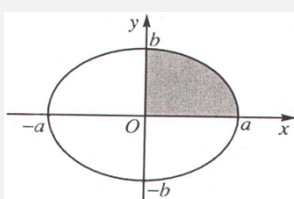
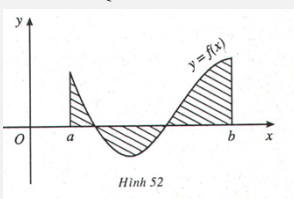
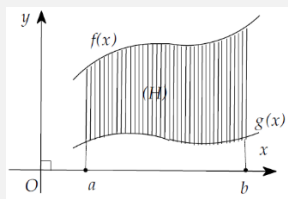


TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ MỨC 7-8 ĐIỂM

Dạng 1. Ứng dụng tích phân để tìm diện tích

① Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): y = g(x) \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): Ox: y = 0 \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.



$$S_{\text{elip}} = \pi ab.$$

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

② Hình thức đề thường hay cho

Hình thức 1: Không cho hình vẽ, cho dạng (H): $\{y = f(x), y = g(x), x = a, x = b \quad (a < b)\}$

→ casio → $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \text{kết quả, so sánh với bốn đáp án.}$

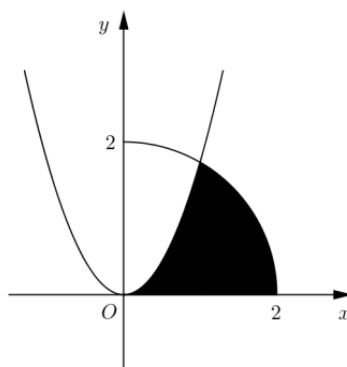
Hình thức 2: Không cho hình vẽ, cho dạng (H): $\{y = f(x), y = g(x)\}$

Giải $f(x) = g(x)$ tìm nghiệm $x_1, \dots, x_i$, với x_1 nhỏ nhất, x_i lớn nhất → casio → $\int_{x_1}^{x_i} |f(x) - g(x)| dx$.

Hình thức 3: Cho hình vẽ, sẽ giải phương trình tìm tọa độ giao điểm (nếu chưa cho trên hình), chia từng diện tích nhỏ, xỏ hình từ trên xuống, ghi công thức và bấm máy tính.

Hình thức 4: Cho ba hàm trở lên, chẳng hạn $y = f(x), y = g(x), y = h(x)$ ta nên vẽ hình.

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2018) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



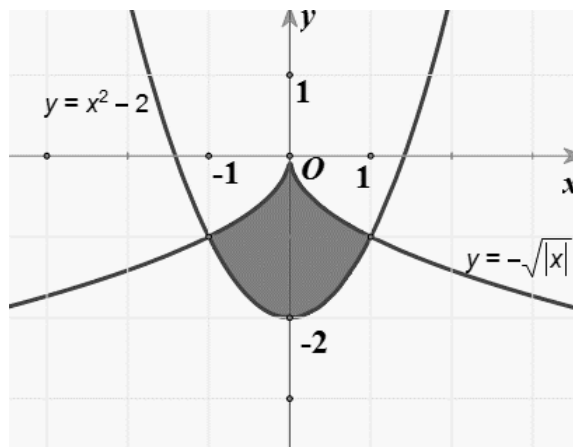
A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$

D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$

Câu 2. Diện tích phần hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^1 (x^2 - 2 + \sqrt{|x|}) dx$.

B. $\int_{-1}^1 (x^2 - 2 - \sqrt{|x|}) dx$.

C. $\int_{-1}^1 (-x^2 + 2 + \sqrt{|x|}) dx$.

D. $\int_{-1}^1 (-x^2 + 2 - \sqrt{|x|}) dx$.

Câu 3. (Sở Bắc Giang 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là

A. $\frac{e^2 - 1}{2}$.

B. $\frac{e^2 + 1}{2}$.

C. $\frac{e^2 - 1}{4}$.

D. $\frac{e^2 + 1}{4}$.

Câu 4. Giá trị dương của tham số m sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = m$ bằng 10 là

A. $m = \frac{7}{2}$.

B. $m = 5$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Câu 5. (Chuyên KHTN 2019) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^3 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0, x = 3, y = 0$.

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{20}{3}$.

C. 10.

D. 9.

Câu 6. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

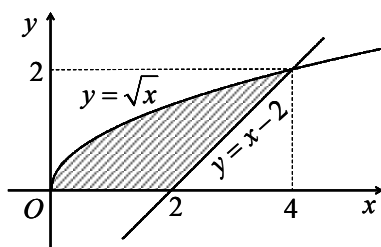
A. $S = \frac{937}{12}$

B. $S = \frac{343}{12}$

C. $S = \frac{793}{4}$

D. $S = \frac{397}{4}$

Câu 7. (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là

A. $\frac{8}{15}$.

B. $\frac{7}{15}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Câu 9. (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019) Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

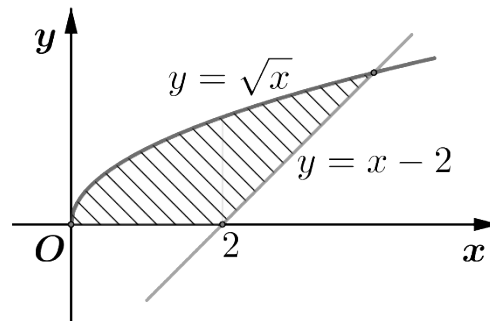
A. $S = \ln 2 + 1$.

B. $S = 2 \ln 2 + 1$.

C. $S = \ln 2 - 1$.

D. $S = 2 \ln 2 - 1$.

Câu 10. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



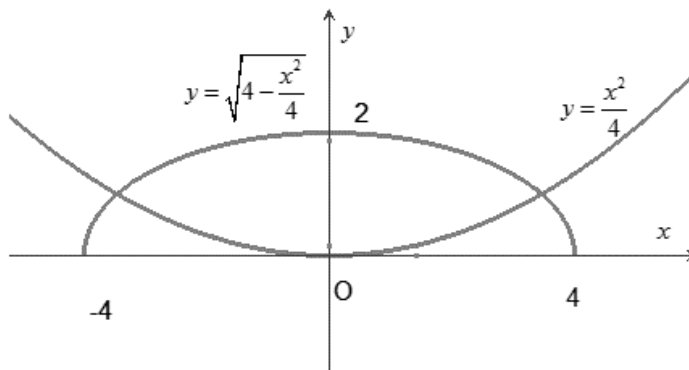
A. $\frac{10}{3}$.

B. 4.

C. $\frac{13}{3}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Câu 11. (HSG Bắc Ninh 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = \frac{x^2}{12}$ và đường cong có phương trình $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ (tham khảo hình vẽ bên)



Diện tích hình phẳng (H) bằng:

A. $\frac{2(4\pi + \sqrt{3})}{3}$

B. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{3} + \pi}{6}$

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x - 1|$ và nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ bằng?

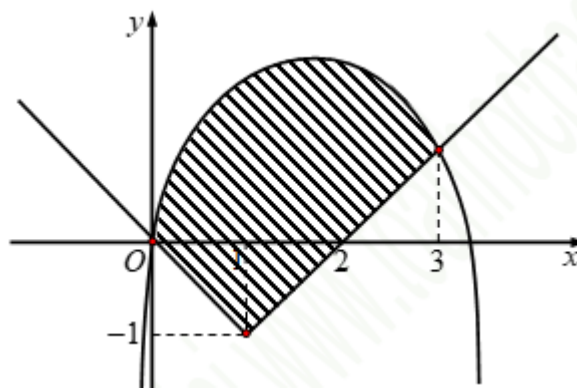
A. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\pi - 1}{2}$.

C. $\frac{\pi}{2} - 1$.

D. $\frac{\pi}{4} - 1$.

Câu 13. [Kim Liên - Hà Nội - 2018] Cho (H) là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y = \frac{10}{3}x - x^2$, $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x - 2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Diện tích của (H) bằng?



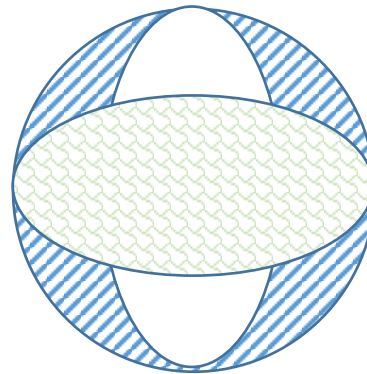
A. $\frac{11}{6}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{11}{2}$.

D. $\frac{14}{3}$.

Câu 14. (THCS&THPT Nguyễn Khuyến - Bình Dương - 2018) Cho đường tròn có đường kính bằng 4 và 2 Elip lần lượt nhận 2 đường kính vuông góc nhau của đường tròn làm trục lớn, trục bé của mỗi Elip đều bằng 1. Diện tích S phần hình phẳng ở bên trong đường tròn và bên ngoài 2 Elip (phần gạch caro trên hình vẽ) gần với kết quả nào nhất trong 4 kết quả dưới đây?



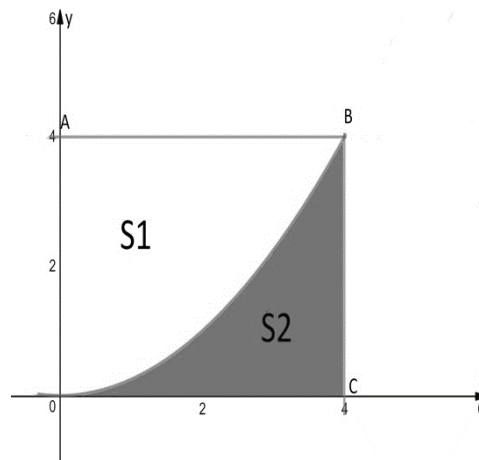
A. $S = 4,8$.

B. $S = 3,9$.

C. $S = 3,7$.

D. $S = 3,4$.

Câu 15. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch như hình vẽ bên dưới. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{3}{2}$.

B. 3.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

Câu 16. (Việt Đức Hà Nội 2019) Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1, y = 0, x = 1, x = t$ ($t > 1$). Tìm t để $S(t) = 10$.

A. $t = 3$.

B. $t = 4$.

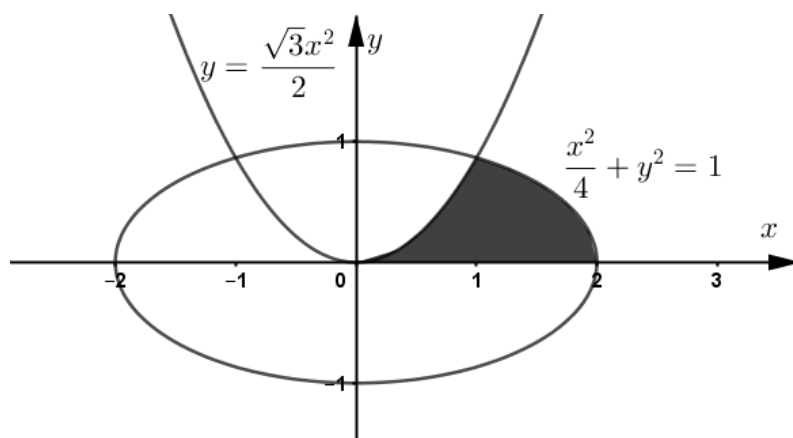
C. $t = 13$.

D. $t = 14$.

Câu 17. (Hà Nội - 2018) Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = 4R$. Trên đường tròn $(O; R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc 60° , (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. B. $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. C. $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. D. $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.

Câu 18. (THPT Yên Khánh A - 2018) Cho hình phẳng giới hạn bởi Elip $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) có diện tích $T = \frac{a}{b}\pi + \frac{c}{d}\sqrt{3}$ (với $a, c \in \mathbb{Z}$; $b, d \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản). Tính $S = a + b + c + d$.



A. $S = 32$.

B. $S = 10$.

C. $S = 15$.

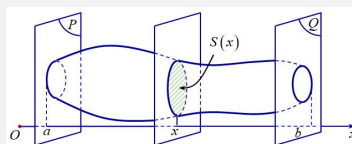
D. $S = 21$.

Dạng 2. Ứng dụng tích phân để tìm thể tích

① Thể tích vật thể

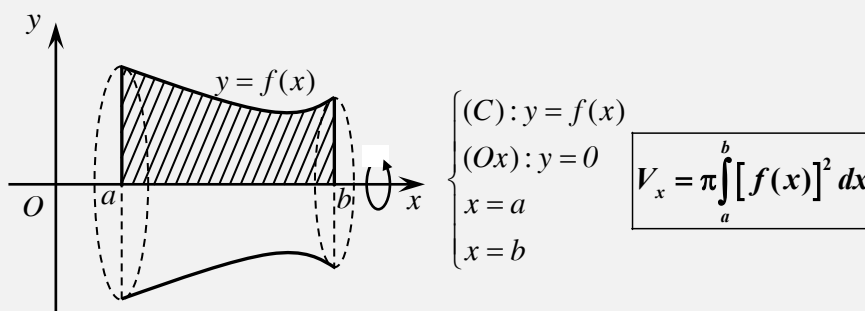
Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b , $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích của vật thể B được

xác định: $V = \int_a^b S(x) dx$.

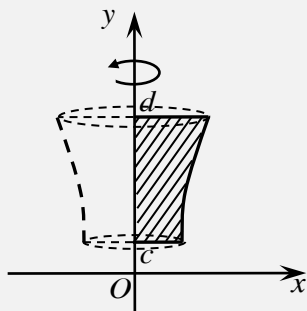


② Thể tích khối tròn xoay

a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :



b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y = c$, $y = d$ quanh trục Oy :

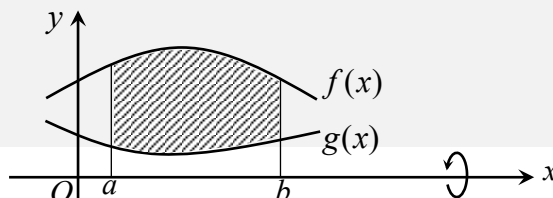


$$\begin{cases} (C): x = g(y) \\ (Oy): x = 0 \\ y = c \\ y = d \end{cases}$$

$$V_y = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy$$

c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ (cùng nằm một phía so với Ox) và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$



Câu 19. (Đề Minh Họa 2017) Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox

A. $V = (e^2 - 5)\pi$

B. $V = (4 - 2e)\pi$

C. $V = e^2 - 5$

D. $V = 4 - 2e$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^1 [2(x-1)e^x]^2 dx = 4\pi \int_0^1 (x-1)^2 e^{2x} dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = (x-1)^2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2(x-1)dx \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 2(x-1) \frac{e^{2x}}{2} dx = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx$$

$$\text{Gọi } I_1 = \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x-1 \Rightarrow du = dx \\ dv = e^{2x} dx \Rightarrow v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = 4\pi (x-1) \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2} dx = 2\pi - \pi e^{2x} \Big|_0^1 = 2\pi - \pi e^2 + \pi = 3\pi - \pi e^2$$

$$\text{Vậy } V = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - I_1 = -2\pi - (3\pi - \pi e^2) = \pi(e^2 - 5).$$

~! **Câu 20. (THPT An Lão Hải Phòng 2019)** Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 550

B. 400

C. 670

D. 335

Câu 21. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V hình tròn xoay sinh ra bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox .

A. $V = \frac{4\pi}{3}$.

B. $V = \frac{16\pi}{15}$.

C. $V = \frac{7\pi}{8}$.

D. $V = \frac{15\pi}{8}$.

Câu 22. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi hai đường $y = 2(x^2 - 1)$; $y = 1 - x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục Ox .

A. $\frac{64\pi}{15}$.

B. $\frac{32}{15}$.

C. $\frac{32\pi}{15}$.

D. $\frac{64}{15}$.

Câu 23. (Chuyên Bắc Giang -2019) Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. 5

B. $\pi\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

C. $\frac{3\pi}{2}$

D. $\pi\left(\frac{1}{2} + \pi\right)$

Câu 24. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định -2019) Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, $y = 0$ và $x = 9$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

A. $V = \frac{7}{6}$.

B. $V = \frac{5\pi}{6}$.

C. $V = \frac{7\pi}{11}$.

D. $V = \frac{11\pi}{6}$.

Câu 25. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành.

A. $\frac{31\pi}{3}$.

B. $\frac{32\pi}{3}$.

C. $\frac{34\pi}{3}$.

D. $\frac{35\pi}{3}$.

Câu 26. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

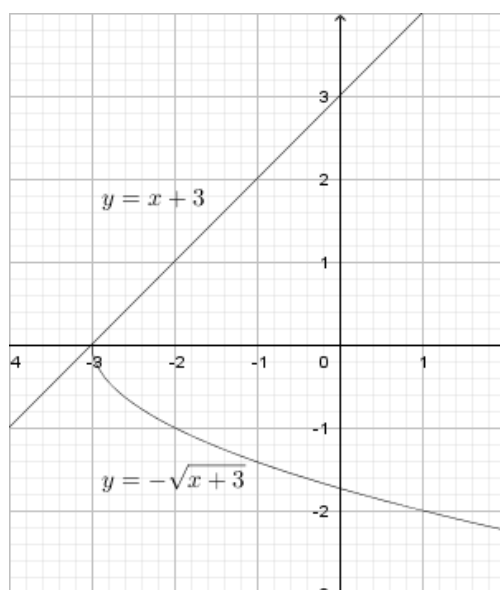
A. $V = \frac{4}{3}\pi$.

B. $V = \frac{16}{15}\pi$.

C. $V = \frac{16}{15}$.

D. $V = \frac{4}{3}$.

Câu 27. Tính thể tích vật tròn xoay tạo bởi miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + 3$, $y = -\sqrt{x+3}$, $x = 1$ xoay quanh trục Ox .



A. $\frac{41}{2}\pi$.

B. $\frac{43}{2}\pi$.

C. $\frac{41}{3}\pi$.

D. $\frac{40}{3}\pi$.

Câu 28. (THPT Quang Trung Đồng Đa Hà Nội 2019) Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. $V = e^2 - 1$. B. $V = \pi(e^2 - 1)$. C. $V = \frac{1}{4}\pi e^2 - 1$. D. $V = \frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$.

Câu 29. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình 2019) Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0; x = 2$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x (0 \leq x \leq 2)$ ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(x+1)e^x$. Thể tích vật thể (T) bằng

- A. $\frac{\pi(13e^4 - 1)}{4}$. B. $\frac{13e^4 - 1}{4}$. C. $2e^2$. D. $2\pi e^2$.

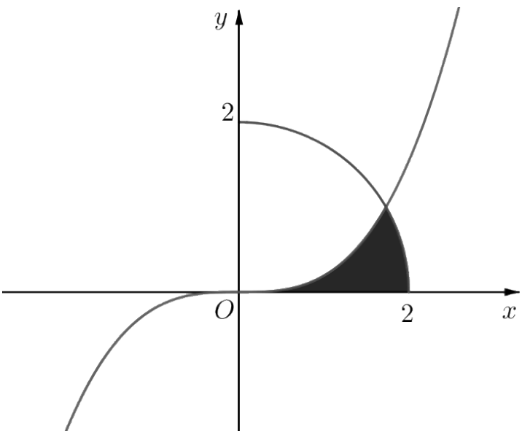
Câu 30. Cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có cùng bán kính $R = 3$ thỏa mãn tính chất tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích V phần chung của hai khối cầu tạo bởi $(S_1), (S_2)$.

- A. $V = \frac{45\pi}{8}$. B. $V = \frac{45\pi}{4}$. C. $V = \frac{45}{4}$. D. $V = \frac{45}{8}$.

Câu 31. (Toán Học Tuổi Trẻ - 2018) Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = |x|$ và $y = x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{15}$. D. $\frac{4\pi}{15}$.

Câu 32. (Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai - Sóc Trăng - 2018) Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$,

trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $P = a + b + c + d$.

- A. $P = 52$. B. $P = 40$. C. $P = 46$. D. $P = 34$.

Câu 33. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = x - \pi$, $y = \sin x$ và $x = 0$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục hoành và $V = p\pi^4$, $(p \in \mathbb{Q})$. Giá trị của $24p$ bằng

- A. 8. B. 4. C. 24. D. 12.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , $(H_1): \begin{cases} y = \frac{x^2}{4} \\ y = -\frac{x^2}{4} \\ x = -4, x = 4 \end{cases}$, $(H_2): \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ x^2 + (y-2)^2 \geq 4 \\ x^2 + (y+2)^2 \geq 4 \end{cases}$. Cho

$(H_1), (H_2)$ xoay quanh trục Oy ta được các vật thể có thể tích lần lượt V_1, V_2 . Đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $V_1 = V_2$. B. $V_1 = \frac{1}{2}V_2$. C. $V_1 = 2V_2$. D. $V_1 = \frac{3}{2}V_2$.

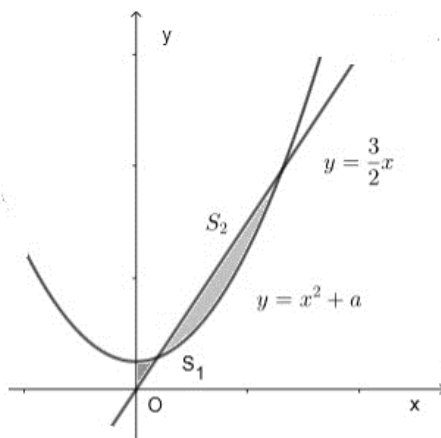
Câu 35. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2018) Cho hình thang $ABCD$ có AB song song CD và $AB = AD = BC = a$, $CD = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục là đường thẳng AB .

- A. $\frac{5}{4}\pi a^3$. B. $\frac{5}{2}\pi a^3$. C. $\frac{3-2\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. D. πa^3 .

Dạng 3. Diện tích, thể tích có điều kiện

Câu 36. (Mã 104 - 2019) Cho đường thẳng $y = \frac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương).

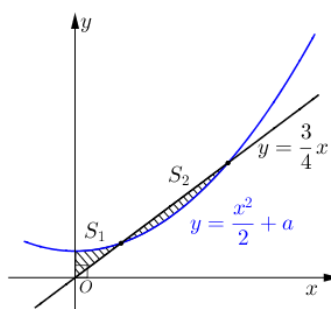
Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



- A. $\left(0; \frac{2}{5}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{16}\right)$ C. $\left(\frac{2}{5}; \frac{9}{20}\right)$ D. $\left(\frac{9}{20}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 37. (Mã 102 - 2019) Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương).

Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



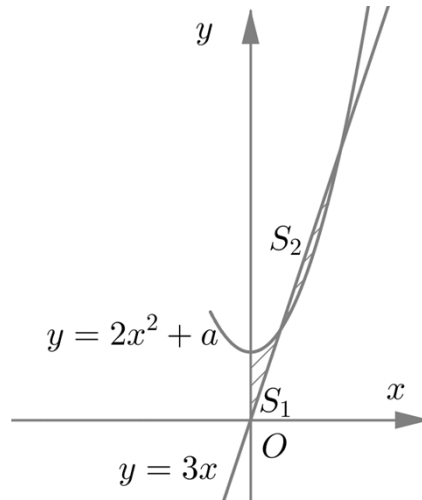
A. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

D. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$.

Câu 38. (Mã 103 - 2019) Cho đường thẳng $y = 3x$ và parabol $2x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(1; \frac{9}{8}\right)$.

B. $\left(\frac{9}{10}; 1\right)$.

C. $\left(\frac{4}{5}; \frac{9}{10}\right)$.

D. $\left(0; \frac{4}{5}\right)$.

Câu 39. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $my = x^2$, $mx = y^2$ ($m > 0$). Tìm giá trị của m để $S = 3$.

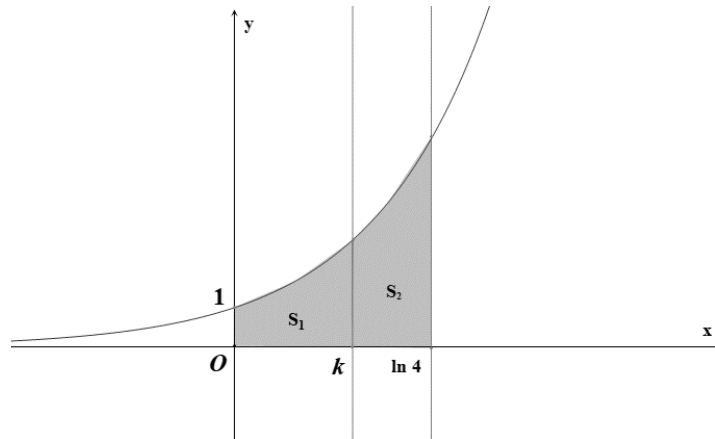
A. $m = 1$

B. $m = 2$

C. $m = 3$

D. $m = 4$

Câu 40. (THPT Cẩm Giàng 2 - 2019) Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



A. $k = \frac{4}{3} \ln 2$.

B. $k = \ln \frac{8}{3}$.

C. $k = \ln 2$.

D. $k = \ln 3$.

Câu 41. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Diện tích lớn nhất của hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB là

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 42. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Cho Parabol $(P): y = x^2 + 1$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$ với m là tham số. Gọi m_0 là giá trị của m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d là nhỏ nhất. Hỏi m_0 nằm trong khoảng nào?

- A. $(-\sqrt{2}; -\frac{1}{2})$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; \frac{1}{\sqrt{2}})$. D. $(\frac{1}{2}; 3)$.

Câu 43. (Việt Đức Hà Nội -2019) Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$ thành hai phần có diện tích S_1 và S_2 , trong đó $S_1 < S_2$. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

- A. $\frac{3\pi+2}{12\pi}$. B. $\frac{9\pi-2}{3\pi+2}$. C. $\frac{3\pi+2}{9\pi-2}$. D. $\frac{3\pi+2}{21\pi-2}$.

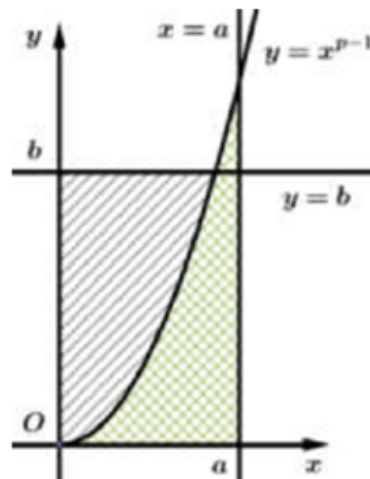
Câu 44. Tìm số thực a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1+a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1+a^6}$ có diện tích lớn nhất.

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. B. 1. C. 2. D. $\sqrt[3]{3}$.

Câu 45. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + m$ có đồ thị (C_m) . Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có phần phía trên trục hoành và phần phía dưới trục hoành có diện tích bằng nhau. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên, $b > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $S = a + b$ là:

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 46. (Chuyên Hạ Long - 2018) Cho các số p, q thỏa mãn các điều kiện: $p > 1, q > 1, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ và các số dương a, b . Xét hàm số: $y = x^{p-1} (x > 0)$ có đồ thị là (C) . Gọi (S_1) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, đường thẳng $x = a$, Gọi (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục tung, đường thẳng $y = b$, Gọi (S) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng $x = a, y = b$. Khi so sánh $S_1 + S_2$ và S ta nhận được bất đẳng thức nào trong các bất đẳng thức dưới đây?



- A. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \leq ab$ B. $\frac{a^{p-1}}{p-1} + \frac{b^{q-1}}{q-1} \geq ab$ C. $\frac{a^{p+1}}{p+1} + \frac{b^{q+1}}{q+1} \leq ab$ D. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab$.

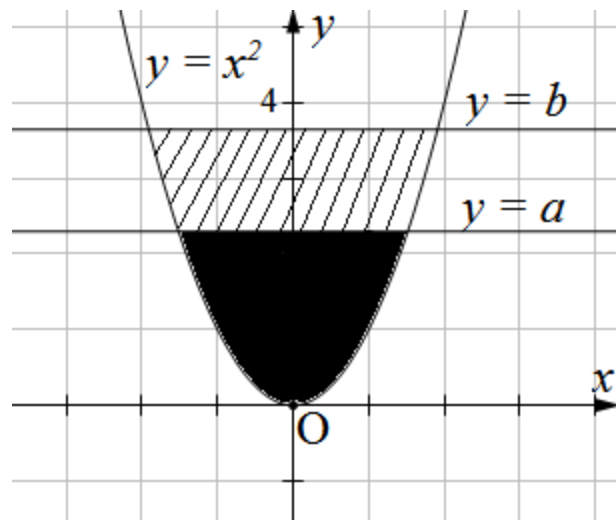
Câu 47. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2018) Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S .

A. $S_{\max} = \frac{2018^3 + 1}{6}$. B. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$. C. $S_{\max} = \frac{2018^3 - 1}{6}$. D. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$.

Câu 48. (THPT Tú Kỳ - Hải Dương - 2018) Đặt S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4 - x^2$, trục hoành và đường thẳng $x = -2, x = m, (-2 < m < 2)$. Tìm số giá trị của tham số m để $S = \frac{25}{3}$.

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 49. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018) Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a, y = b$ ($0 < a < b$) (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1 = S_2$?

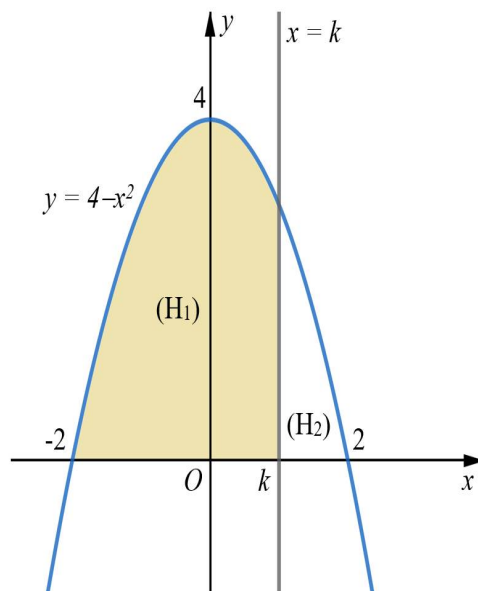


A. $b = \sqrt[3]{4a}$. B. $b = \sqrt[3]{2a}$. C. $b = \sqrt[3]{3a}$. D. $b = \sqrt[3]{6a}$.

Câu 50. Cho parabol $(P_1): y = -x^2 + 2x + 3$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d . Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$, tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

A. $T = 99$. B. $T = 64$. C. $T = 32$. D. $T = 72$.

Câu 51. (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2021) Trong mặt phẳng Oxy cho là hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành. Đường thẳng $x = k, (-2 < k < 2)$ chia (H) thành hai phần $(H_1), (H_2)$ như hình vẽ.



Biết rằng diện tích (H_1) gấp $\frac{20}{7}$ lần diện tích (H_2) , hỏi giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 2)$.

Câu 52. (Mã 101-2022) Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^3 f(x) dx = F(3) - G(0) + a \quad (a > 0). \text{ Gọi } S \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường}$$

$y = F(x), y = G(x), x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng:

- A. 15. B. 12. C. 18. D. 5.

Câu 53. (Mã 102 - 2022) Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^5 f(x) dx = F(5) - G(0) + a, \quad (a > 0). \text{ Gọi } S \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường } y = F(x),$$

$y = G(x), x = 0$ và $x = 5$. Khi $S = 20$ thì a bằng?

- A. 4. B. 15. C. 25. D. 20.

Câu 54. (Mã 103 - 2022) Biết $F(x); G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^4 f(x) dx = F(4) - G(0) + a \quad (a > 0). \text{ Gọi } S \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường}$$

$y = F(x); y = G(x); x = 0; x = 4$. Khi $S = 8$ thì a bằng

- A. 8 B. 4 C. 12 D. 2

Câu 55. (Mã 104-2022) Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

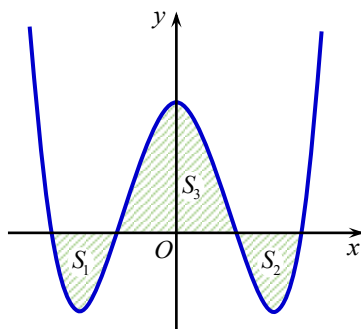
$$\int_0^2 f(x) dx = F(2) - G(0) + a \quad (a > 0). \text{ Gọi } S \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường } y = F(x),$$

$y = G(x), x = 0$ và $x = 2$, Khi $S = 6$ thì a bằng

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 8.

Câu 56. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và Ox có phần

phía trên trục hoành là S_1 , phần dưới trục hoành x là S_2 và S_3 thỏa $S_1 + S_2 = S_3$. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ (a, b là các số nguyên, $b > 0$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Giá trị của biểu thức $S = a - b$ là



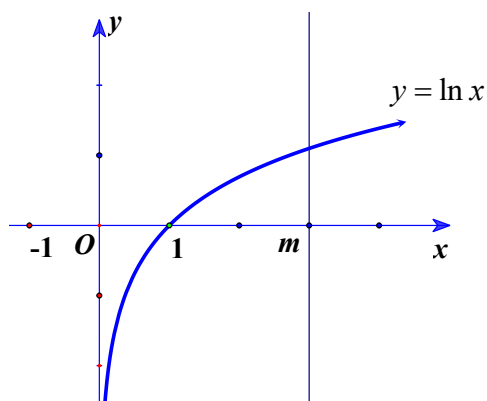
A. 2.

B. 7.

C. 9.

D. 11.

Câu 57. (THPT Nguyễn Tất Thành-Đh-SP-HN-2022) Cho D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = m$, với $m > 1$. Khi hình phẳng D có diện tích bằng 1, giá trị của m thuộc khoảng nào dưới đây ?



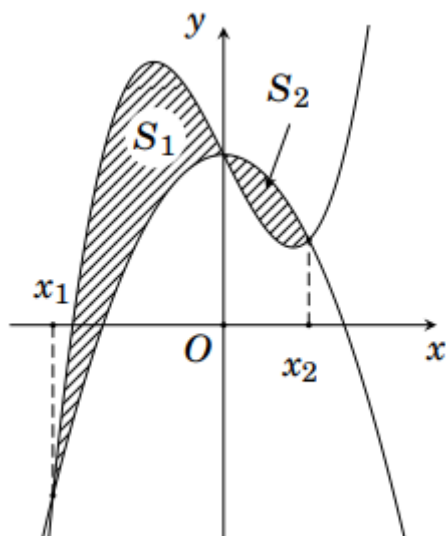
A. $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$.

B. $\left(3; \frac{7}{2}\right]$.

C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right]$.

D. $\left(2; \frac{5}{2}\right]$.

Câu 58. (Sở Hà Tĩnh 2022) Cho đường cong $(C): y = x^3 + kx + 2$ và parabol $P: y = -x^2 + 2$ tạo thành hai miền phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên.



Biết rằng $S_1 = \frac{8}{3}$, giá trị của S_2 bằng

A. $\frac{1}{2}$.

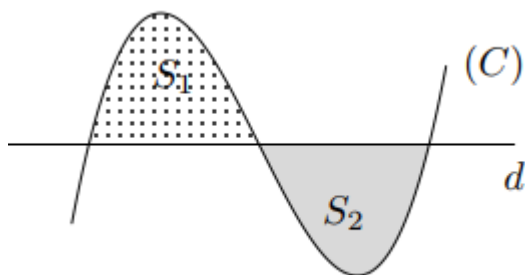
- B. $\frac{1}{4}$.
C. $\frac{3}{4}$.
D. $\frac{5}{12}$.

Câu 59. (Sở Ninh Bình 2022) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = (m+1)x + 5$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $\frac{16}{3}$.
B. $\frac{48}{3}$.
C. $\frac{64}{3}$.
D. $\frac{32}{3}$.

Câu 60. (Sở Ninh Bình 2022) Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d :

$y = -45m - 2$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + x + 1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = S_2$ (xem hình vẽ). Số phần tử của tập X là



- A. 0.
B. 2.
C. 1.
D. 9.

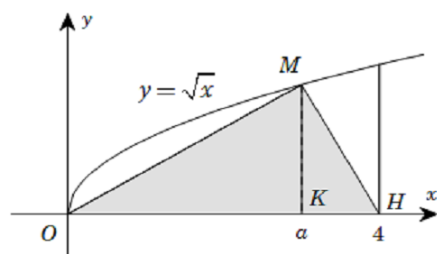
Câu 61. (THPT Kim Liên - Hà Nội - 2022) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x - 1$ và các đường thẳng $y = m$, $x = 0$, $x = 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-4040; -3]$ để $S \leq 2021$?

- A. 2019. B. 2020. C. 2021. D. 2018.

Câu 62. (HSG Tỉnh Bắc Ninh 2019) Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{m^2 - x^2}$ (m là tham số khác 0) và trục hoành. Khi (H) quay xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích V . Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $V < 1000\pi$.

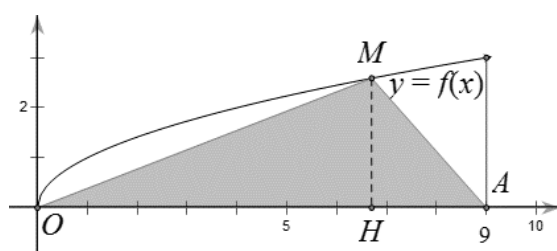
- A. 18. B. 20. C. 19. D. 21.

Câu 63. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó



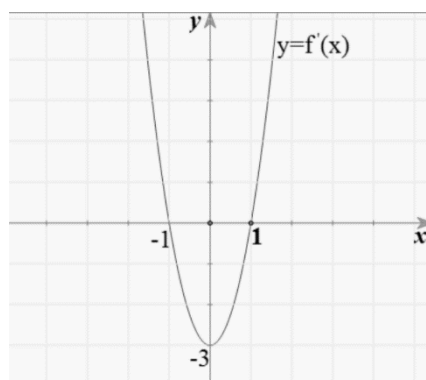
- A. $a = 2$. B. $a = 2\sqrt{2}$. C. $a = \frac{5}{2}$. D. $a = 3$.

Câu 64. (Chuyên Lê Hồng Phong - Tphcm - 2018) Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng $x = 9$ và trục Ox . Cho điểm M thuộc đồ thị (C) và điểm $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh trục Ox . Biết rằng $V_1 = 2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM .



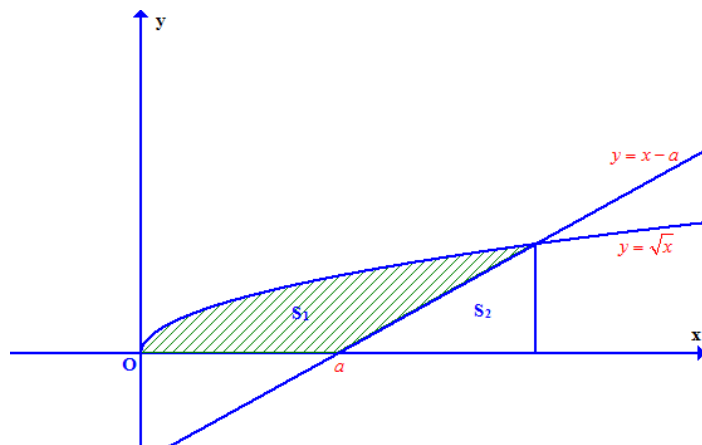
- A. $S = 3$. B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$. C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{4}{3}$.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox .



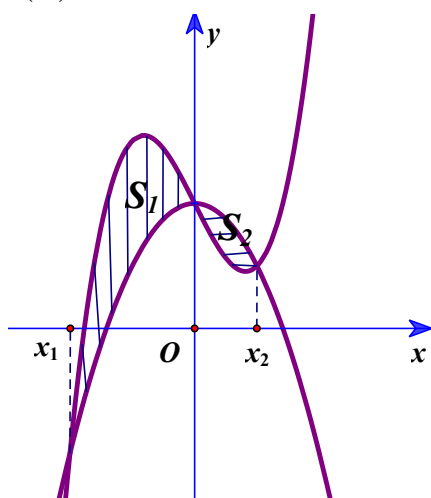
- A. $\frac{725}{35}\pi$. B. $\frac{1}{35}\pi$. C. 6π . D. đáp án khác.

Câu 66. (Chuyên Vĩnh Phúc 2022) Cho đường thẳng $y = x - a$ (a là tham số thực dương) và đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên dưới. Khi $S_1 = \frac{5}{3}S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



- A. $\left(\frac{5}{2}; \frac{8}{3}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{5}\right)$. C. $\left(\frac{9}{5}; \frac{5}{2}\right)$. D. $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 67. (Cụm trường Nam Định 2022) Cho đường cong $(C): y = x^3 + mx + 2$ (với m là tham số thực) và parabol $(P): y = -x^2 + 2$ tạo thành hai miền phẳng có diện tích S_1, S_2 có diện tích như hình vẽ sau



Biết $S_1 = \frac{8}{3}$, giá trị của S_2 bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 68. (Sở Bình Thuận 2022) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 2mx - 1$ (m là tham số) và $y = x^3 + x^2 + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $\frac{31}{3}$.
B. $\frac{28}{3}$.
C. $\frac{32}{3}$.
D. $\frac{29}{3}$.

Câu 69. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2022) Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $d: y = m(x+1)$ cắt nhau tạo thành hai hình phẳng có cùng diện tích. Khi đó giá trị của m thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau?

- A. $m \in (4; 5)$. B. $m \in (-5; -3)$. C. $m \in (2; 4)$. D. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.