{12 \cdot 17} + \frac{5}{17 \cdot 22} + \dots + \frac{5}{2012 \cdot 2017} + \frac{5}{2017 \cdot 2022} \right)$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{2012} - \frac{1}{2017} + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2022} \right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{2022} \right)$$

$$= 2 \cdot \frac{2022 - 7}{2022 \cdot 7} = \frac{2015}{7077}$$

$$B = \frac{2015}{7077}$$

Vậy

Câu 2. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Lưu Khánh Đàm 2022 - 2023)

Thực hiện phép tính : $\frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \frac{7}{(3.4)^2} + \dots + \frac{19}{(9.10)^2}$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \frac{7}{(3.4)^2} + \dots + \frac{19}{(9.10)^2} \\ &= \frac{3}{1.4} + \frac{5}{4.9} + \frac{7}{9.16} + \dots + \frac{19}{81.100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{81} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Lưu Khánh Đàm 2022 - 2023)

Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Tính $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Từ } \frac{2a+b+c+d}{a} &= \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d} \\ \frac{2a+b+c+d}{a} - 1 &= \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1 \\ \frac{a+b+c+d}{a} &= \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \end{aligned}$$

Nếu $a+b+c+d=0$ thì $a+b=-(c+d)$; $(b+c)=-(a+d)$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$$

Nếu $a+b+c+d=0$ thì $a=b=c=d$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Duyên Hải 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức

$$B = 1 + (1+2) + (1+2+3) + (1+2+3+4) + \dots + (1+2+3+\dots+16)$$

Lời giải

Áp dụng công thức tính tổng các số hạng của dãy số cách đều

$$1+2+3+\dots+n = \frac{(1+n)n}{2} \quad \text{ta có:}$$

$$1+2=\frac{(1+2)2}{2}; \quad 1+2+3=\frac{(1+3)3}{2}; \quad 1+2+3+4=\frac{(1+4)4}{2}; \dots;$$

$$1+2+3+\dots+16=\frac{(1+16)16}{2}$$

Khi đó:

$$B=1+\frac{1}{2}\cdot\frac{(1+2)\cdot 2}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{(1+3)\cdot 3}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{(1+4)\cdot 4}{2}+\dots+\frac{1}{16}\cdot\frac{(1+16)\cdot 16}{2}$$

$$B=\frac{2+3+4+5+\dots+17}{2}$$

$$B=\frac{(2+17)\cdot 16}{2}$$

(Áp dụng công thức tính tổng các số hạng của dãy số cách đều)

$$B=152$$

Vậy $B=152$

Câu 5. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Văn Lang 2022 - 2023)

$$M=2-\frac{5}{3}+\frac{7}{6}-\frac{9}{10}+\frac{11}{15}-\frac{13}{21}+\frac{15}{28}-\frac{17}{36}+\frac{19}{45}$$

Tính giá trị biểu thức

Lời giải

$$M=2-\frac{5}{3}+\frac{7}{6}-\frac{9}{10}+\frac{11}{15}-\frac{13}{21}+\frac{15}{28}-\frac{17}{36}+\frac{19}{45}$$

$$=2\left(1-\frac{5}{6}+\frac{7}{12}-\frac{9}{20}+\frac{11}{30}-\frac{13}{42}+\frac{15}{56}-\frac{17}{72}+\frac{19}{90}\right)$$

$$=2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\dots-\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)=2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{10}\right)=\frac{6}{5}$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)

$$B=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}-\frac{1}{3^5}+\dots+\frac{1}{3^{100}}$$

Cho biểu thức: B =

$$C=4|B|+\frac{1}{3^{100}}$$

Tính giá trị của biểu thức: C =

Lời giải

$$B=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}-\frac{1}{3^5}+\dots+\frac{1}{3^{100}}$$

$$3.B=-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}-\frac{1}{3^4}+\dots+\frac{1}{3^{99}}$$

$$3B+B=-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}-\frac{1}{3^4}+\dots+\frac{1}{3^{199}}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}-\frac{1}{3^5}+\dots+\frac{1}{3^{100}}$$

$$4B=-1+\frac{1}{3^{100}}$$

$$C=4|B|+\frac{1}{3^{100}}=\left|-1+\frac{1}{3^{100}}\right|+\frac{1}{3^{100}}$$

$$C=1-\frac{1}{3^{100}}+\frac{1}{3^{100}}=1$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Kim Sơn, tỉnh Ninh Bình 2022 - 2023) Rút gọn:

$$A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$$

Lời giải

$$A = \frac{1}{100} - \frac{1}{100.99} - \frac{1}{99.98} - \frac{1}{98.97} - \dots - \frac{1}{3.2} - \frac{1}{2.1}$$

$$A = \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{100.99} + \frac{1}{99.98} + \frac{1}{98.97} + \dots + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{2.1} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{97.98} + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - \left(1 - \frac{1}{100} \right)$$

$$A = \frac{1}{100} - 1 + \frac{1}{100} = \frac{2}{100} - 1 = \frac{1}{50} - 1 = -\frac{49}{50}$$

Dạng 5. Tính tổng tự nhiên dạng tích

Câu 1. (HSG 7 huyện Tam Điệp, tỉnh Ninh Bình, trường 2022 - 2023)

Cho $f(x) = x^2 + x$. Tính tổng $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(47) + f(48)$

Lời giải

Ta có $f(x) = x^2 + x \Rightarrow f(x) = x(x+1)$

$$M = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(47) + f(48)$$

$$M = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 47.48 + 48.49$$

$$3M = 1.2(3-0) + 2.3(4-1) + 3.4(5-2) + \dots + 47.48(49-46) + 48.49(50-47)$$

$$3M = 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 + \dots + 47.48.49 - 46.47.48 + 48.49.50 - 47.48.49$$

$$3M = 48.49.50$$

$$M = \frac{48.49.50}{3} = 39200$$

Dạng 6. Tính tích

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \left(\frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{623}$

Lời giải

$$A = \left(\frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{1-3-5-7-\dots-49}{623}$$

$$= \left(\frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49} \right) \cdot \frac{2 - (1+3+5+7+\dots+49)}{623}$$

$$* \frac{2}{4.9} + \frac{2}{9.14} + \frac{2}{14.19} + \dots + \frac{2}{44.49}$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{5}{4.9} + \frac{5}{9.14} + \frac{5}{14.19} + \dots + \frac{5}{44.49} \right)$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right)$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right)$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{45}{4 \cdot 49} \right)$$

$$= \frac{9}{98}$$

* $1+3+5+7+\dots+49$ (có 25 số hạng)

$$= \frac{(49+1) \cdot 25}{2}$$

$$= 25 \cdot 25$$

$$= 625$$

Do đó

$$A = \left(\frac{2}{4 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 14} + \frac{2}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{2}{44 \cdot 49} \right) \cdot \frac{2 - (1+3+5+7+\dots+49)}{623}$$

$$= \frac{9}{98} \cdot \frac{2 - 625}{623}$$

$$= \frac{9}{98} \cdot \frac{-623}{623}$$

$$= \frac{-9}{98}$$

$$A = \frac{-9}{98}$$

Vậy

Câu 2. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Duyên Hải 2022 - 2023)

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\frac{2x+y-z}{z} = \frac{2y+z-x}{x} = \frac{x+2z-y}{y}$.

$$M = \frac{(3x-2y)(3y-2z)(3z-2x)}{(3x-z)(3y-x)(3z-y)}$$

Tính

Lời giải

Ta có 3 số thực dương x, y, z nên $x+y+z > 0$. Lại có:

$$\frac{2x+y-z}{z} = \frac{2y+z-x}{x} = \frac{x+2z-y}{y}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2x+y-z}{z} = \frac{2y+z-x}{x} = \frac{x+2z-y}{y} = \frac{(2x+y-z) + (2y+z-x) + (x+2z-y)}{z+x+y}$$

$$\frac{2x+y-z}{z} = \frac{2y+z-x}{x} = \frac{x+2z-y}{y} = \frac{2x+2y+2z}{z+x+y} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2x+y-z}{z} = 2 \\ \frac{2y+z-x}{x} = 2 \\ \frac{x+2z-y}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y-z=2z \\ 2y+z-x=2x \\ x+2z-y=2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=3z \\ 2y+z=3x \\ x+2z=3y \end{cases}$$

Khi đó: $3z-2x=y$; $3z-y=2x$

$$3x - 2y = z ; 3x - z = 2y$$

$$3y - 2z = x ; 3y - x = 2z$$

$$\text{Suy ra } M = \frac{(3x - 2y)(3y - 2z)(3z - 2x)}{(3x - z)(3y - x)(3z - y)} = \frac{z \cdot x \cdot y}{2y \cdot 2z \cdot 2x} = \frac{1}{8}$$

$$M = \frac{1}{8}.$$

Vậy

Câu 3. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Đức Thông 2022 - 2023)

$$x, y, z \text{ thỏa mãn: } \frac{x + y - 2020z}{z} = \frac{y + z - 2020x}{x} = \frac{x + z - 2020y}{y}$$

Cho

$$\text{Tính } C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right)$$

Lời giải

Áp dụng tích chất dãy tỷ số bằng nhau

$$\frac{x + y - 2020z}{z} = \frac{y + z - 2020x}{x} = \frac{x + z - 2020y}{y} = \frac{2x + 2y + 2z - 2020x - 2020y - 2020z}{x + y + z} = \frac{-2018(x + y + z)}{x + y + z} = -2018$$

Nếu $x + y + z = 0$

$$\frac{x + y - 2020z}{z} = -2018 \Rightarrow x + y = 2z$$

$$\frac{y + z - 2020x}{x} = -2018 \Rightarrow y + z = 2x$$

$$\frac{x + z - 2020y}{y} = -2018 \Rightarrow x + z = 2y$$

$$\text{Do đó } C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right) = \left(\frac{x+y}{y}\right) \left(\frac{y+z}{z}\right) \left(\frac{z+x}{x}\right) = \left(\frac{2z}{y}\right) \left(\frac{2x}{z}\right) \left(\frac{2y}{x}\right) = \frac{8xyz}{xyz} = 8$$

Nếu $x + y + z \neq 0$

$$x + y = -z$$

$$y + z = -x$$

$$x + z = -y$$

$$C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right) = \left(\frac{x+y}{y}\right) \left(\frac{y+z}{z}\right) \left(\frac{z+x}{x}\right) = \frac{-z}{y} \cdot \frac{-x}{z} \cdot \frac{-y}{x} = \frac{-xyz}{xyz} = -1 \quad (\text{vì } x, y, z \neq 0)$$

$$C = 8 \text{ hoặc } C = -1$$

Vậy

Câu 4. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Minh Khai 2022 - 2023)

$$B = \frac{(1+17) \left(1 + \frac{17}{2}\right) \left(1 + \frac{17}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{17}{19}\right)}{(1+19) \left(1 + \frac{19}{2}\right) \left(1 + \frac{19}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{19}{17}\right)}$$

Tính giá trị của các biểu thức:

Lời giải

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{(1+17)\left(1+\frac{17}{2}\right)\left(1+\frac{17}{3}\right)\dots\left(1+\frac{17}{19}\right)}{(1+19)\left(1+\frac{19}{2}\right)\left(1+\frac{19}{3}\right)\dots\left(1+\frac{19}{17}\right)} = \frac{18 \cdot \frac{19}{2} \cdot \frac{20}{3} \cdot \frac{21}{4} \dots \frac{36}{19}}{20 \cdot \frac{21}{2} \cdot \frac{22}{3} \cdot \frac{23}{4} \dots \frac{36}{17}} \\
 &= \frac{18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \dots 36}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 17 \cdot 18 \cdot 19} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 17}{20 \cdot 21 \cdot 22 \dots 36} \\
 &= \frac{20 \cdot 21 \dots 36}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 17} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 17}{20 \cdot 21 \cdot 22 \dots 36} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Trục Ninh, tỉnh Nam Định 2022 - 2023)

Tính:
$$B = \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{9} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{16} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{121} - 1\right)$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 B &= \left(\frac{1}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{9} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{16} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{100} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{121} - 1\right) = \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-8}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \dots \frac{-99}{10^2} \cdot \frac{-120}{11^2} \\
 B &= \frac{3 \cdot 8 \cdot 15 \dots 99 \cdot 120}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \dots 10^2 \cdot 11^2} = \frac{(1 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 5) \dots (9 \cdot 11) \cdot (10 \cdot 12)}{(2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (4 \cdot 4) \dots (10 \cdot 10) \cdot (11 \cdot 11)} \\
 &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 10 \cdot 11} \cdot \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 11 \cdot 12}{2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 10 \cdot 11} = \frac{1}{11} \cdot \frac{12}{2} = \frac{6}{11}
 \end{aligned}$$

Dạng 8. Tính tổng cùng cơ số

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Minh Khai 2022 - 2023)

Rút gọn:
$$B = (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017}.$$

Lời giải

$$(-5)B = (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017} + (-5)^{2018}.$$

$$B = (-5)^0 + (-5)^1 + (-5)^2 + (-5)^3 + \dots + (-5)^{2016} + (-5)^{2017}.$$

Do đó:
$$(-5)B - B = (-6)B = (-5)^{2018} - 1$$

Vậy
$$B = \frac{(-5)^{2018} - 1}{-4} = \frac{1 - 5^{2018}}{4}$$

Dạng 9. Tính tỉ số của hai tổng

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)

Cho
$$|2023x_1 - 2022y_1| + |2023x_2 - 2022y_2| + \dots + |2023x_{100} - 2022y_{100}| \leq 0$$

Tính
$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{100}}{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{100}}.$$

Lời giải

1) Ta có

$$|2023x_1 - 2022y_1| \geq 0$$

$$|2023x_2 - 2022y_2| \geq 0$$

...

$$|2023x_{100} - 2022y_{100}| \geq 0$$

$$\Rightarrow (2023x_1 - 2022y_1)^2 + (2023x_2 - 2022y_2)^2 + \dots + (2023x_{100} - 2022y_{100})^2 \geq 0$$

Theo bài ra ta có:

$$|2023x_1 - 2022y_1| + |2023x_2 - 2022y_2| + \dots + |2023x_{100} - 2022y_{100}| \leq 0$$

Suy ra:

$$\begin{cases} |2023x_1 - 2022y_1| = 0 \\ |2023x_2 - 2022y_2| = 0 \\ \vdots \\ |2023x_{100} - 2022y_{100}| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2023x_1 = 2022y_1 \\ 2023x_2 = 2022y_2 \\ \vdots \\ 2023x_{100} = 2022y_{100} \end{cases} \Rightarrow \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_{100}}{y_{100}} = \frac{2022}{2023} \quad (1)$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2} = \dots = \frac{x_{100}}{y_{100}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{100}}{y_1 + y_2 + \dots + y_{100}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{100}}{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{100}} = \frac{2022}{2023} \quad (\text{đpcm})$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Bắc Sơn 2022 - 2023)

Tính hợp lí giá trị biểu thức:

$$B = \frac{2021.1 + 2020.2 + 2019.3 + \dots + 2.2020 + 1.2021}{1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2020.2021 + 2021.2022}$$

Lời giải

$$B = \frac{2021.1 + 2020.2 + 2019.3 + \dots + 2.2020 + 1.2021}{1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 2020.2021 + 2021.2022}$$

$$\text{Đặt } C = 2021.1 + 2020.2 + 2019.3 + \dots + 2.2020 + 1.2021$$

$$= (1 + 2 + \dots + 2021) + (1 + 2 + \dots + 2020) + \dots + (1 + 2) + 1$$

$$= \frac{2021.2022}{2} + \frac{2020.2021}{2} + \dots + \frac{2.3}{2} + \frac{1.2}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (1.2 + 2.3 + \dots + 2020.2021 + 2021.2022)$$

$$\text{Do đó } B = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{1}{2}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Thủ Độ 2022 - 2023)

$$A = \frac{92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

Tính giá trị của

Lời giải

$$A = \frac{92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

Ta có

$$A = \frac{(1 - \frac{1}{9}) + (1 - \frac{2}{10}) + (1 - \frac{3}{11}) + \dots + (1 - \frac{92}{100})}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

$$A = \frac{\frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \frac{8}{11} + \dots + \frac{8}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

$$A = \frac{8(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100})}{\frac{1}{5}(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{100})} = 40$$

$$A = 40$$

Vậy

Câu 4. (HSG 7 huyện Quan Hóa, tỉnh, trường Thanh Hóa 2022 - 2023)

Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính $M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$

Lời giải

Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20}$, $\frac{y}{5} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{y}{20} = \frac{z}{24} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24}$ (1).

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24} = \frac{2x}{30} = \frac{3y}{60} = \frac{4z}{96} = \frac{2x+3y+4z}{30+60+96}$$

$$\frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24} = \frac{3x}{45} = \frac{4y}{80} = \frac{5z}{120} = \frac{3x+4y+5z}{45+80+120}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{30+60+96} : \frac{3x+4y+5z}{45+80+120} = \frac{2x}{30} : \frac{3x}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{186} \cdot \frac{245}{3x+4y+5z} = 1$$

$$\Rightarrow M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z} = \frac{186}{245}$$

$$M = \frac{186}{245}$$

Vậy

Dạng 10. Tính giá trị của biểu thức

Câu 1. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức $f(x) = x^5 - 2018x^4 + 2016x^3 + 2018x^2 - 2016x - 2017$ tại $x = 2017$

Lời giải

$$f(x) = x^5 - 2018x^4 + 2016x^3 + 2018x^2 - 2016x - 2017 \text{ tại } x = 2017$$

Ta có $x = 2017 \Rightarrow \begin{cases} 2018 = x + 1 \\ 2016 = x - 1 \end{cases}$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} f(2017) &= x^5 - (x+1)x^4 + (x-1)x^3 + (x+1)x^2 - (x-1)x - x \\ &= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 - x^3 + x^3 + x^2 - x^2 + x - x = 0 \end{aligned}$$

$$f(2017) = 0$$

Vậy

Câu 2. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Minh Khai 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 2025$ tại x, y thỏa mãn:

$$|x-1| + (y+2)^{20} = 0$$

Lời giải

Do $|x-1| \geq 0$; $(y+2)^{20} \geq 0$ với mọi x, y .

Kết hợp $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$ suy ra $|x-1| = 0$ và $(y+2)^{20} = 0$
 $\Rightarrow x = 1; y = -2$.

Giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 2025$ tại $x = 1; y = -2$ là:

$$C = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 2025 = 2 + 40 + 2025 = 2067$$

Vậy $C = 2067$

Câu 3. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)

Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện: $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$.

Hãy tính giá trị của biểu thức $C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$.

Lời giải

B là tích của 99 số âm, do đó:

$$-B = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{100^2}\right)$$

$$\begin{aligned}
 -B &= \frac{1.3}{2^2} \cdot \frac{2.4}{3^2} \cdot \frac{3.5}{4^2} \cdots \frac{99.101}{100^2} \\
 -B &= \frac{1.2.3.4 \cdots 98.99}{2.3.4 \cdots 99.100} \cdot \frac{3.4.5 \cdots 100.101}{2.3.4 \cdots 99.100} \\
 -B &= \frac{1}{100} \cdot \frac{101}{2} \\
 -B &= \frac{101}{200}
 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \frac{101}{200} > \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \text{ nên } -B > \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow B < -\frac{1}{2} \text{ . Vậy } B < -\frac{1}{2}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)

Cho biểu thức $P = x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1$. Tính giá trị biểu thức P với $x = 99$.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 P &= x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1 \\
 P &= x^{99} - 99x^{98} - x^{98} + 99x^{97} + x^{99} - 99x^{96} - x^{96} + \dots + 99x + x - 1 \\
 P &= x^{98}(x - 99) - x^{97}(x - 99) + x^{96}(x - 99) - \dots - x(x - 99) + (x - 1) \\
 P &= (x - 99)(x^{98} - x^{97} + x^{96} - \dots - x) + (x - 1)
 \end{aligned}$$

Với $x = 99$, ta có:

$$P = (99 - 99)(99^{98} - 99^{97} + 99^{96} - \dots - 99) + (99 - 1) = 98$$

Vậy $P = 98$ với $x = 99$

Câu 5. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Dân Chủ 2022 - 2023)

$$x + y + z = 2023 \text{ và } \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{7}$$

Cho

$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}$$

Tính

Lời giải

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} \\
 &= \left(\frac{x}{y+z} + 1 \right) + \left(\frac{y}{x+z} + 1 \right) + \left(\frac{z}{x+y} + 1 \right) - 3 \\
 &= \frac{x+y+z}{y+z} + \frac{x+y+z}{x+z} + \frac{x+y+z}{x+y} - 3 \\
 &= (x+y+z) \left(\frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} + \frac{1}{x+y} \right) - 3
 \end{aligned}$$

$$\text{Mà } x + y + z = 2023 \text{ và } \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{7}$$

$$\text{Do đó } P = 2023 \cdot \frac{1}{7} - 3 = 289 - 3 = 286$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Đức Thông 2022 - 2023)

Cho ba số thực $a, b, c \neq 0$ và đôi một khác nhau thỏa mãn:

$$a^2 \cdot (b+c) = b^2 \cdot (a+c) = 2023. \text{ Tính giá trị biểu thức: } H = c^2 \cdot (a+b)$$

Lời giải

$$\text{Từ } a^2 \cdot (b+c) = b^2 \cdot (a+c) = 2023$$

$$\frac{a}{ab+bc} = \frac{b}{ab+ac} = \frac{a-b}{-c(a-b)} = \frac{1}{-c} \quad \text{vì } a \neq b$$

$$\Rightarrow ab+bc = -ac \Rightarrow b(a+c) = -ac \Rightarrow b^2(a+c) = -abc \quad (1)$$

$$\text{Từ } \Rightarrow ac+bc = -ab \Rightarrow c(a+b) = -ab \Rightarrow c^2(a+b) = -abc \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow c^2(a+b) = c^2(a+c)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow c^2(a+b) = c^2(a+c)$$

$$\text{Mà } b^2 \cdot (a+c) = 2023 \Rightarrow H = c^2 \cdot (a+b) = 2023$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Kim Trung 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức $A = (x-3)^{2019} + (x-y-1)^{2020} + 2021$

biết rằng $x; y$ thỏa mãn đẳng thức $\left[(x-2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} = 19$

Lời giải

Ta có: $(x-2)^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$(x-2)^2 + 4 \geq 4$$

$$\left[(x-2)^2 + 4 \right]^2 \geq 4^2 = 16 \quad (1)$$

Ta có: $(x+2y-6)^2 \geq 0$ với mọi $x; y \in \mathbb{R}$ nên $\sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} \geq \sqrt{9} = 3 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta suy ra:

$$\left[(x-2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} \geq 16 + 3 = 19$$

Vậy biểu thức $\left[(x-2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x+2y-6)^2 + 9} = 19$ khi $\begin{cases} (x-2)^2 = 0 \\ (x+2y-6)^2 = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x+2y-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

Thay $x=2; y=2$ vào biểu thức A đã cho ta được:

$$A = (2-3)^{2019} + (2-2-1)^{2020} + 2021$$

$$= (-1)^{2019} + (-1)^{2020} + 2021 = 2021$$

Vậy $A = 2021$

Câu 8. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Thủ Độ 2022 - 2023)

Cho 3 số a, b, c thỏa mãn $a.b.c = 1$. Tính $S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$

Lời giải

Ta có
$$S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$$

$$S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+abc} + \frac{1}{abc+c+ac} \quad (\text{Vì } abc=1)$$

$$S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+1} + \frac{abc}{c(ab+1+a)} \quad (\text{Vì } abc=1)$$

$$S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+1} + \frac{ab}{ab+1+a}$$

$$S = \frac{1+a+ab}{1+a+ab} = 1$$

Câu 9. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Văn Lang 2022 - 2023)

Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Tính giá trị của biểu thức:
$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

Lời giải

Từ:
$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

$$\frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1$$

Suy ra:
$$\frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \quad (*)$$

Nếu $a+b+c+d=0 \Rightarrow a+b=-(c+d)$; $(b+c)=-(a+d)$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$$

Nếu $a+b+c+d \neq 0$ thì từ (*), ta có $a=b=c=d$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4$$

Vậy $M=4$ nếu $a+b+c+d \neq 0$

$M=-4$ nếu $a+b+c+d=0$

Câu 10. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Văn Lang 2022 - 2023)

Cho các số x, y thỏa mãn $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \leq 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = 402x^2y + 284xy^2$.

Lời giải

a) Vì $(x-3)^4 \geq 0$; $(2y-1)^{2020} \geq 0$ với mọi x, y nên

$$(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \geq 0 \text{ với mọi } x, y.$$

Mà theo đề bài: $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \leq 0$

Suy ra $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} = 0$

Hay: $(x-3)^4 = 0$ và $(2y-1)^{2020} = 0$

suy ra $x=3; y=\frac{1}{2}$

Khi đó tính được: $M=2022$

Câu 11. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)

Cho bốn số khác không a, b, c, d thỏa mãn điều kiện: $b^2 = a.c$; $c^2 = b.d$

và $a=2022$; $d=2023$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3}$.

Lời giải

Theo bài ra ta có:

$$b^2 = a.c \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$c^2 = b.d \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} \quad (3)$$

Mặt khác: $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \quad (2)$

Từ (1) (2) ta có: $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d} \quad (4)$

Từ (3) (4) ta có: $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d} = \frac{2022}{2023}$

Vậy $E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{2022}{2023}$

Câu 12. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Lê Tư Thành 2022 - 2023)

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = 2022.x + y^{2023} + z^{2023}$.

Lời giải

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$$

$$\frac{1}{x+y+z} = 2 \Rightarrow x+y+z = 0,5 \Rightarrow \frac{0,5-x+1}{x} = \frac{0,5-y+2}{y} = \frac{0,5-z-3}{z} = 2$$

Suy ra $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{5}{6}$; $z = -\frac{5}{6}$

Khi đó ta có $2022.x + y^{2023} + z^{2023} = 2022. + 0 = 1011$

$$\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

Vậy với x, y, z là các số thực thỏa mãn

thì giá trị của biểu thức $2022.x + y^{2023} + z^{2023}$ là 1011

Câu 13. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Phạm Kinh Ân 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức : $6x^2 + 5x - 2$ tại x thỏa mãn $|x - 2| = 1$

Lời giải

Ta có $|x - 2| = 1$ suy ra:

$$* x - 2 = 1$$

$$x = 3$$

$$* x - 2 = -1$$

$$x = 1$$

Thay $x = 1$ vào biểu thức ta được $6.1 + 5.1 - 2 = 9$

Thay $x = 3$ vào biểu thức ta được $6.3 + 5.3 - 2 = 67$

Câu 14. (HSG 7 huyện Kim Sơn, tỉnh Ninh Bình, trường 2022 - 2023)

Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$.

Lời giải

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy) = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\begin{cases} (2x - 5)^{2018} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2020} \geq 0 \end{cases}$$

Ta có:

$$\Rightarrow (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \geq 0$$

$$\text{Mà } (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 5)^{2018} = 0 \\ (3y + 4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Thay vào M ta được

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

Câu 15. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường 2022 - 2023)

Cho $a + b + c = 2022$ và $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{1}{2022}$. Tính $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$.

Lời giải

Vì $a + b + c = 2022$ nên:

$$a = 2022 - (b + c), b = 2022 - (a + c), c = 2022 - (a + b)$$

Do đó:

$$S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = \frac{2022 - (b+c)}{b+c} + \frac{2022 - (a+c)}{a+c} + \frac{2022 - (a+b)}{a+b}$$

$$= 2022 \cdot \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) - 3 = 2022 \cdot \frac{1}{2022} - 3 = 1 - 3 = -2$$

Câu 16. (HSG 7 huyện Lục Ngạn, tỉnh Bắc Giang, trường 2022 - 2023)

$$K = 10x - 10y + 3x^2y(x - y) + 2021(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2022}{2023} \right)^0$$

Tính giá trị của

$$\text{biết } x - y = 0.$$

Lời giải

$$K = 10x - 10y + 3x^2y(x - y) + 2021(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2022}{2023} \right)^0$$

Ta có

$$= 10(x - y) + 3x^2y(x - y) + 2021xy(y - x) + 1$$

$$\text{Vì } x - y = 0 \text{ nên } K = 0 + 1 = 1$$

$$\text{Vậy } K = 1$$

Câu 17. (HSG 7 thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức $x^{2021} - 2022x^{2020} + 2022x^{2019} - 2022x^{2018} + \dots - 2022x^2 + 2022x + 1$ tại $x = 2021$

Lời giải

Ta có tại $x = 2021$

$$\begin{aligned} & x^{2021} - 2022x^{2020} + 2022x^{2019} - 2022x^{2018} + \dots - 2022x^2 + 2022x + 1 \\ &= x^{2021} - (2021+1)x^{2020} + (2021+1)x^{2019} - (2021+1)x^{2018} + \dots - (2021+1)x^2 + (2021+1)x + 1 \\ &= x^{2021} - (x+1)x^{2020} + (x+1)x^{2019} - (x+1)x^{2018} + \dots - (x+1)x^2 + (x+1)x + 1 \\ &= x^{2021} - x^{2021} - x^{2020} + x^{2020} + x^{2019} - x^{2019} - x^{2018} + \dots - x^3 - x^2 + x^2 + x + 1 \\ &= x + 1 \\ &= 2021 + 1 \\ &= 2022 \end{aligned}$$

Câu 18. (HSG 7 thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, 2022 - 2023)

Cho ba số x, y, z là ba số khác 0 thỏa mãn điều kiện $\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}$. Hãy tính giá

trị của biểu thức: $C = \left(1 + \frac{x}{y} \right) \left(1 + \frac{y}{z} \right) \left(1 + \frac{z}{x} \right)$

Lời giải

Với ba số x, y, z là ba số khác 0 và áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z} = \frac{y+z-x+z+x-y+x+y-z}{x+y+z} = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$$

Ta có

$$\Rightarrow \begin{cases} y+z-x=x \\ x+z-y=y \\ x+y-z=z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+z=2x \\ x+z=2y \\ x+y=2z \end{cases}$$

$$C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right) = \left(\frac{x+y}{y}\right) \left(\frac{y+z}{z}\right) \left(\frac{z+x}{x}\right) = \frac{2z}{y} \cdot \frac{2x}{z} \cdot \frac{2y}{x} = 8$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>