

ĐỀ CHÍNH THỨC

Họ và tên thí sinh:

Mã đề 101

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 CÂU - 7.0 ĐIỂM).

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. $x^2 - \frac{1}{x^2} + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \ln x + C$. C. $1 - \frac{1}{x^2} + C$. D. $1 + \ln x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^2}{2} + \ln x + C$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 2. $\int (x^4 + x) dx$ bằng

- A. $4x^3 + 1 + C$. B. $\frac{1}{5}x^5 + x^2 + C$. C. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $5x^5 + 2x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int (x^4 + x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 3. Cho $u(x)$ và $v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v dv$. B. $\int_a^b (u + v) dx = \int_a^b u dx + \int_a^b v dx$.
C. $\int_a^b uv dx = \left(\int_a^b u dx\right) \cdot \int_a^b v dx$. D. $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v du$.

Lời giải.

Dựa vào tính chất tích phân ta có $\int_a^b (u + v) dx = \int_a^b u dx + \int_a^b v dx$ là đúng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 4. Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = 6$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$, khi đó $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 9. D. 18.

Lời giải.

Ta có $\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 6 + 3 = 9$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5. Cho số phức $z = -12 + 5i$. Mô-đun của số phức z bằng

- A. 13. B. 119. C. 17. D. -7.

Lời giải.

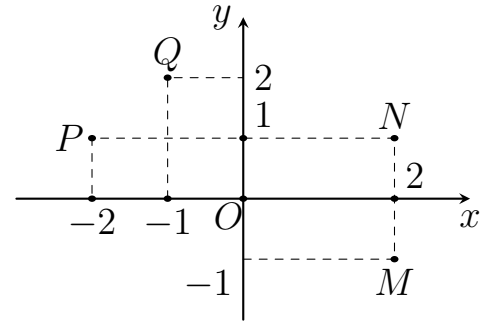
$$|z| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = 13.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 6. Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$?

- A. N. B. P. C. M. D. Q.



Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là $Q(-1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 7. Số phức $z = (1 + 2i)(2 - 3i)$ bằng

- A. $8 - i$. B. 8. C. $8 + i$. D. $-4 + i$.

Lời giải.

Có $z = (1 + 2i)(2 - 3i) = 2 + 4i - 3i - 6i^2 = 8 + i$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -4; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(2; -3; -1)$. B. $I(2; -2; 8)$. C. $I(1; -1; 4)$. D. $I(-2; 3; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 - 1}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4 + 2}{2} = -1 \Rightarrow I(1; -1; 4). \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

- A. $R = \sqrt{53}$. B. $R = \sqrt{10}$. C. $R = 4\sqrt{2}$. D. $R = 3\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2 - 4} = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -2)$ và $B(4; 3; 2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) nhận đoạn AB làm đường kính.

- A. $(S): (x + 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 24$. B. $(S): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 6$.
C. $(S): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 24$. D. $(S): (x + 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 6$.

Lời giải.

Trung điểm của AB là $I(3; 2; 0)$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{(3 - 2)^2 + (2 - 1)^2 + (0 + 2)^2} = \sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(S): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó một vectơ pháp tuyến của (α) có là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 3; -4)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3; 1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_0 = (2; -3; -4)$.

Nhận thấy $\vec{n}_3 = (-2; 3; 4) = -\vec{n}_0$.

Do đó vectơ $\vec{n}_3 = (-2; 3; 4)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $Q(2; 1; 0)$. B. $M(2; -1; 1)$. C. $N(-1; -1; 6)$. D. $K(-1; -1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $2 \cdot 2 - 1 + 0 - 3 = 0$, do đó Q thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 3; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d có tọa độ là $(1; 3; -1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ không đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(2; 1; -2)$. B. $P(4; 1; -4)$. C. $Q(3; 1; -5)$. D. $N(0; 1; 4)$.

Lời giải.

Kiểm tra thấy điểm $P(4; 1; -4)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$. B. $\int 3x^2 dx = x^3 + C$.
C. $\int \frac{1}{2x} dx = \frac{\ln|x|}{2} + C$. D. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$.

Lời giải.

Vì $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 17. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$ là

- A. $F(x) = -x \cos x - \sin x + C$. B. $F(x) = x \cos x - \sin x + C$.
C. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$. D. $F(x) = x \cos x + \sin x + C$.

Lời giải.

$F(x) = \int x \sin x dx$, đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$.

Khi đó $F(x) = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 18. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = - \int_{-1}^0 u^2 \, du.$ B. $I = \int_0^1 u^2 \, du.$ C. $I = - \int_0^1 u^2 \, du.$ D. $I = 2 \int_0^1 u \, du.$

Lời giải.

Có $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x \, dx$, với $x = 0 \Rightarrow u = 0$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1$.

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \, dx = \int_0^1 u^2 \, du.$

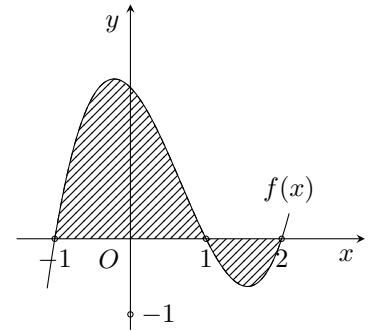
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 19. Gọi S là diện tích miền hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây, với $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Công thức tính S là

- A. $S = - \int_{-1}^2 f(x) \, dx.$ B. $S = \left| \int_{-1}^2 f(x) \, dx \right|.$
C. $S = \int_{-1}^1 f(x) \, dx - \int_1^2 f(x) \, dx.$ D. $S = \int_{-1}^2 f(x) \, dx.$



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_{-1}^1 f(x) \, dx - \int_1^2 f(x) \, dx.$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 20. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$.

- A. 1. B. $\frac{1}{6}.$ C. $\frac{1}{4}.$ D. $\frac{1}{2}.$

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 + 2 = 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_1^2 |(x^2 + 2) - 3x| \, dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) \, dx \right| = \frac{1}{6}.$

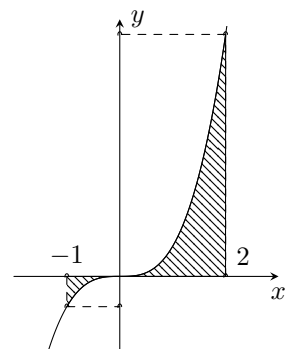
Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 21. Gọi S là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên

dưới). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) \, dx$, $b = \int_0^2 f(x) \, dx$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = b + a.$
B. $S = b - a.$
C. $S = -b + a.$
D. $S = -b - a.$

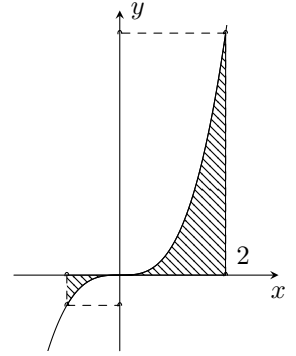


Lời giải.

Từ đồ thị ta có
$$\begin{cases} f(x) \leq 0, x \in [-1; 0] \\ f(x) \geq 0, x \in [0; 2]. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx = -a + b = b - a.$$

Vậy $S = b - a$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 22. Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 2 + yi = -2 + 5i$.

A. $x = 0, y = 5$.

B. $x = -2, y = 5$.

C. $x = 2, y = 5$.

D. $x = 2, y = -5$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } x^2 - 2 + yi = -2 + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = -2 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 23. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Khi đó số phức $w = z + i\bar{z}$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

A. $H(1; -5)$.

B. $G(5; -5)$.

C. $E(1; 1)$.

D. $F(5; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = z + i\bar{z} = (3 - 2i) + i(3 + 2i) = 3 - 2i + 3i - 2 = 1 + i.$$

Vậy điểm biểu diễn cho số phức w là $E(1; 1)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 24. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 2, z_2 = 4i, z_3 = 2 + 4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Tính diện tích tam giác ABC .

A. 4.

B. 2.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Ta có $A(2; 0), B(0; 4), C(2; 4)$ suy ra $AB = 2\sqrt{5}, AC = 4, BC = 2$ suy ra tam giác ABC vuông tại C nên $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 25. Tìm số phức $w = 3z + \bar{z}$ biết $z = 1 + 2i$.

A. $w = 4 + 4i$.

B. $w = 4 - 4i$.

C. $w = 2 - 4i$.

D. $w = 2 + 4i$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } w = 3z + \bar{z} = 3(1 + 2i) + 1 - 2i = 3 + 6i + 1 - 2i = 4 + 4i.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 26. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

C. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$.

D. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Lời giải.

• Phương trình đã cho có 2 nghiệm $2 + \frac{1}{2}i$ và $2 - \frac{1}{2}i$. Do đó $z_0 = 2 + \frac{1}{2}i$.

• $w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 27. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì

A. $I = \int_1^e (3t + 1) dt$. B. $I = \int_0^1 \frac{3t + 1}{e^t} dt$. C. $I = \int_1^e \frac{3t + 1}{t} dt$. D. $I = \int_0^1 (3t + 1) dt$.

Lời giải.

Đặt $t = \ln x$, ta có $dt = \frac{dx}{x}$.

Khi $x = 1$ thì $t = 0$. Khi $x = e$ thì $t = 1$. Vậy $I = \int_0^1 (3t + 1) dt$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, hệ phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 3; 1)$ và $B(0; 4; -2)$?

A. $\frac{x}{3} = \frac{y + 4}{-1} = \frac{z - 2}{-3}$. B. $\frac{x + 3}{3} = \frac{y - 3}{1} = \frac{z - 1}{-3}$.
C. $\frac{x - 3}{3} = \frac{y + 3}{1} = \frac{z + 1}{-3}$. D. $\frac{x}{3} = \frac{y - 4}{-1} = \frac{z + 2}{-3}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B là

$$\frac{x - (-3)}{0 - (-3)} = \frac{y - 3}{4 - 3} = \frac{z - 1}{-2 - 1} \Leftrightarrow \frac{x + 3}{3} = \frac{y - 3}{1} = \frac{z - 1}{-3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 30. Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = |1 - i \cdot \bar{z}|$ và $z - \frac{9}{\bar{z}}$ là số thuần ảo?

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) và điều kiện $z \neq 0$.

Khi đó

$$\begin{aligned} |z - 3i| &= |1 - i \cdot \bar{z}| \Leftrightarrow |x + (y - 3)i| = |(1 - y) - ix| \\ \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 3)^2} &= \sqrt{(1 - y)^2 + x^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y + 9 = 1 - 2y + y^2 + x^2 \\ \Leftrightarrow y &= 2. \end{aligned}$$

Ta lại có $z - \frac{9}{\bar{z}} = x + yi - \frac{9(x - yi)}{x^2 + y^2} = x - \frac{9x}{x^2 + y^2} + \left(y + \frac{y}{x^2 + y^2}\right)i$.

Vì $z - \frac{9}{\bar{z}}$ là số thuần ảo nên

$$\begin{aligned} x - \frac{9x}{x^2 + y^2} &= 0 \Leftrightarrow x \left(1 - \frac{9}{x^2 + 4}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 5 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5}. \end{cases} \end{aligned}$$

Cuối cùng ta có ba số phức thỏa mãn đề bài là $z_1 = 2i$, $z_2 = \sqrt{5} + 2i$ và $z_3 = -\sqrt{5} + 2i$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 31. Cho $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2018}$ (với i là đơn vị ảo). Khi đó S^{2018} bằng

A. -1 .

B. 1 .

C. 2018 .

D. i .

Lời giải.

$$S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2018} = \frac{1 - i^{2019}}{1 - i} = \frac{1 - (i^2)^{1009}i}{1 - i} = \frac{1 + i}{1 - i} = i \Rightarrow S^{2018} = -1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 32. Tập hợp các điểm biểu diễn của z thỏa $|\bar{z} - i| = |z + 2 - 3i|$ trong mặt phẳng phức Oxy là một đường thẳng có phương trình

A. $x - 2y + 3 = 0$.

B. $x - 2y - 4 = 0$.

C. $x + 2y + 3 = 0$.

D. $x + 2y + 4 = 0$.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$, khi đó

$$\begin{aligned} |\bar{z} - i| &= |z + 2 - 3i| \\ \Leftrightarrow x^2 + (-y - 1)^2 &= (x + 2)^2 + (y - 3)^2 \\ \Leftrightarrow x - 2y + 3 &= 0. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện đề bài là đường thẳng $x - 2y + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 33. Cho z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 3)$.

B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (z-1)^2 = (2z-i)^2 \\ (z-1)^2 = -(2z-i)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z-1 = 2z-i \\ z-1 = -2z+i \\ z-1 = 2zi+1 \\ z-1 = -2zi-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1+i \\ z = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}i \\ z = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } P = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 2,78 \in (2; 3).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 1, f'(x) = (2 - 2x) \cdot f(x)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (0; e^2)$.

B. $m \in (0; e)$.

C. $m \in (1; e)$.

D. $m \in (0; 1)$.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết } f'(x) = (2 - 2x) \cdot f(x) \text{ ta suy ra } \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (2 - 2x) dx.$$

$$\text{Suy ra } \ln |f(x)| = 2x - x^2 + C \Rightarrow |f(x)| = e^{2x-x^2+C} \Rightarrow f(x) = e^{2x-x^2+C} \text{ (vì } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Do } f(0) = 1 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = e^{2x-x^2}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = (2 - 2x) \cdot e^{2x-x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	e	0

Từ đó suy ra phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m \in (0; e)$.
 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 35. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $f(x^2 + 3x + 1) = x + 2$. Tính $\int_1^5 f(x) dx$.

A. $\frac{37}{6}$. B. $\frac{527}{3}$. C. $\frac{61}{6}$. D. $\frac{464}{3}$.

Lời giải.

Đặt $t = x^2 + 3x + 1 \Rightarrow dt = (2x + 3) dx$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = 5$.

$$\text{Khi đó } \int_1^5 f(t) dt = \int_0^1 f(x^2 + 3x + 1)(2x + 3) dx = \int_0^1 (2x + 3)(x + 2) dx = \frac{61}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

B. PHẦN TỰ LUẬN (3 CÂU - 3.0 ĐIỂM).

Câu 1. (1.0 điểm) Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x)] dx$.

Lời giải.

$$I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x)] dx = \int_{-1}^2 x dx + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{3}{2} + 4 = \frac{11}{2}.$$
□

Câu 2. (1.0 điểm) Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Tìm $F(x) = \int f(x) dx$.

Lời giải.

$$F(x) = \int xe^x dx, \text{ đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } F(x) = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C.$$
□

Câu 3. (1.0 điểm) Viết phương trình mặt phẳng trong các trường hợp sau:

a) Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 4; 5)$.

b) Mặt phẳng (Q) đi qua $B(1; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha) : 2x + y + 3z - 1 = 0$.

Lời giải.

a) Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 4; 5)$ có phương trình :

$$2(x - 1) + 4(y - 2) + 5(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y + 5z - 25 = 0.$$

b) $(Q) // (\alpha)$ nên (Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 3)$.

Mặt khác (Q) qua $B(1; -2; 3)$ nên có phương trình :

$$2(x - 1) + (y + 2) + 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 3z - 9 = 0.$$

———— HẾT ————

BẢNG ĐÁP ÁN MÔN TOÁN - MÃ ĐỀ 101

1. B	2. C	3. B	4. C	5. A	6. D	7. C	8. D	9. C	10. B
11. B	12. C	13. A	14. A	15. B	16. D	17. C	18. B	19. C	20. B
21. B	22. A	23. C	24. A	25. A	26. A	27. D	28. B	29. B	30. B
31. A	32. A	33. A	34. B	35. C					