

HH6. CHUYÊN ĐỀ 2 - HÌNH HỌC TRỰC QUAN

CHỦ ĐỀ 3: ỨNG DỤNG TÍNH ĐỐI XỨNG TRONG TỰ NHIÊN

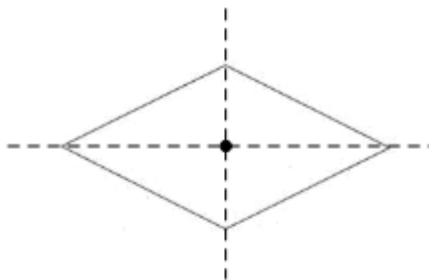
PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. HÌNH CÓ TÍNH ĐỐI XỨNG

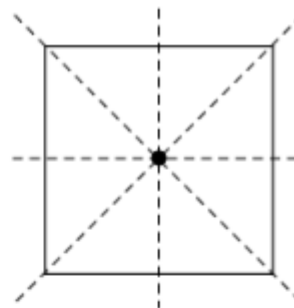
- Hình có trục đối xứng còn được gọi là hình đối xứng trục. Hình có tâm đối xứng còn được gọi là hình đối xứng tâm. Hình có trục đối xứng hoặc có tâm đối xứng hoặc vừa có trục đối xứng, vừa có tâm đối xứng được gọi là hình có tính đối xứng.
- Có đường thẳng d chia hình thành hai phần, mà nếu “gấp” hình theo đường thẳng d thì hai phần đó “chồng khít” lên nhau. Những hình như thế gọi là hình có trục đối xứng và đường thẳng d được gọi là trục đối xứng của hình đó.
- Mỗi hình có một điểm O , mà khi quay hình đó xung quanh điểm O đúng một nửa vòng thì hình thu được “chồng khít” với chính nó ở vị trí ban đầu (trước khi quay). Những hình như thế gọi là hình có tâm đối xứng và điểm O được gọi là tâm đối xứng của hình đó.
- Đoạn thẳng có 1 trục đối xứng là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó. Tâm đối xứng của đoạn thẳng chính là trung điểm của nó.
- Hình thoi có 2 trục đối xứng chính là hai đường chéo của nó. Tâm đối xứng của hình thoi là giao điểm của hai đường chéo.
- Hình vuông có 4 trục đối xứng, đó là hai đường chéo và mỗi đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh đối diện của hình vuông. Tâm đối xứng của hình vuông là giao điểm của hai đường chéo.
- Hình chữ nhật có 2 trục đối xứng. Mỗi đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh đối diện là một trục đối xứng của hình chữ nhật. Tâm đối xứng của hình chữ nhật là giao điểm của hai đường chéo.
- Hình bình hành không có trục đối xứng. Tâm đối xứng của nó là giao điểm của hai đường chéo.
- Hình tròn có vô số trục đối xứng và mỗi đường thẳng đi qua tâm là một trục đối xứng của hình tròn. Tâm của hình tròn chính là tâm đối xứng của hình tròn đó.
- Hình thang cân có 1 trục đối xứng và trục đối xứng là đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân. Hình thang cân không có tâm đối xứng.
- Tam giác đều có 3 trục đối xứng. Mỗi trục đối xứng là đường thẳng đi qua một đỉnh của tam giác và trung điểm của cạnh đối diện trong tam giác đó. Tam giác đều không có tâm đối xứng.
- Hình lục giác đều có 6 trục đối xứng và trục đối xứng là các đường thẳng đi qua một cặp đỉnh đối diện và các đường thẳng đi qua các trung điểm của một cặp cạnh đối diện. Tâm đối xứng của hình lục giác đều là giao điểm của các đường chéo chính.



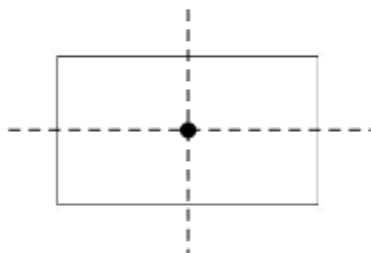
Đoạn thẳng



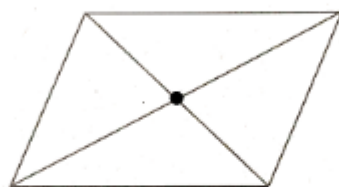
Hình thoi



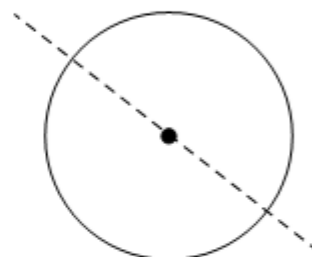
Hình vuông



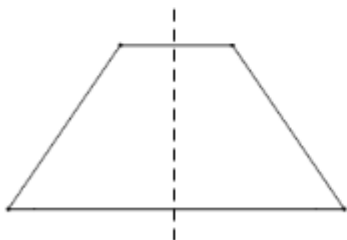
Hình chữ nhật



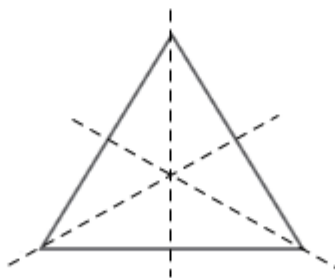
Hình bình hành



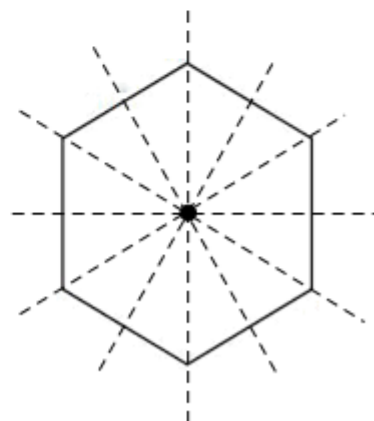
Hình tròn



Hình thang cân



Hình tam giác đều



Hình lục giác đều

2. VAI TRÒ CỦA TÍNH ĐỐI XỨNG TRONG THẾ GIỚI TỰ NHIÊN

- Từ xưa đến nay, những hình có tính đối xứng được coi là cân đối, hài hòa. Con người đã học hỏi và áp dụng tính đối xứng trong thế giới tự nhiên, cũng như trong khoa học kỹ thuật và đời sống.

- Trong tự nhiên, tính đối xứng được thể hiện rất đa dạng, phong phú. Ví dụ: mặt trời, cầu vồng, con công, con bướm, chiếc lá, ...

- Trong nghệ thuật, trang trí hầu hết thiết kế về kiến trúc, đồ họa hay một tác phẩm nghệ thuật đều phải thực hiện tốt yếu tố cân bằng. Vì thế, bố cục đối xứng thường được sử dụng trong các tác phẩm nghệ thuật hay kiến trúc.
- Trong thiết kế, công nghệ, chúng ta cũng dễ dàng nhận ra các bố cục có tính đối xứng. Các công trình hay máy móc muốn tồn tại, ổn định, bền vững và có được vẻ đẹp, bắt mắt thì phải chú trọng đến tính cân xứng.
- Đối xứng là công cụ chủ yếu để kết nối giữa toán học với khoa học và nghệ thuật.

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI

Dạng 1: Xác định tính đối xứng của một hình trong tự nhiên

I. Phương pháp giải

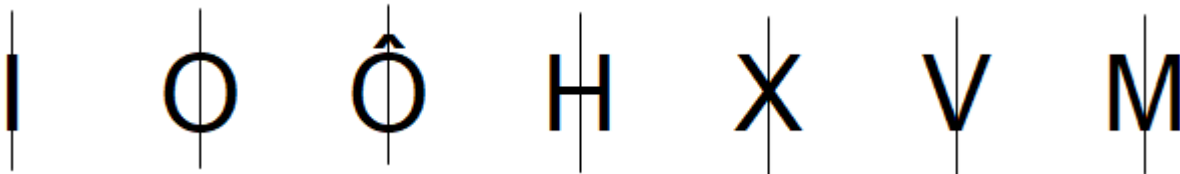
- Để xác định tính đối xứng của một hình, ta cần xác định trục đối xứng hoặc tâm đối xứng của hình đó.
- Để xác định trục đối xứng của một hình, ta xác định một đường thẳng d chia hình thành hai phần mà nếu “gấp” hình theo đường thẳng d thì hai phần đó “chồng khít” lên nhau.
- Để xác định tâm đối xứng của một hình, ta xác định một điểm O , mà khi quay hình đó xung quanh điểm O đúng một nửa vòng thì hình thu được “chồng khít” với chính nó ở vị trí ban đầu (trước khi quay).

II. Bài toán

Bài 1: Trong bảng các chữ cái in hoa, hãy chỉ ra các chữ cái có đối xứng trục thẳng đứng, các chữ cái có đối xứng trục nằm ngang, các chữ cái có hai trục đối xứng, các chữ cái có tâm đối xứng. Xác định các trục đối xứng, tâm đối xứng của nó.

Lời giải:

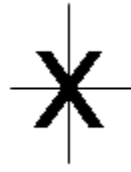
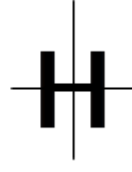
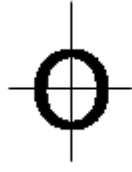
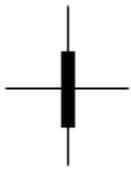
- Các chữ cái có đối xứng trục thẳng đứng là: A, Ă, Â, W, T, Y, U, I, O, Ô, H, X, V, M.



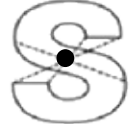
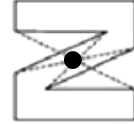
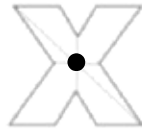
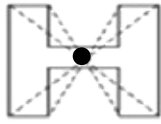
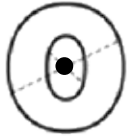
- Các chữ cái có đối xứng trục nằm ngang là: E, I, O, D, H, X, C, B, K.



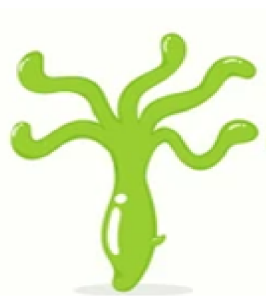
- Các chữ cái có hai trục đối xứng là: I, O, H, X.



- Các chữ cái có tâm đối xứng là: I, O, H, X, N, Z, S.



Bài 2: Ứng dụng tính đối xứng vào các loài động vật trong thiên nhiên, người ta chia thành các loại: đối xứng hai bên (đối xứng song phương) và đối xứng tỏa tròn (đối xứng xuyên tâm), một số ít loài không có tính đối xứng. Hãy sắp xếp các loài vật sau vào các kiểu đối xứng.



Thủy tức



Bọt biển



Hổ



Rùa



Châu chấu



Chim



Placozoa



Sao biển



San hô



Sứa



Cá



Hải quỳ

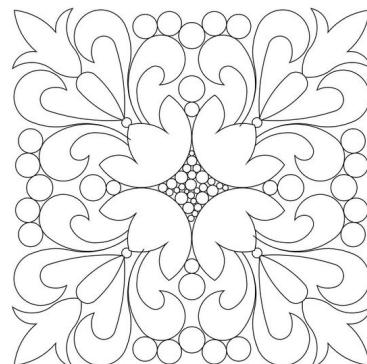
Lời giải:

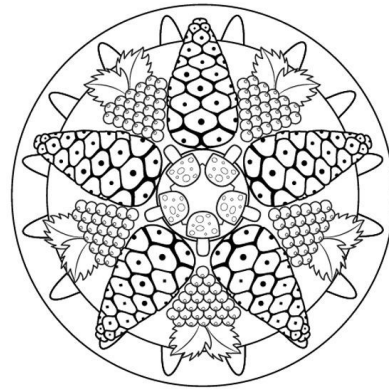
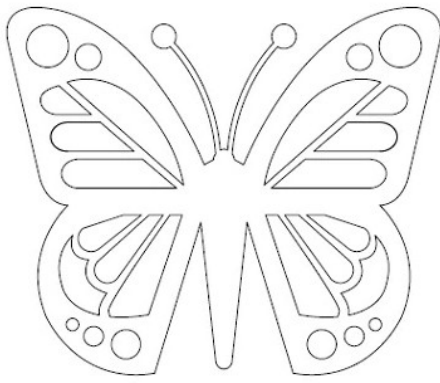
- Các động vật đối xứng hai bên là: hổ, rùa, châu chấu, chim, cá.
- Các động vật đối xứng tỏa tròn là: thủy tức, sao biển, san hô, sứa, hải quỳ.
- Các động vật không đối xứng là: bọt biển, placoza.

Nhận xét:

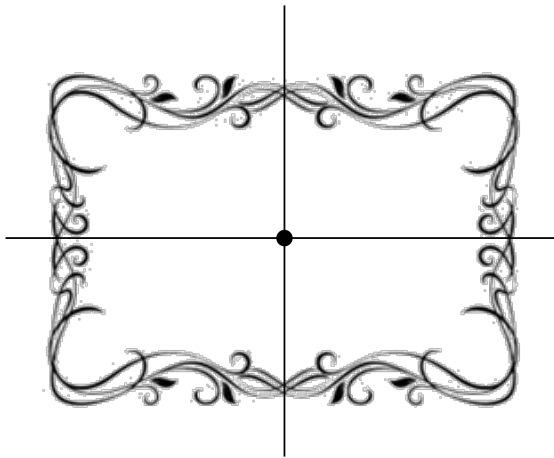
- Các động vật có biểu hiện đối xứng song phương (đối xứng hai bên) thường có vùng đầu và đuôi (trước và sau), trên và dưới (lưng và bụng) và hai bên trái và phải. Hầu hết đều có một bộ não nằm ở đầu, là một phần của hệ thần kinh phát triển tốt và thậm chí có thể có cả bên phải và bên trái. Ngoài việc có một hệ thống thần kinh phát triển hơn, động vật đối xứng hai bên có thể di chuyển nhanh hơn so với động vật có cơ thể khác. Cơ thể đối xứng hai bên này giúp động vật tìm kiếm thức ăn hoặc thoát khỏi những kẻ săn mồi tốt hơn.
- Nhiều loài động vật, kể cả con người, thể hiện tính đối xứng hai bên. Ví dụ, việc chúng ta có mắt, cánh tay và chân ở cùng một vị trí trên mỗi bên của cơ thể khiến chúng ta đối xứng song phương.

Bài 3: Trong hội họa, các nhà thiết kế cũng đã ứng dụng tính đối xứng để thiết kế các hoa văn trang trí, để thể hiện sự cân đối, hài hòa, mang tính thẩm mỹ. Xác định trục đối xứng và tâm đối xứng của các hình sau.

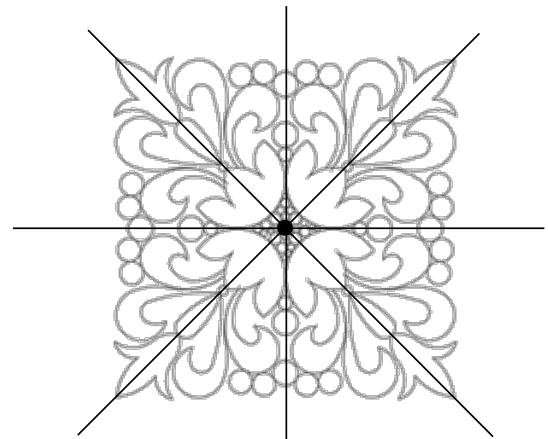




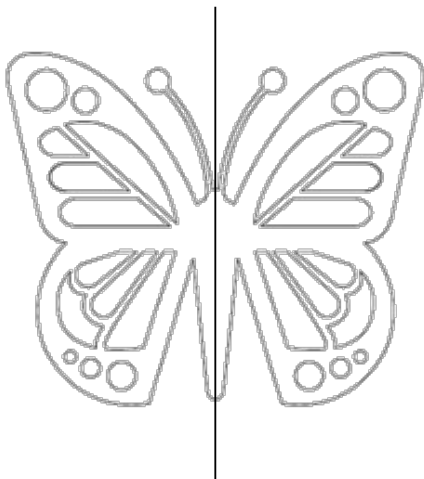
Lời giải:



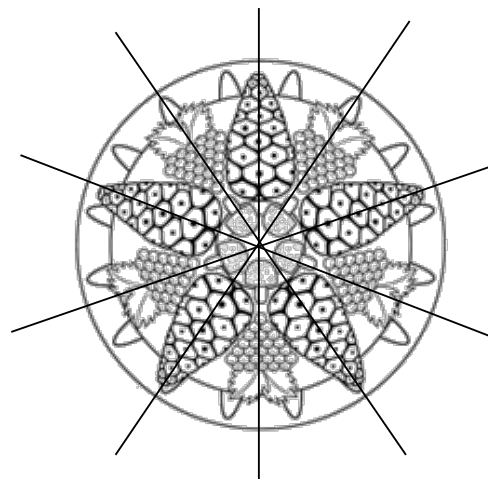
Có 2 trục đối xứng, 1 tâm đối xứng



Có 4 trục đối xứng, 1 tâm đối xứng



Có 1 trục đối xứng, không có tâm đối xứng



Có 5 trục đối xứng, không có tâm đối xứng

Bài 4: Tính đối xứng tạo nên sự cân đối, hài hòa giữa các hình. Tuy nhiên, không phải lúc nào ta cũng có thể gấp hình để tìm trục đối xứng của nó. Em hãy quan sát và vẽ phác thảo trục đối xứng của các hình dưới đây.



Chùa Thiên Mụ



Nhà thờ Đức Bà



Văn miếu Quốc Tử Giám



Cố đô Huế



Lăng Khải Định



Di tích Đồng Khởi Bến Tre

Lời giải:



Bài 5: Chúng ta có thể thấy tính đối xứng cũng biểu hiện trên các biển báo giao thông. Theo em, hình nào sau đây có tâm đối xứng?, hình nào có trục đối xứng? Em có biết ý nghĩa của từng hình?



Hình 1



Hình 2



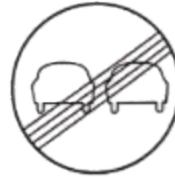
Hình 3



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Lời giải:

- Hình có tâm đối xứng là: hình 1, hình 4.
- Hình có trục đối xứng là: hình 1, hình 3, hình 4.
- Ý nghĩa:



Cấm đi ngược chiều



Cấm ô tô



Các xe chỉ được rẽ trái
và rẽ phải



Cấm đỗ xe



Nhường cho xe ngược
chiều qua đường hẹp



Hết cấm vượt

Dạng 2: Vẽ hình có tính đối xứng và ứng dụng tính đối xứng trong tự nhiên.

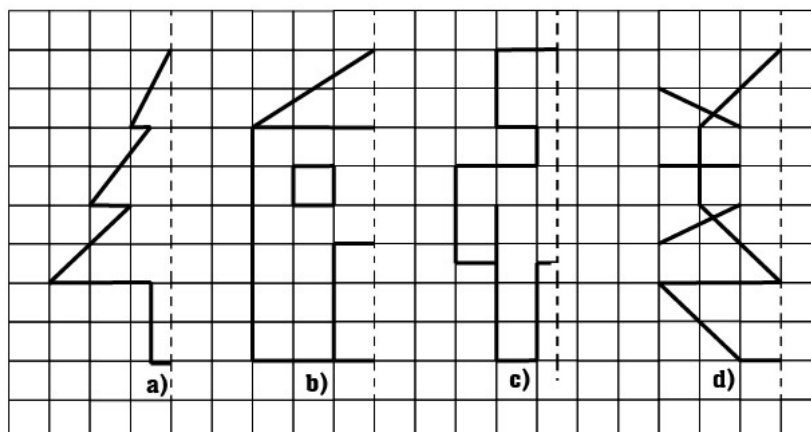
I. Phương pháp giải

- Vận dụng tính đối xứng trục và đối xứng tâm để vẽ thêm phần còn lại của 1 hình khi biết một nửa của nó.
- Sưu tầm những hình ảnh thực tế liên qua đến tính đối xứng để thấy được tính đa dạng của đối xứng trong tự nhiên và tìm hiểu ý nghĩa của đối xứng trong cuộc sống.
- Để cắt một chữ cái có trục đối xứng ta có thể gấp đôi tờ giấy theo trục đối xứng ấy để cắt. Khi đó ta chỉ phải cắt một nửa chữ cái và nhận được chữ cái khi mở ra.

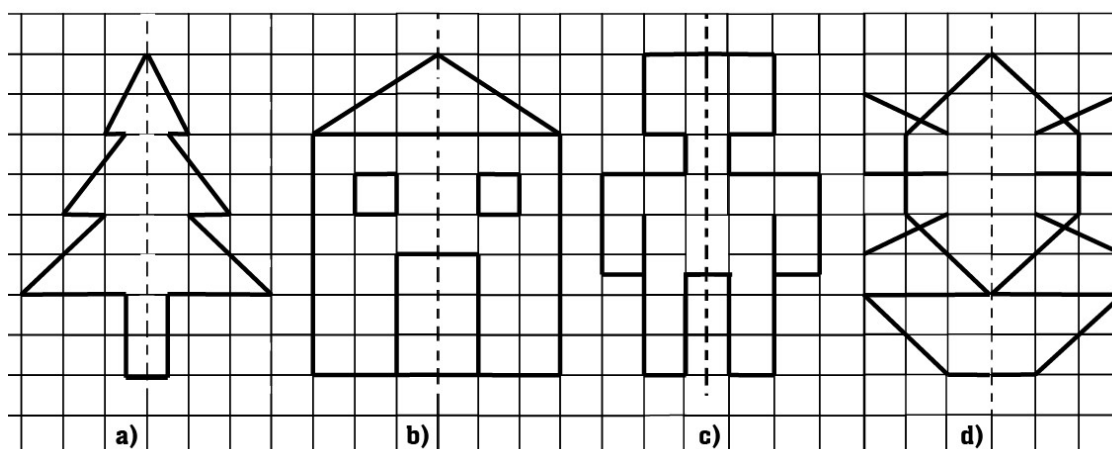
- Áp dụng tính đối xứng để cắt chữ, cắt hình bằng giấy nhanh và chính xác:

II. Bài toán

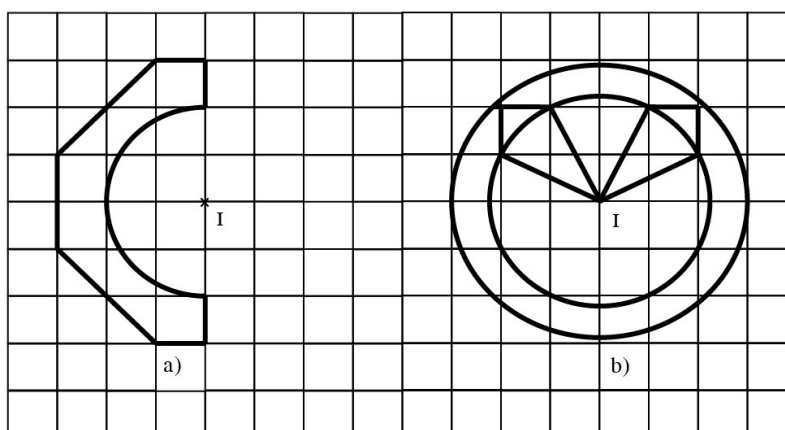
Bài 1: Vẽ lại các hình sau đây rồi vẽ thêm để hình thu được nhận đường nét đứt là trục đối xứng.



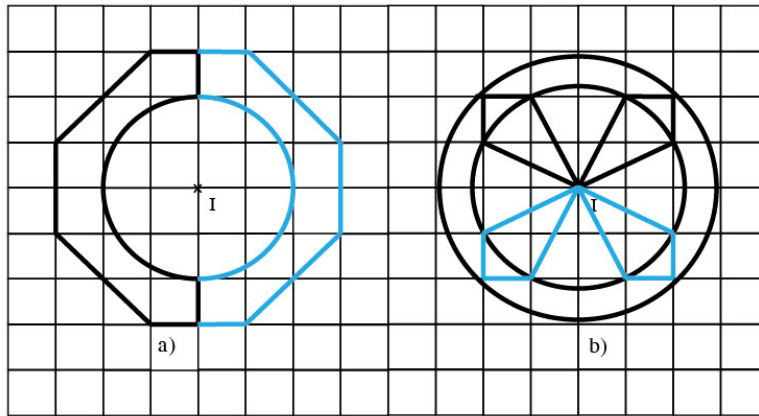
Lời giải:



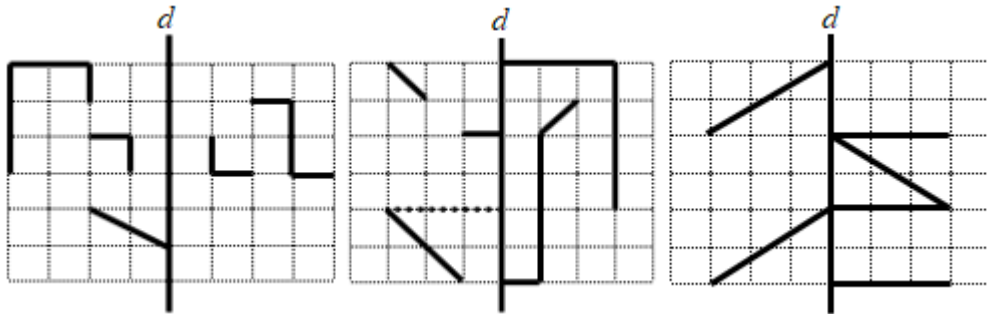
Bài 2: Vẽ lại các hình sau đây rồi vẽ thêm để hình thu được nhận điểm I làm tâm đối xứng.



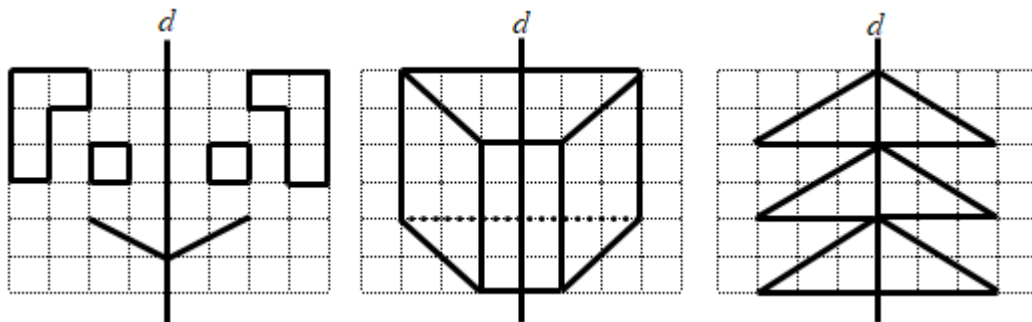
Lời giải:



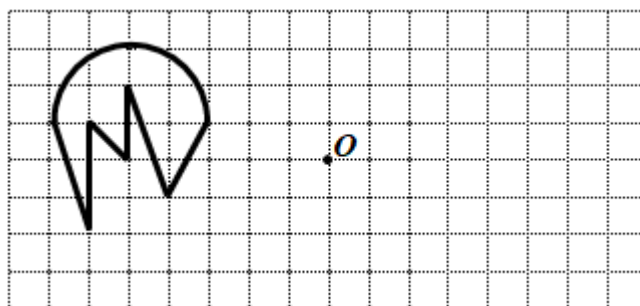
Bài 3: Vẽ hình đối xứng của các hình sau qua trục đối xứng d .



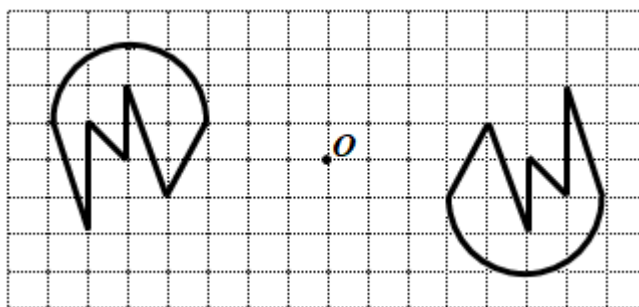
Lời giải:



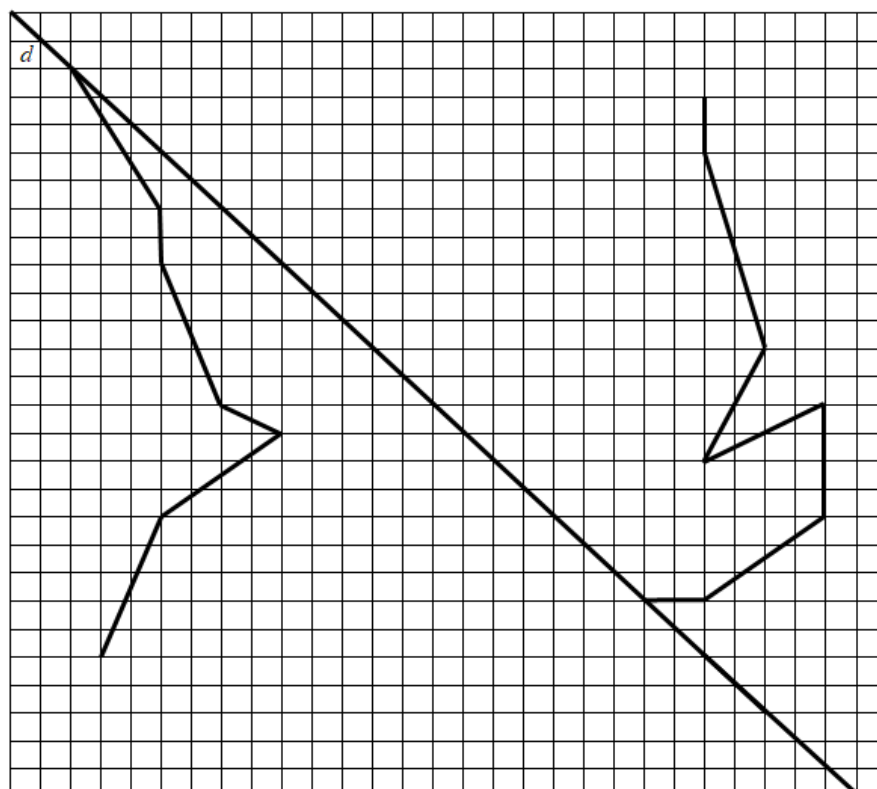
Bài 4: Vẽ hình đối xứng với hình sau qua tâm O .



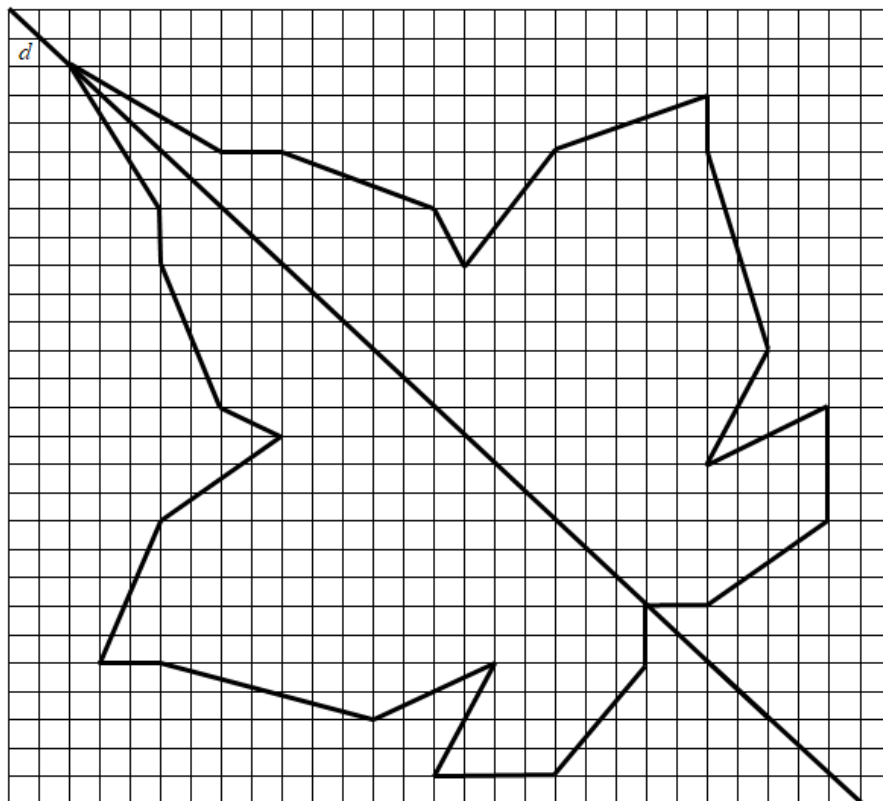
Lời giải:



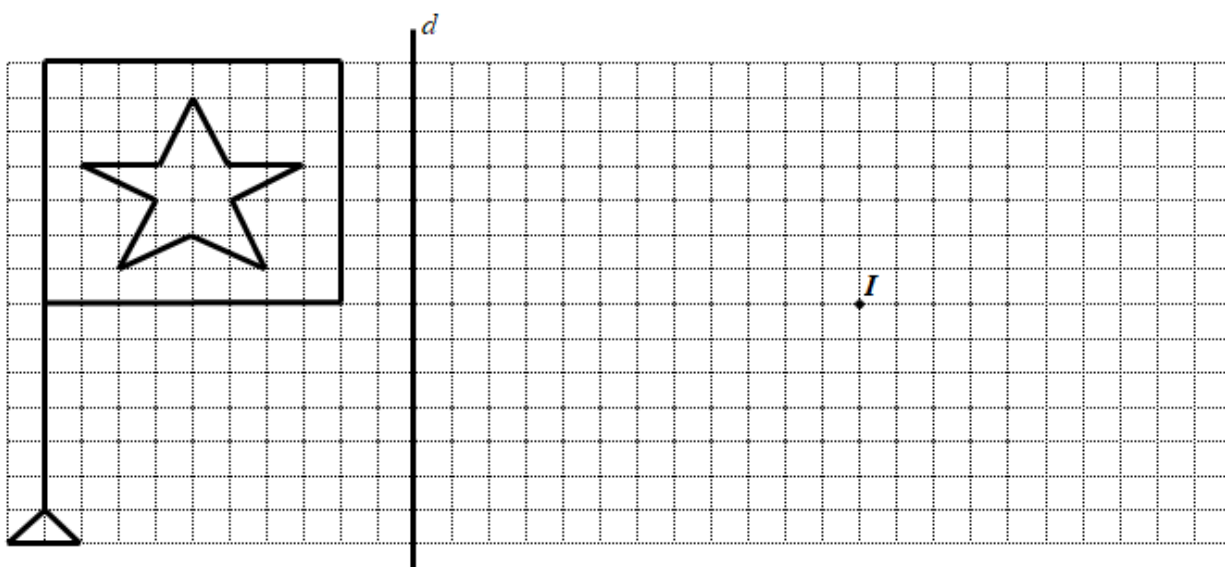
Bài 5: Vẽ hình đối xứng của hình sau qua trục đối xứng d .



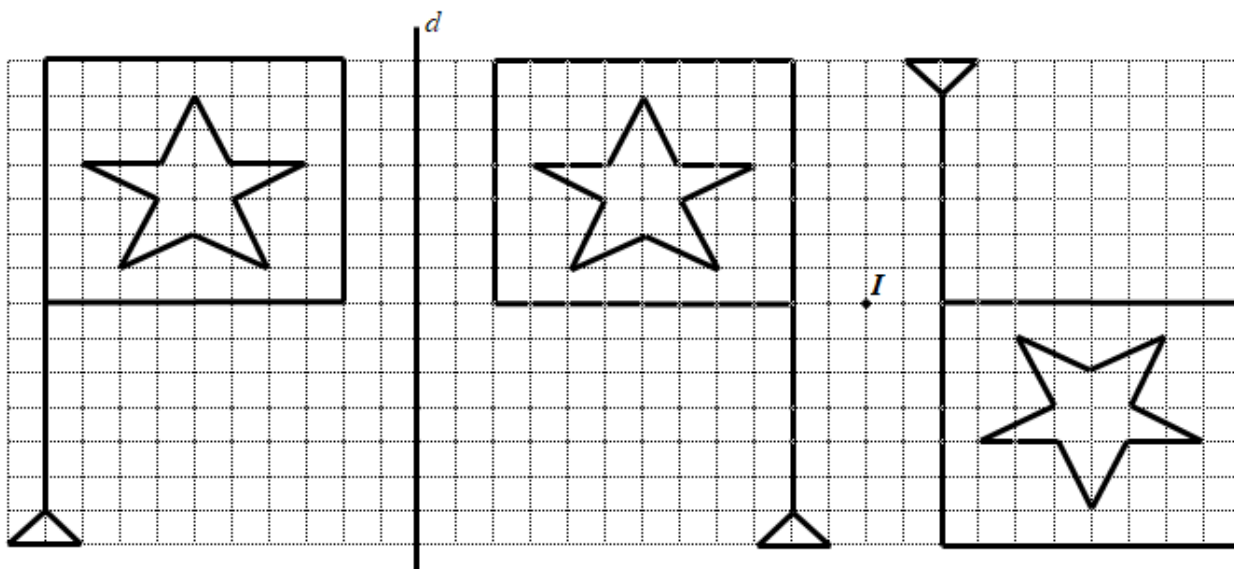
Lời giải:



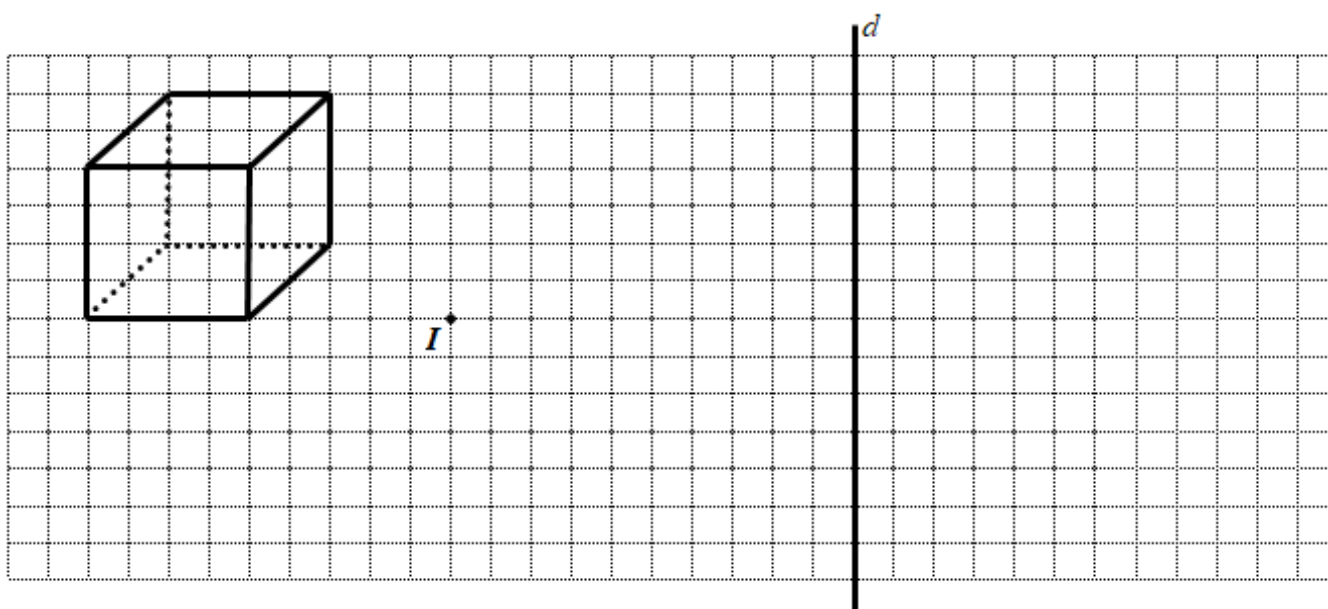
Bài 6: Vẽ hình đối xứng với hình sau lần lượt qua trục đối xứng d và qua tâm I .



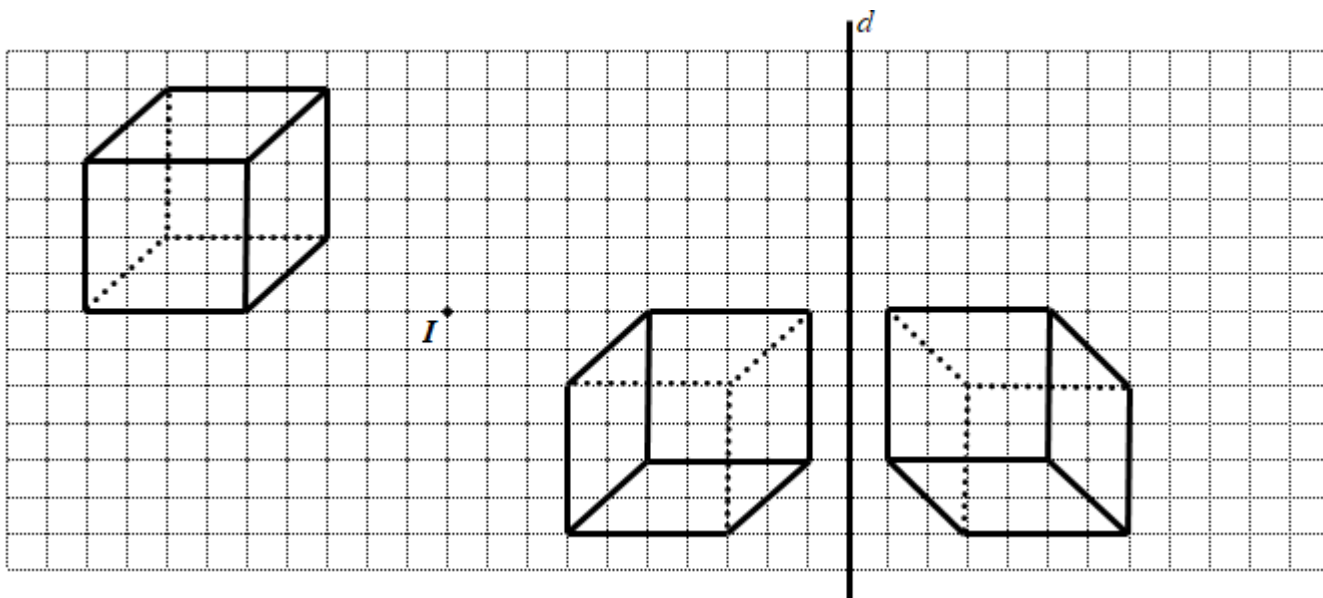
Lời giải:



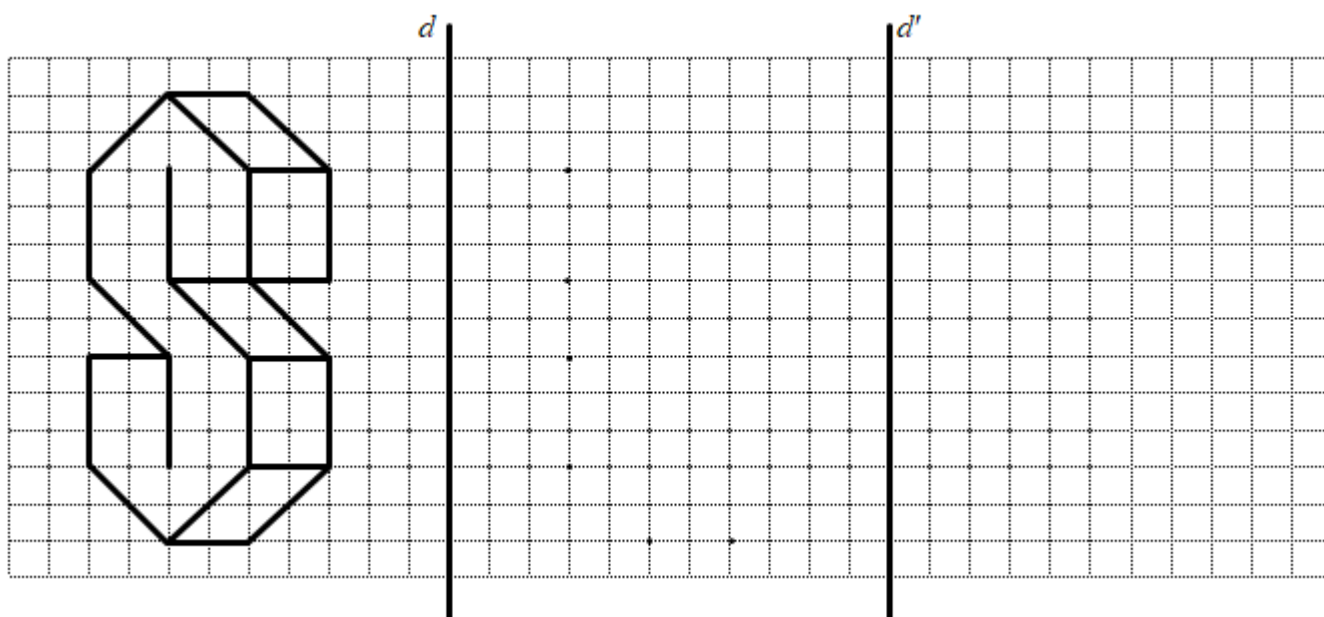
Bài 7: Vẽ hình đối xứng với hình sau lần lượt qua tâm I và qua trục đối xứng d .



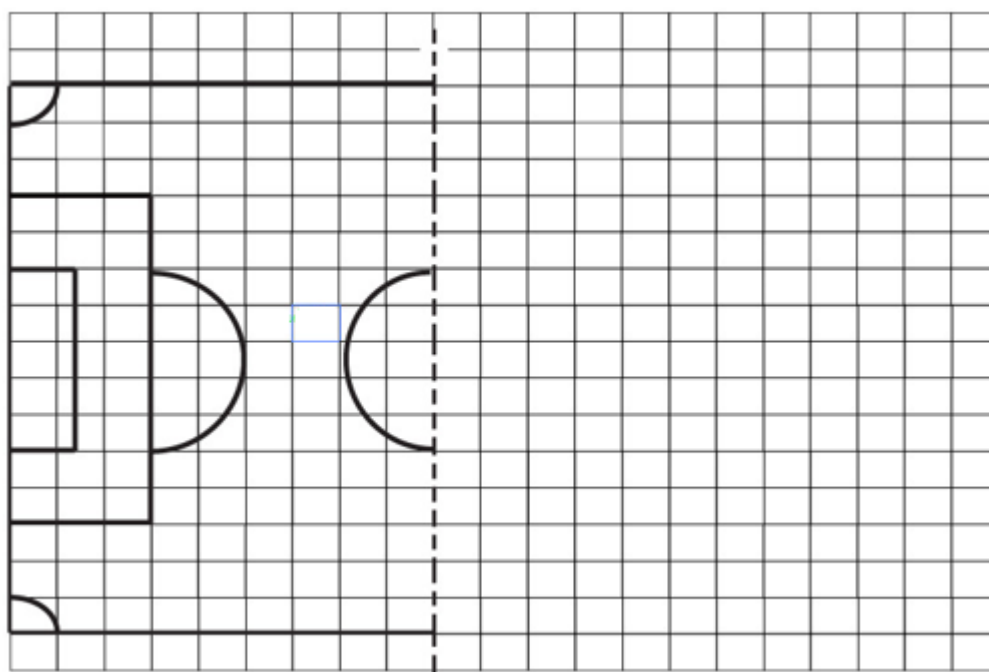
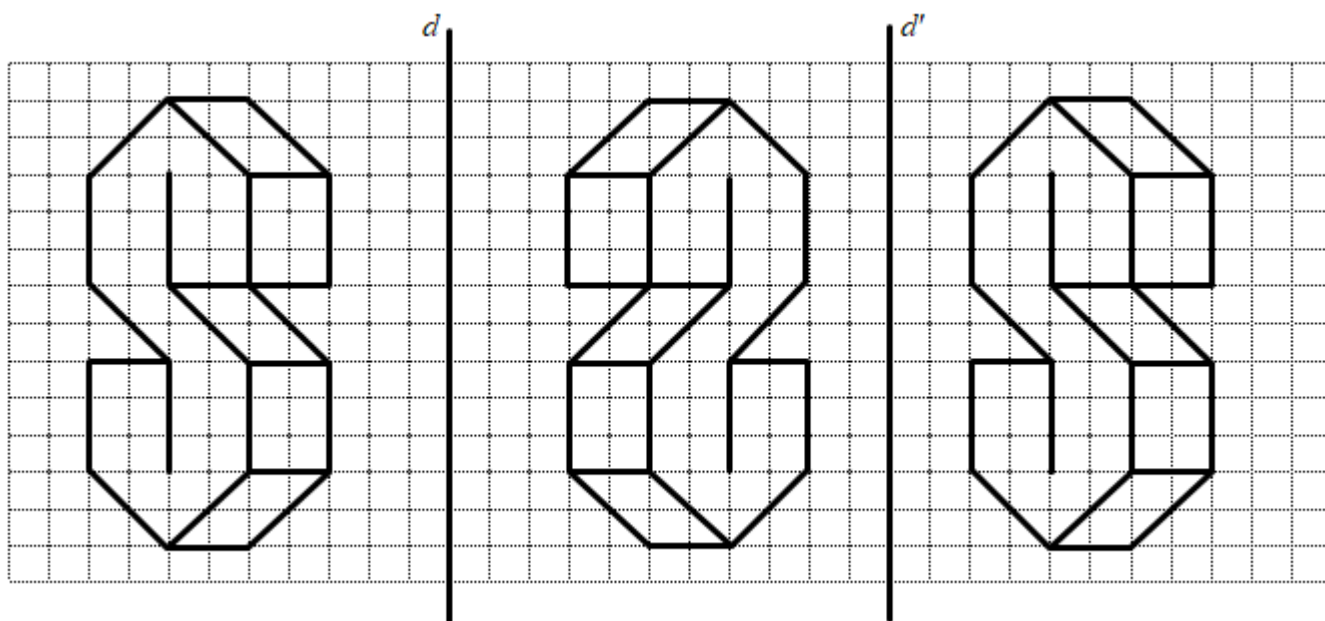
Lời giải:



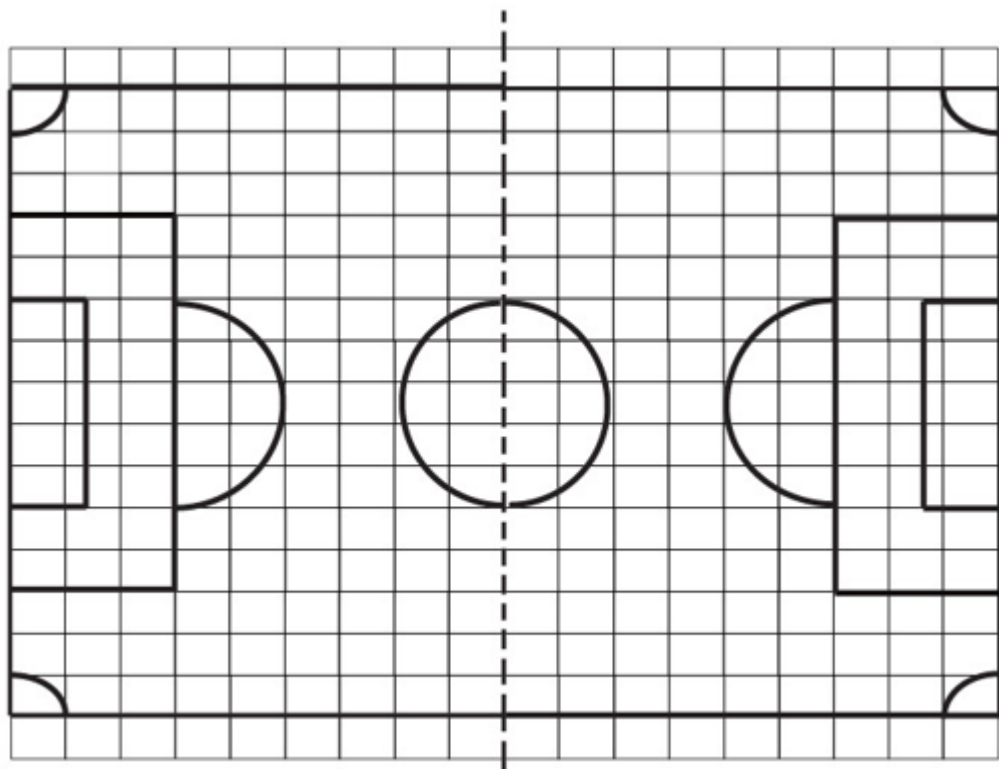
Bài 8: Vẽ hình đối xứng với hình sau lần lượt qua trục đối xứng d và qua trục đối xứng d' .



Lời giải:



Lời giải:



* Nhận xét: Nét đứt trong hình đóng vai trò là trục đối xứng. Nhờ tính đối xứng tạo nên sự công bằng về khoảng cách của hai đội chơi.

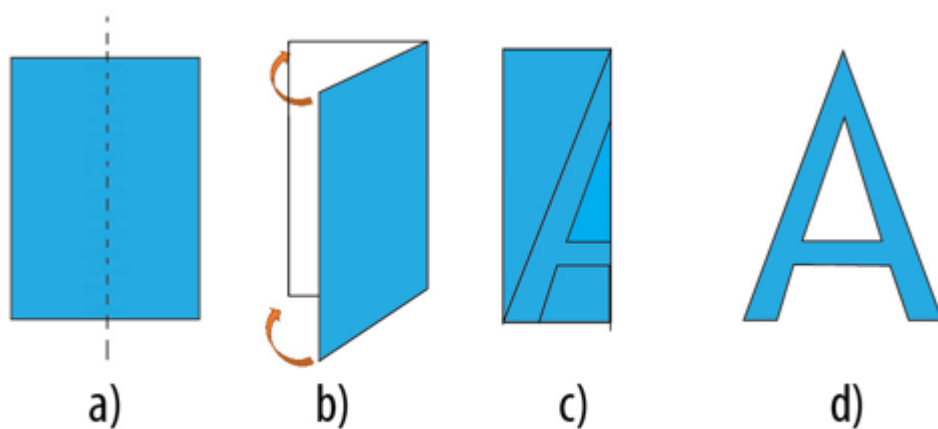
Bài 10: Em hãy ứng dụng tính đối xứng để cắt chữ A, H, V bằng giấy.

Lời giải:

a) Chữ A

Bước 1: Chuẩn bị một mảnh giấy hình chữ nhật kích thước $3cm \times 5cm$. Gấp đôi mảnh giấy như H1.1b.

Bước 2: Vẽ theo hình 1.1c rồi cắt theo nét vẽ, sau đó mở ra ta được chữ A (H1d).

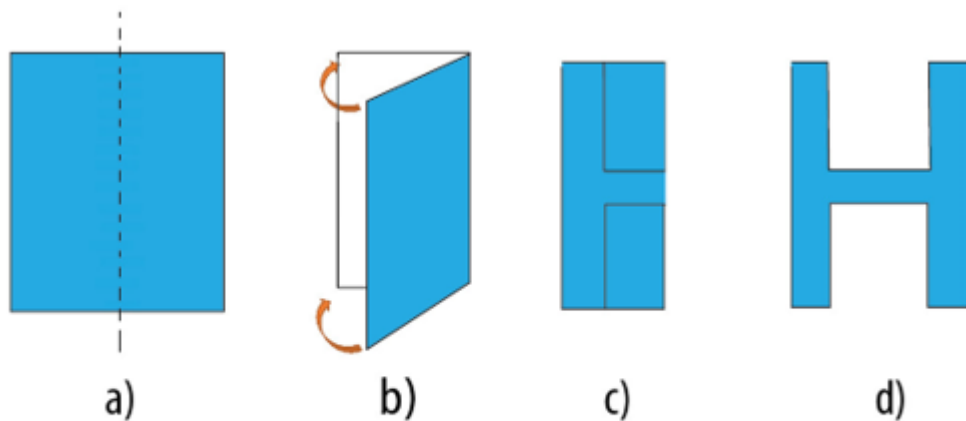


Hình 1.1

b) Chữ H

Bước 1: Chuẩn bị mảnh giấy như hình 1.2a. Gấp đôi mảnh giấy như H1.2b.

Bước 2: Vẽ theo hình 1.2c rồi cắt theo nét vẽ, mở ra được hình chữ H.

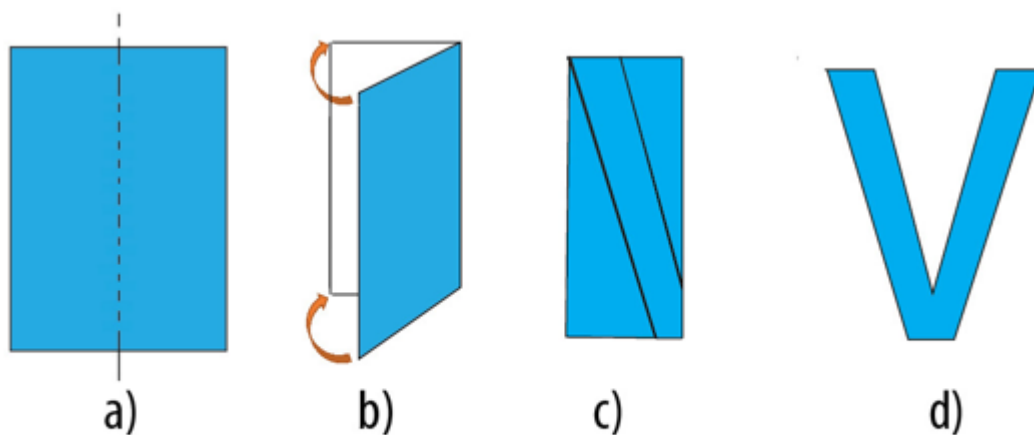


Hình 1.2

c) Chữ V

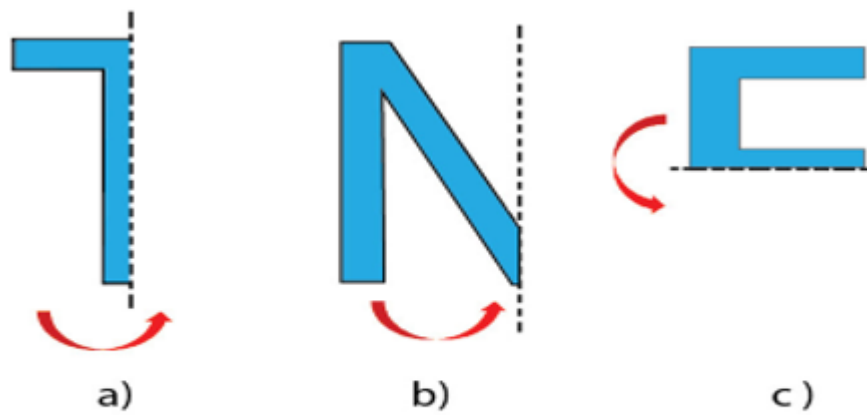
Bước 1: Chuẩn bị mảnh giấy như hình 1.3a. Gấp đôi mảnh giấy như H1.3b.

Bước 2: Vẽ theo hình 1.3c rồi cắt theo nét vẽ, mở ra được hình chữ V.



Hình 1.3

Bài 11: Giờ thực hành gấp giấy để cắt chữ, em hãy đoán xem ta được những chữ gì khi mở giấy ra?

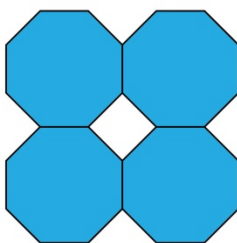


Hình 2

Lời giải:

- Hình 2a là chữ T.
- Hình 2b là chữ M.
- Hình 2c là chữ E.

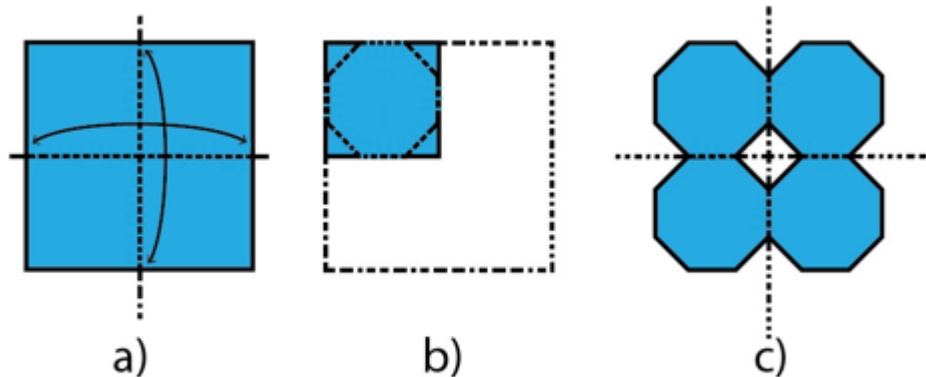
Bài 12: Ứng dụng tính đối xứng em hãy gấp giấy và cắt để được hình dưới đây.



Lời giải:

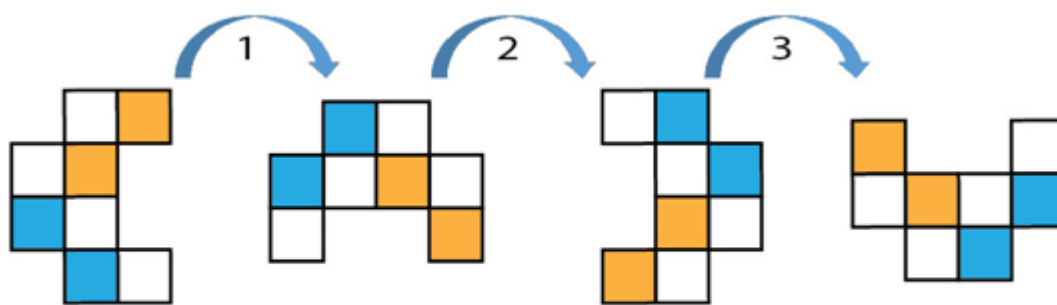
Bước 1: Chuẩn bị một mảnh giấy hình vuông kích thước $4cm \times 4cm$. Gấp đôi mảnh giấy hai lần sao cho các cạnh đối diện của nó trùng lên nhau (H3a)

Bước 2: Vẽ theo hình (H3b) rồi cắt theo nét vẽ, sau đó mở ra ta được hình (H3c)



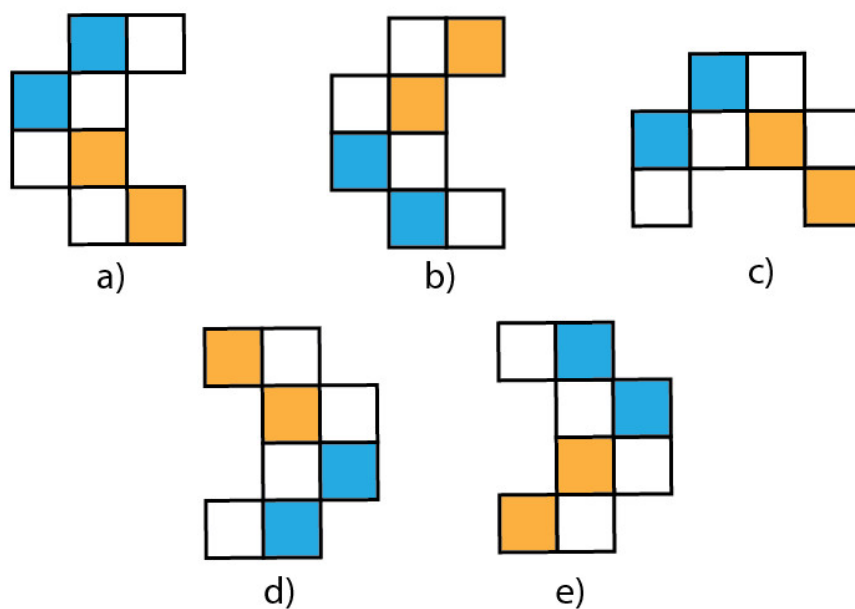
Hình 3

Bài 13: Bạn Nam đã xoay một hình như hình 4.



Hình 4

Bạn đã xoay hình đó tất cả 6 lần. Hỏi cuối cùng, bạn ấy đã nhận được hình vẽ có dạng như thế nào?

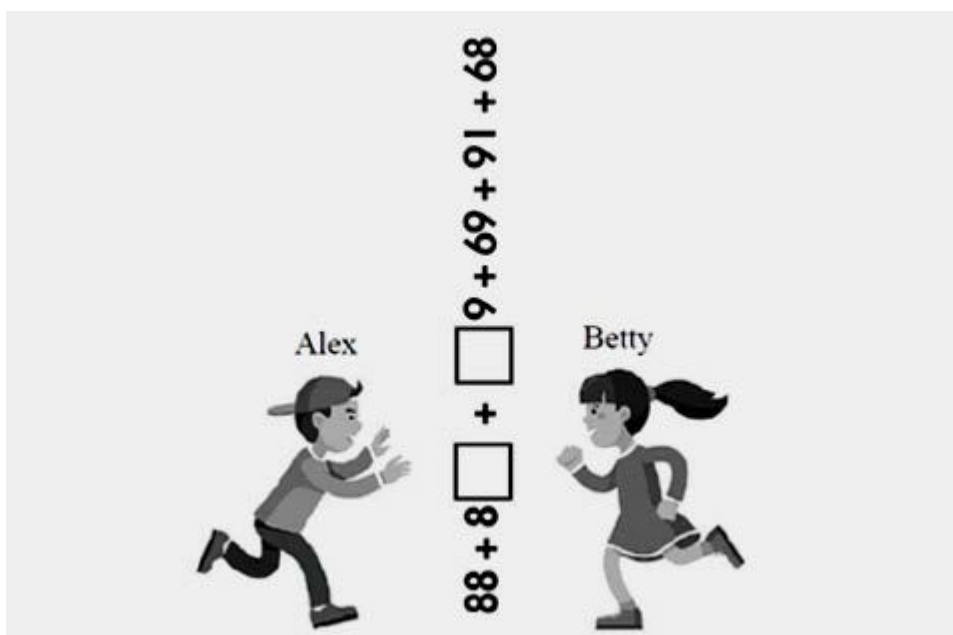


Lời giải:

Theo quy luật xoay như trên lần xoay thứ tư sẽ quay trở về hình ban đầu, như vậy lần quay thứ năm sẽ giống lần xoay thứ nhất, lần xoay thứ sáu sẽ giống lần xoay thứ hai. Vậy sau sáu lần quay bạn ấy nhận được hình có dạng hình e

Bài 14: (Bài toán điền số do Philippine đề nghị trong kỳ thi IMISO 2019 dành cho học sinh 11-12 tuổi giải trong vòng 3 phút)

Alex và Betty đứng đối diện nhau, trên nền đất ở giữa họ có một dãy các số và các dấu cộng như hình dưới đây. Do vị trí nhìn khác nhau nên Alex và Betty nhìn thấy hai phép toán khác nhau. Ta có thể điền hai chữ số vào hai ô vuông trống sao cho kết quả của hai phép toán này là như nhau. Hỏi kết quả đó là bao nhiêu?



Lời giải:

Phép toán Alex thấy: $89 + 16 + 69 + \overline{6a} + \overline{b8} + 88$.

Phép toán Betty thấy: $88 + \overline{8b'} + \overline{a'9} + 69 + 91 + 68$, với a khi lật ngược lại thành a' và b khi lật ngược lại thành b' . Suy ra $a, a', b, b' \in \{0; 1; 6; 8; 9\}$.

Nhìn hai phép toán trên, ta thấy đều có 88 và 69 nên ta loại ra trước. Với các số hạng còn lại thì

	Chữ số tận cùng	Chữ số hàng chục
Alex nhìn thấy	9; 6; a ; 8	8; 1; 6; b
Betty nhìn thấy	b' ; 9; 1; 8	8; a' ; 9; 6

Dễ dàng nhận ra 4 bộ số này có các số giống nhau, suy ra $a = 1$; $a' = 1$; $b = 9$; $b' = 6$.

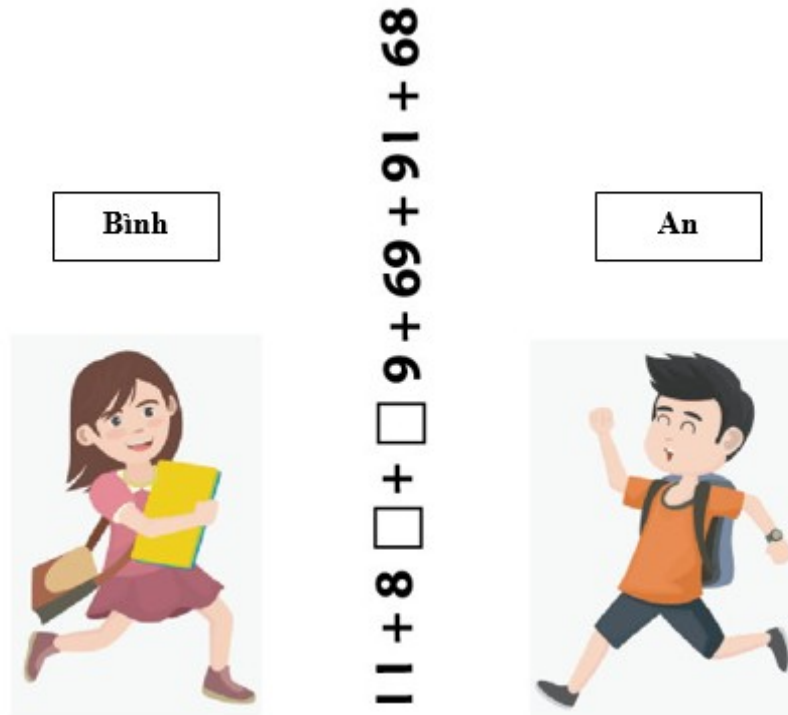
Phép toán Alex thấy: $89 + 16 + 69 + 61 + 98 + 88 = 421$.

Phép toán Betty thấy: $88 + 86 + 19 + 69 + 91 + 68 = 421$.

Vậy kết quả đó là 421.

Nhận xét: Ta cũng có thể chỉ dựa vào bộ 4 chữ số tận cùng Alex nhìn thấy và bộ 4 chữ số tận cùng Betty nhìn thấy để suy ra 2 bộ số này giống nhau, suy ra $a = 1$; $b' = 6$, rồi từ đó suy ra $a' = 1$; $b = 9$.

Bài 15: Hai bạn Bình và An đứng đối diện nhau, trên nền đất ở giữa họ có một dãy các số và các dấu cộng như trên hình dưới đây. Do vị trí nhìn khác nhau nên hai bạn thấy hai bạn nhìn thấy hai dãy phép tính khác nhau. Hãy tìm cách điền hai chữ số vào hai ô trống để kết quả tính của hai bạn Bình và An bằng nhau. Em có nhận xét gì về hình ảnh mà hai bạn quan sát được?



Lời giải:

Phép toán Bình thấy: $89 + 16 + 69 + \overline{6a} + \overline{b8} + 11$.

Phép toán An thấy: $11 + \overline{8b'} + \overline{a'9} + 69 + 91 + 68$, với a khi lật ngược lại thành a' và b khi lật ngược lại thành b' . Suy ra $a, a', b, b' \in \{0; 1; 6; 8; 9\}$.

Nhìn hai phép toán trên, ta thấy đều có 11 và 69 nên ta loại ra trước. Với các số hạng còn lại thì

	Chữ số tận cùng	Chữ số hàng chục
Bình nhìn thấy	9; 6; a ; 8	8; 1; 6; b
An nhìn thấy	b' ; 9; 1; 8	8; a' ; 9; 6

Dễ dàng nhận ra 4 bộ số này có các số giống nhau, suy ra $a = 1$; $a' = 1$; $b = 9$; $b' = 6$.

Phép toán Bình thấy: $89 + 16 + 69 + 61 + 98 + 11 = 344$.

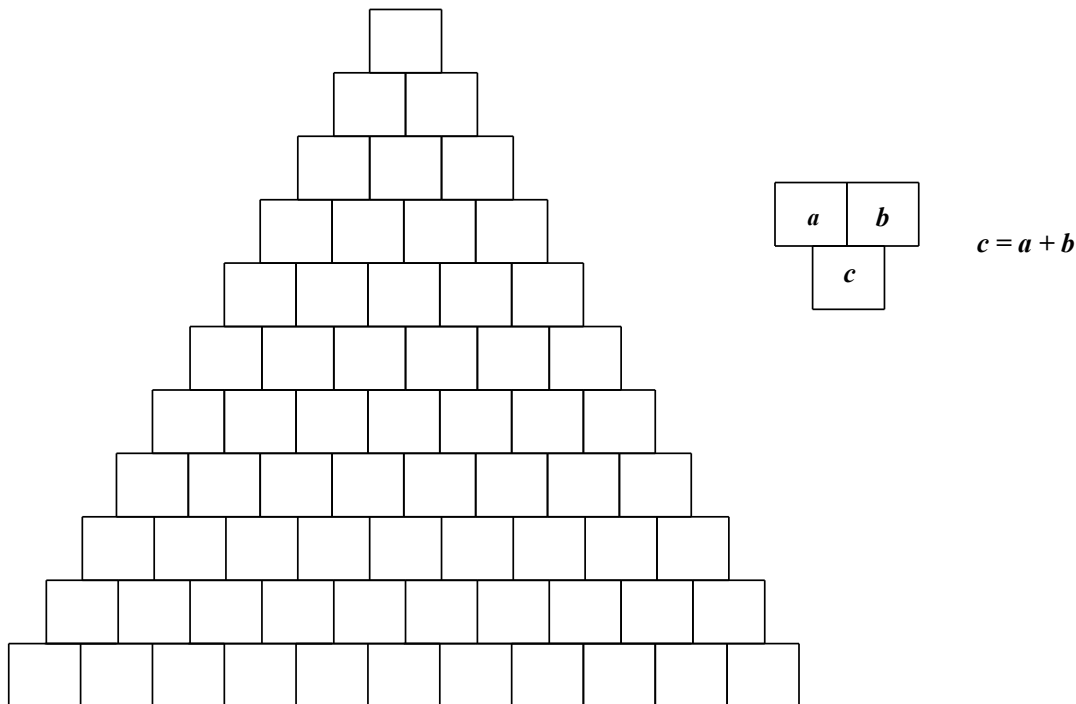
Phép toán An thấy: $11 + 86 + 19 + 69 + 91 + 68 = 344$.

+) Vậy kết quả đó là 344.

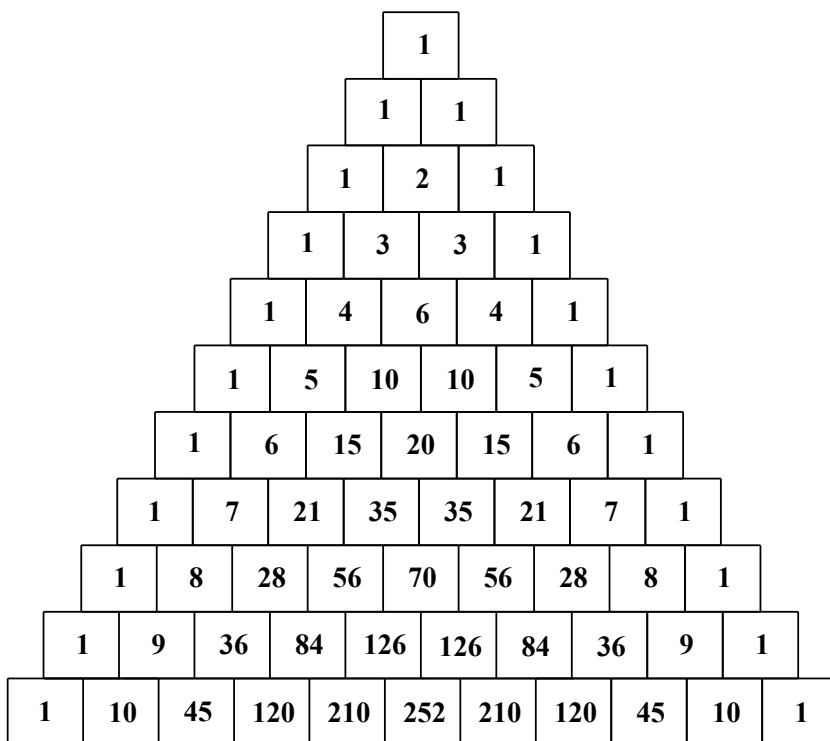
Nhận xét: Ta cũng có thể chỉ dựa vào bộ 4 chữ số tận cùng Bình nhìn thấy và bộ 4 chữ số tận cùng An nhìn thấy để suy ra 2 bộ số này giống nhau, suy ra $a = 1$; $b' = 6$, rồi từ đó suy ra $a' = 1$; $b = 9$.

+) Hình ảnh mà hai bạn quan sát được là đối ngược nhau.

Bài 16: Điền số vào các ô trống sau với quy luật đã cho, biết các ô ngoài cùng bên trái và các ô ngoài cùng bên phải điền số 1. Em có nhận xét gì về các số đã điền?



Lời giải:



- **Nhận xét:** Giá trị của các số trên cùng một hàng đối xứng với nhau.

- **Chú ý:** Có thể lập vô số hàng dãy số tương tự trong tam giác trên, tam giác này còn được gọi là tam giác Pa-xcan (Pascal).

Nhiều đối tượng trong toán học có tính đối xứng, góp phần tạo nên vẻ đẹp của toán học. Một số biểu thức và công thức toán học cũng có tính đối xứng. Ví dụ $a + b = b + a$ hay $a.b = b.a$; mỗi số nguyên ...; - 4; - 3; - 2; - 1; 0; 1; 2; 3; 4;... đều có số đối của nó; hay tam giác Pa-xcan (Pascal) như trên cũng là ví dụ điển hình về tính đối xứng trong toán học.

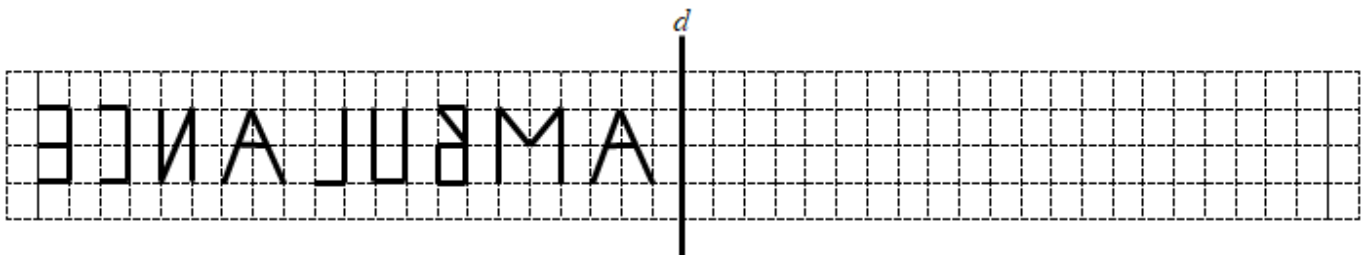
Bài 17: Khi thiết kế căn phòng, nếu căn phòng chật hẹp, người ta có thể lắp gương phẳng trên tường để tăng cảm giác thoáng hơn, rộng hơn cho không gian của căn phòng (như hình minh họa bên dưới). Đó là vì tính đối xứng của vật và ảnh của vật qua gương phẳng, nên khi ánh của căn phòng phản chiếu qua gương, ta có cảm giác diện tích căn phòng rộng hơn. Giả sử đặt một cái bàn cách mặt gương 5 m , hỏi lúc này cái bàn và ảnh của nó qua gương cách nhau bao nhiêu mét?



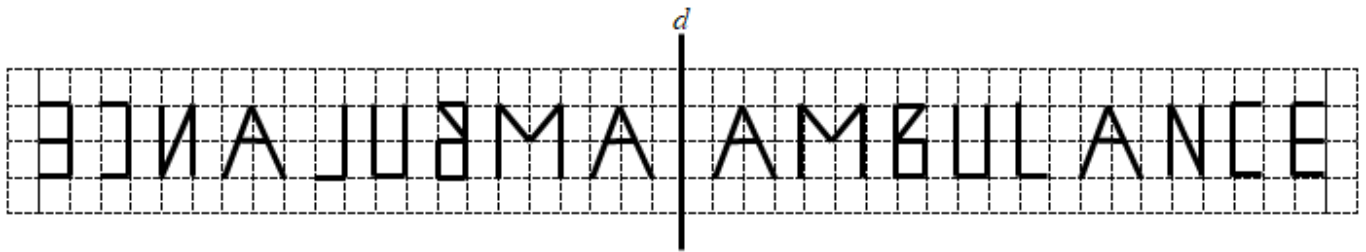
Lời giải:

Vì tính đối xứng của vật và ảnh của vật qua gương phẳng nên khoảng cách từ mặt gương đến ảnh của cái bàn cũng là 5 m . Vậy cái bàn và ảnh của nó qua gương cách nhau: $5 + 5 = 10\text{ (m)}$.

Bài 18: Hãy xác định hình đối xứng của các chữ sau qua trục đối xứng d . Em có biết tại sao chữ “AMBULANCE” trên các xe cấp cứu thường ghi ngược?



Lời giải:



Thông thường khi gặp xe cứu thương, các xe khác phải nhường đường; tuy nhiên người ngồi trong xe đang trước không nghe thấy còi hụ vì cửa xe đóng kín. Tài xế thường quan sát xe phía sau qua gương chiếu hậu, khi nhìn qua gương chiếu hậu thì chữ trên xe sẽ chuyển thành AMBULANCE, trong tiếng Việt, ambulance có nghĩa là xe cứu thương. Nhờ tính đối xứng như trên, tài xế dễ nhận ra có xe cứu thương phía sau để nhường đường.



Bài 19: Em hãy sưu tầm những hình ảnh trong thế giới tự nhiên, nghệ thuật kiến trúc và công nghệ có sử dụng tính đối xứng, từ đó nêu ý nghĩa của tính đối xứng trong từng lĩnh vực đó.

Lời giải:

✓ Trong tự nhiên, tính đối xứng được thể hiện rất đa dạng, phong phú, chẳng hạn: con bướm, mặt trăng, sao biển,...



+) Ý nghĩa: Tính đối xứng của một đối tượng là một trong những dấu hiệu quan trọng nhất giúp chúng ta nhanh chóng định hình đối tượng đó khi nhìn vào nó. Ngoài ra, với con người, đối xứng tạo ra sự cân bằng, hài hòa, trật tự nhờ đó tạo ra thẩm mỹ.

✓ Trong nghệ thuật kiến trúc và công nghệ : Bố cục đối xứng thường được sử dụng trong các tác phẩm nghệ thuật hay kiến trúc.

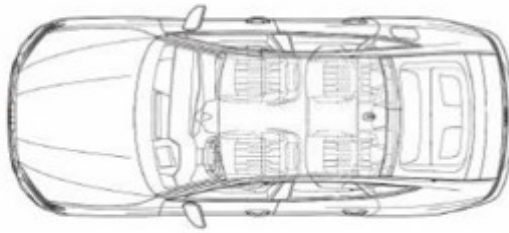
Một số ví dụ:



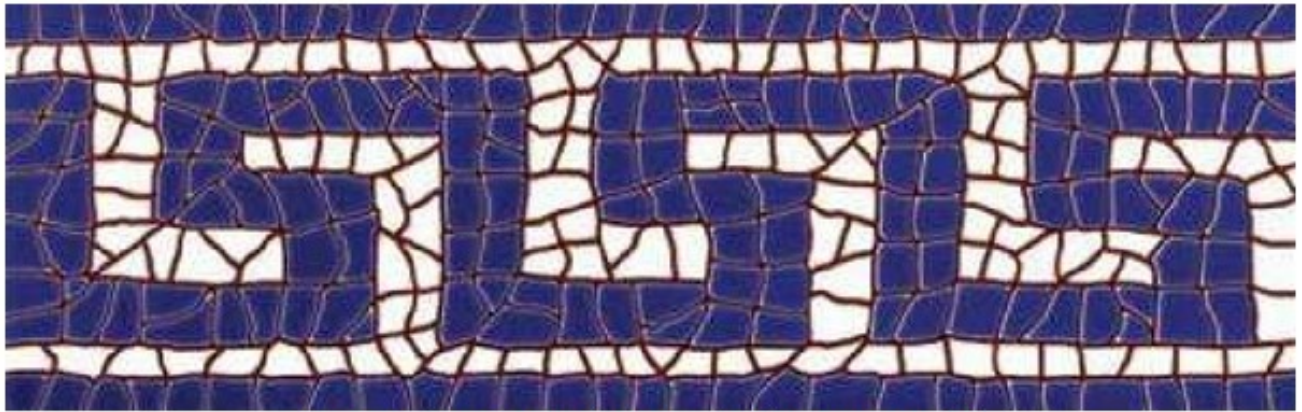
+) Ý nghĩa: Tính đối xứng tạo ra sự cân bằng, chắc chắn, bền vững, thẩm mỹ trong các nghệ thuật kiến trúc.

✓ Trong thiết kế, công nghệ, chúng ta cũng dễ dàng nhận ra các bố cục có tính đối xứng.

Một số ví dụ:



Một góc balcon ở Paris



Gạch đá hoa trang trí theo một kiểu phương Đông



Trang trí trên một mái nhà ở Toulouse.

+) Ý nghĩa: Tính đối xứng giúp các công trình hay máy móc ổn định, bền vững và có được vẻ đẹp, bắt mắt, tồn tại lâu dài.

❗ HẾT ❗

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>

Hướng dẫn tìm và tải các tài liệu ở đây

<https://forms.gle/LzVNwfMpYB9qH4JU6>