

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. Cho phương trình: $2x^2 - x - 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 x_2^2 - 2024$.

Câu 3. Hợp tác xã A chuyên trồng hoa màu để bán. Nhưng năm nay chịu đợt sâu hại nên số lượng hoa màu dự định bán ra đã hư 30% và phần còn lại cũng ảnh hưởng nên chỉ bán được với giá bán bằng $\frac{3}{4}$ giá bán dự định lúc đầu. Nếu bán hết phần còn lại này với giá như trên thì số tiền sẽ ít hơn 152 triệu đồng so với dự tính lúc đầu. Hỏi nếu không bị hư hại và không giảm giá thì theo dự tính, hợp tác xã này sẽ thu về bao nhiêu tiền từ hoa màu?

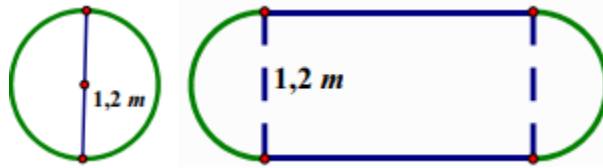


Câu 4. Một vé xem phim có mức giá là 60000 đồng. Trong dịp khuyến mãi cuối năm 2019, số lượng người xem phim tăng thêm 45% nên tổng doanh thu cũng tăng 8,75%. Hỏi rạp phim đã giảm giá mỗi vé bao nhiêu phần trăm so với giá ban đầu?



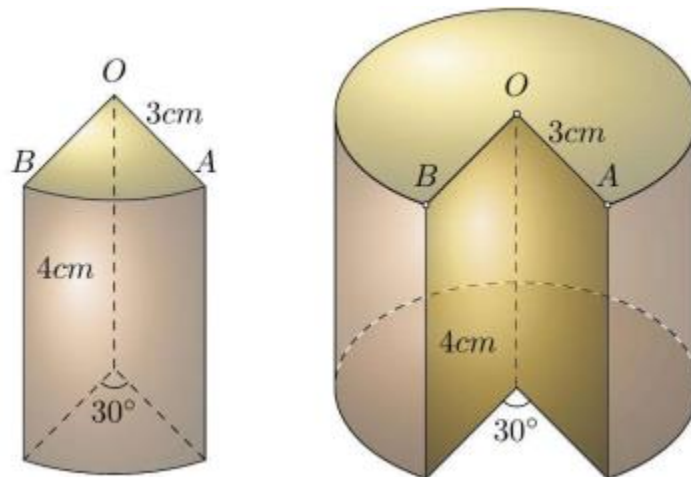
Câu 5. Có 2 đội công nhân cùng làm 1 công trình. Lần thứ nhất: đội 1 làm trong 6 ngày, đội 2 làm trong 4 ngày thì xong công trình. Lần thứ hai: đội 1 làm trong 4 ngày, đội 2 làm trong 8 ngày thì xong công trình. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội công nhân làm trong bao lâu hoàn thành công trình?

Câu 6. Một chiếc bàn hình tròn được ghép bởi hai nửa hình tròn đường kính $1,2m$. Người ta muốn nới rộng mặt bàn bằng cách ghép thêm vào giữa một mặt hình chữ nhật có 1 kích thước là $1,2m$ như hình vẽ dưới.



- Kích thước kia của hình chữ nhật phải là bao nhiêu để diện tích mặt bàn tăng gấp ba sau khi nới?
- Kích thước kia của hình chữ nhật phải là bao nhiêu để chu vi mặt bàn tăng gấp đôi sau khi nới?

Câu 7. Một khối gỗ hình trụ có bán kính đáy là $3cm$, chiều cao $4cm$ được đặt đứng trên mặt bàn. Một phần của khối gỗ bị cắt rời theo các bán kính OA, OB và theo chiều dài thẳng đứng từ trên xuống dưới với $AOB = 30^\circ$ như hình vẽ bên dưới:



- Tính thể tích của khối gỗ còn lại sau khi bị cắt rời.
- Diện tích toàn phần của khối gỗ còn lại sau khi đã bị cắt.

Câu 8. Cho ΔABC nội tiếp trong đường tròn $(O; R)$. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

- Chứng minh các tứ giác $AEHF, BCEF$ nội tiếp.
- Kẻ đường kính AK của (O) . Chứng minh $AB.AC = 2R.AD$.
- Gọi M là trung điểm của BC, I là giao điểm EF và BC . Chứng minh tứ giác $EFDM$ nội tiếp và $IB.IC = ID.IM$.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

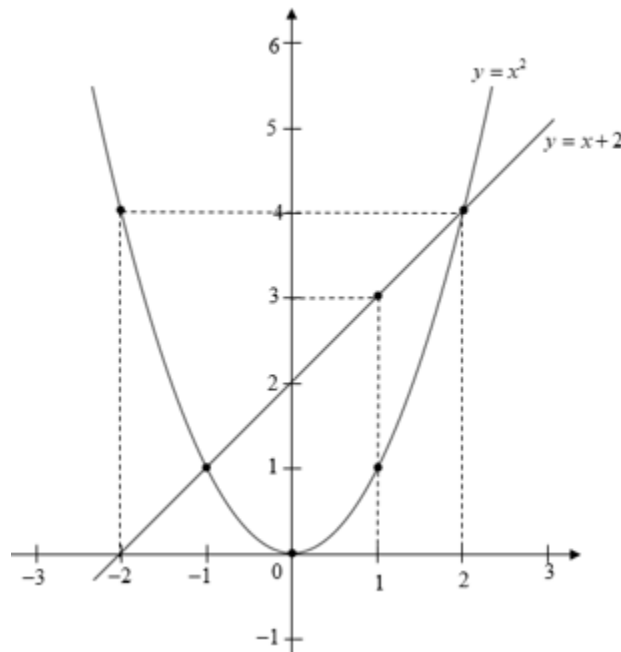
Lời giải

a) $(P): y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

$(d): y = x + 2$

x	-2	-1	0	1	2
$y = x + 2$	0	1	2	3	4



b) Tọa độ giao điểm (P) và (d) . Phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d)

$$x^2 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x+1=0 \end{cases}$$

Thế $x-2$ vào $(P) y = x^2$

$$\Leftrightarrow y = 2^2 = 4$$

Vậy tọa độ giao điểm (P) và (d) là $(2;4)$

Câu 2. Cho phương trình: $2x^2 - x - 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 x_2^2 - 2024$.

Lời giải

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$(a = 2; b = -1; c = -3)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4.2(-3)$$

$$\Delta = 1 + 24$$

$$\Delta = 25 > 0$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

Áp dụng định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Ta có: $A = x^2 + x_2^2 - x_1^2 x_1^2 - 2024$

$$A = [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] - (x_1 x_2)^2 - 2014$$

$$A = \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) \right] - \left(-\frac{3}{2} \right)^2 - 2024$$

$$A = \left[\frac{-1}{4} + 3 \right] - \frac{9}{4} - 2024$$

$$A = -2023$$

Vậy giá trị của biểu thức A là -2023

Câu 3. Hợp tác xã A chuyên trồng hoa màu để bán. Nhưng năm nay chịu đợt sâu hại nên số lượng hoa màu dự định bán ra đã hư 30% và phần còn lại cũng ảnh hưởng nên chỉ bán được với giá bán bằng $\frac{3}{4}$ giá bán dự định lúc đầu. Nếu bán hết phần còn lại này với giá như trên thì số tiền sẽ ít hơn 152 triệu đồng so với dự tính lúc đầu. Hỏi nếu không bị hư hại và không giảm giá thì theo dự tính, hợp tác xã này sẽ thu về bao nhiêu tiền từ hoa màu?



Lời giải

Gọi x là số hoa dự định bán và y là giá tình dự định bán ($x \in \mathbb{N}^*, y > 0$)

Số tiền theo dự tính xã A nhận được khi bán hết hoa là: xy (đ)

Số lượng hoa còn lại sau khi hư 30% : $x(100\% - 30\%) = 0.7x$ (hoa)

Giá bán của hoa lúc sau: $\frac{3}{4}y$

Nếu bán hết phần còn lại với giá như trên thì ít hơn 152 triệu đồng so với dự tính lúc đầu:

$$0,7x \cdot \frac{3}{4}y = xy - 152 \text{ (triệu)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{21}{40}xy - xy = 152 \text{ (triệu)}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{19}{40}xy = -152 \text{ (triệu)}$$

$$\Leftrightarrow xy = 320 \text{ (triệu)}$$

Vậy nếu không bị hư hại và không giảm giá trị thì theo dự tính sẽ thu về 320 triệu đồng.

Câu 4. Một vé xem phim có mức giá là 60000 đồng. Trong dịp khuyến mãi cuối năm 2019, số lượng người xem phim tăng thêm 45% nên tổng doanh thu cũng tăng 8,75%. Hỏi rạp phim đã giảm giá mỗi vé bao nhiêu phần trăm so với giá ban đầu?



Lời giải

Gọi x là số lượng người xem trước khi khuyến mãi (người, $x \in \mathbb{N}^*$)

Doanh thu lúc đó : $60000x$ (đ)

Vì khi có đợt khuyến mãi số lượng người xem tăng thêm 45%

$$x(100\% + 45\%) = 1,45x$$

Doanh thu đợt khuyến mãi:

$$60000x(100\% + 8,75\%) = 65250x \text{ (đ)}$$

$$\text{Giá vé lúc sau: } 65250x : 1,45x = 45000 \text{ (đ)}$$

Gọi y là % giảm giá cho mỗi vé xem phim ($\%, y > 0$)

$$\text{Theo đề bài ta có: } 60000(100\% - y\%) = 45000$$

$$\Leftrightarrow 100\% - y\% = 0,75$$

$$\Leftrightarrow y\% = 0,25$$

$$\Leftrightarrow y = 0,25\%$$

Vậy phần trăm giảm giá cho mỗi vé là 25%

- Câu 5.** Có 2 đội công nhân cùng làm 1 công trình. Lần thứ nhất: đội 1 làm trong 6 ngày, đội 2 làm trong 4 ngày thì xong công trình. Lần thứ hai: đội 1 làm trong 4 ngày, đội 2 làm trong 8 ngày thì xong công trình. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội công nhân làm trong bao lâu hoàn thành công trình?

Lời giải

Gọi x là thời gian đội 1 làm một mình xong công việc ($x > 0$)

Gọi y là thời gian đội 2 làm một mình xong công việc ($y > 0$)

Vì lần thứ nhất đội 1 làm 6 ngày, đội 2 làm 4 ngày thì xong công việc nên:

$$\frac{6}{x} + \frac{4}{y} = 1 \quad (1)$$

Vì lần thứ hai đội 1 làm 4 ngày, đội 2 làm 8 ngày thì xong công việc nên:

$$\frac{4}{x} + \frac{8}{y} = 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = 1 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{x}; b = \frac{1}{y}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a + 4b = 1 \\ 4a + 8b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1-4b}{6} \\ \frac{4(1-4b)}{6} + 8b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1-4b}{6} \\ \frac{4-16b}{6} + \frac{48b}{6} = \frac{6}{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1-4b}{6} \\ 4-16b+48b = 6 \end{cases}$$

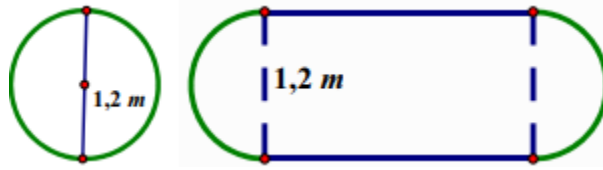
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = \frac{1-4b}{6} \\ 32b = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1-4b}{6} \\ b = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = \frac{1}{16} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \\ b = \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 16 \end{cases}$$

Vậy nếu hai đội làm một mình thì đội 1 hết 8 ngày, đội 2 hết 16 ngày là xong công việc.

- Câu 6.** Một chiếc bàn hình tròn được ghép bởi hai nửa hình tròn đường kính $1,2\text{ m}$. Người ta muốn nói rộng mặt bàn bằng cách ghép thêm vào giữa một mặt hình chữ nhật có 1 kích thước là $1,2\text{ m}$ như hình vẽ dưới.



Lời giải

- a) Diện tích hình tròn lúc đầu

$$S = \frac{(1,2)^2}{2} \cdot 3,14 = 1,1304(m^2)$$

Diện tích lúc sau gấp 3 lần:

$$1,1304 \cdot 3 = 3,3912(m^2)$$

Vậy để diện tích của bàn tăng gấp 3 lần sau khi nói thì kích thước của hình chữ nhật $1,884\text{ m}$

- b) Chu vi hình tròn ban đầu

$$3,14 \cdot 1,2 = 3,768(m)$$

Chu vi lúc sau tăng gấp 2 lần:

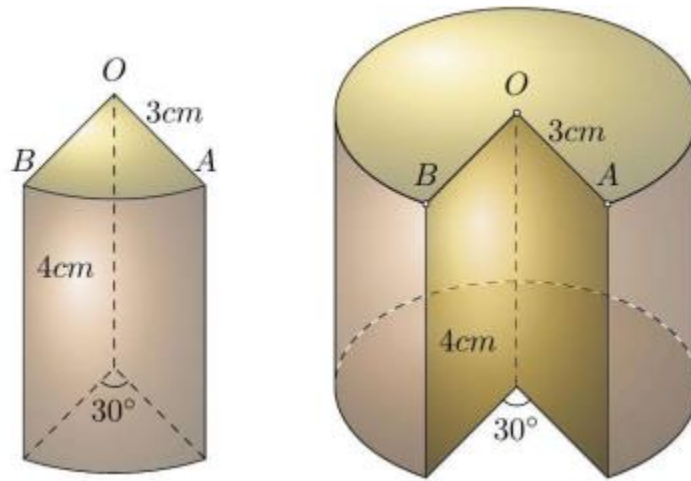
$$3,768 \cdot 2 = 7,536(m)$$

Kích thước hình chữ nhật:

$$(7,536 - 3,768) : 2 = 1,884(m)$$

Vậy để chu vi mặt bàn tăng gấp đôi sau khi nói thì kích thước của hình chữ nhật là $1,884\text{ m}$

- Câu 7.** Một khối gỗ hình trụ có bán kính đáy là 3 cm , chiều cao 4 cm được đặt đứng trên mặt bàn. Một phần của khối gỗ bị cắt rời theo các bán kính OA, OB và theo chiều dài thẳng đứng từ trên xuống dưới với $AOB = 30^\circ$ như hình vẽ bên dưới:



- a) Tính thể tích của khối gỗ còn lại sau khi bị cắt rời.
b) Diện tích toàn phần của khối gỗ còn lại sau khi đã bị cắt.

Lời giải

- a) Thể tích phần bị cắt là

$$V_1 = S_{\text{quat}} \cdot h = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 30}{360} \cdot 4 = 3\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích phần còn lại là:

$$V_2 = V - V_1 = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 - 3\pi = 33\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

- b) Diện tích phần còn lại của hai đầu:

$$2 \left(\pi \cdot 9 - \frac{\pi \cdot 9 \cdot 30}{360} \right) = \frac{33}{2} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích xung quanh:

$$2\pi R h - \frac{\pi R \cdot 30}{180} \cdot h + 2Rh = 22\pi + 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

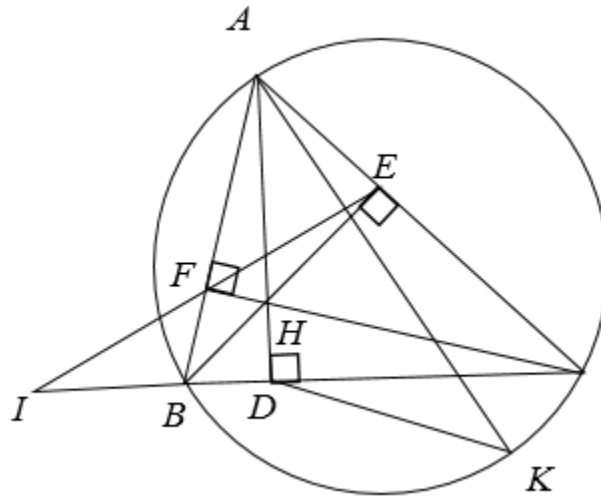
Diện tích toàn phần là:

$$\frac{33}{2} \pi + 22\pi + 24 = 38\frac{1}{2} \pi + 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ nội tiếp trong đường tròn $(O; R)$. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh các tứ giác $AEHF, BCEF$ nội tiếp.
b) Kẻ đường kính AK của (O) . Chứng minh $AB \cdot AC = 2R \cdot AD$.
c) Gọi M là trung điểm của BC, I là giao điểm EF và BC . Chứng minh tứ giác $EFDM$ nội tiếp và $IB \cdot IC = ID \cdot IM$.

Lời giải



a) Xét tam tứ giác $AEHF$ ta có $\begin{cases} AFH = 90^\circ (CF \text{ là đường cao}) \\ AEH = 90^\circ (BE \text{ là đường cao}) \end{cases}$

mà $AFH + AEH = 180^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AEHF$ nội tiếp (2 góc đối bù nhau)

Xét tứ giác $BCEF$ ta có $BFC = BEC = 90^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BCEF$ nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn cạnh dưới hai góc bằng nhau)

b) Vì ACK là góc nội tiếp chắn nửa cung chắn nửa đường tròn (O) , đường kính AB

$\Rightarrow ACK = 90^\circ$

Xét $\triangle ADB$ và $\triangle ACK$

Ta có: $\begin{cases} ABD = AKC \left(= \frac{1}{2} AC \right) \\ ADB = ACK (= 90^\circ) \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle ACK$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{AD}{AC}$ (tsdd)

$\Rightarrow AB.AC = AK.AD$

Mà $AK = 2R$ (AK là đường kính)

$\Rightarrow AB.AC = 2R.AD$

c) Xét tứ giác $BFEC$ ta có:

$$\angle BFC = \angle CEB (= 90^\circ)$$

Mà hai góc cùng nhìn cạnh BC

$\Rightarrow$ Tứ giác $BFEC$ nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn cạnh dưới hai góc bằng nhau)

$$\Rightarrow \angle EFC = \angle CEB \quad (1)$$

$$\text{Xét tứ giác } BFED \text{ ta có } \begin{cases} \angle BFH = 90^\circ \\ \angle BDH = 90^\circ \end{cases}$$

$$\text{Mà } \angle BFH + \angle BDH = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ tứ giác $BFED$ nội tiếp (2 góc đối bù nhau)

$$\Rightarrow \angle DFC = \angle EBC \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \angle EFC = \angle DFC$$

$\Rightarrow FC$ là tia phân giác góc DFE

$$\Rightarrow \angle DFC = 2 \cdot \angle EFC$$

$$\text{Mà } \angle EMC = 2 \cdot \angle EFC$$

$$\Rightarrow \angle DFE = \angle EMC$$

Xét tứ giác $EFDM$

Ta có $\angle DFE = \angle EMC$ nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc đối trong)

$$\text{Xét } \triangle IFD \text{ và } \triangle IME \text{ ta có: } \begin{cases} \angle EIM \text{ chung} \\ \angle IDF = \angle IEM \text{ (chứng minh trên)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle IFD \sim \triangle IME \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{ID}{IE} = \frac{IF}{IM} \text{ (tsđđ)}$$

$$\Rightarrow ID \cdot IM = IE \cdot IF \quad (3)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \angle BFE + \angle CFE = 180^\circ \text{ (} BCEF \text{ nội tiếp)} \\ \angle BFE + \angle IFB = 180^\circ \text{ (Kề bù)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \angle BCE = \angle IFB$$

Xét $\triangle IBF$ và $\triangle IEC$ có

$$\begin{cases} FIB: chung \\ IFB = ICE \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta IBF \sim \Delta IEC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{IF}{IC} = \frac{IB}{IE} \text{ (tsđd)}$$

$$\Rightarrow IC.IB = IF.IE \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow IC.IB = ID.IM$$

----HẾT---