

**Câu 1.** (1,5 điểm). Cho Parabol  $(P): y = -\frac{x^2}{4}$

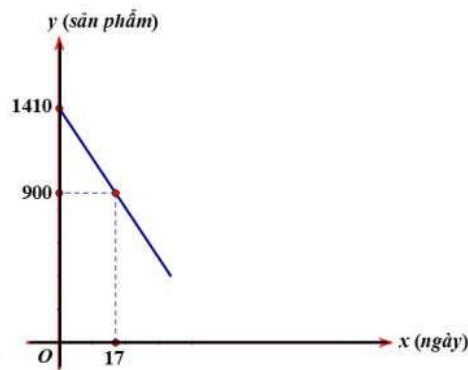
a) Vẽ  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

b) Tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d): y = \frac{1}{2}x - 2$  bằng phép toán.

**Câu 2.** (1 điểm). Cho phương trình:  $4x^2 - \frac{x}{2} = 1$ .

Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức sau:  $T = (3x_1 - 2)^3 (3x_2 - 2)^3$ .

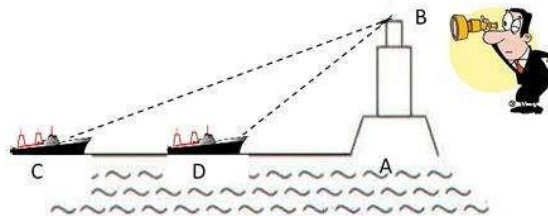
**Câu 3.** Một xí nghiệp cần bán thanh lý sản phẩm. Số sản phẩm còn lại sau ngày bán được xác định bởi hàm số:  $y = ax + b$  có đồ thị như sau:



a) Hãy dựa vào đồ thị hãy xác định  $a$ ,  $b$  và hàm số  $y$ .

b) Xí nghiệp cần bao nhiêu ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý?

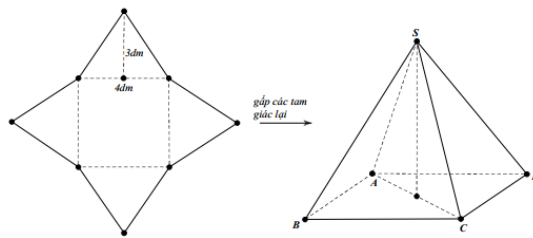
**Câu 4.** Từ đài quan sát cao  $15m$  (tính từ mực nước biển), bạn An có thể nhìn thấy hai chiếc thuyền dưới góc hạ  $40^\circ$  và  $100^\circ$  so với phương ngang. Hãy tính khoảng cách 2 chiếc thuyền (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)? Điều kiện lý tưởng: vị trí 2 chiếc thuyền và vị trí đài quan sát thẳng hàng. (1 điểm).



**Câu 5.** Năm học 2021-2022 vừa qua hai trường THCS trên địa bàn thành phố Thủ Đức có 210 học sinh thi đậu vào lớp 10 THPT, đạt tỉ lệ trúng tuyển 84%. Tính riêng thì trường A đậu 80% trường B đậu 90%. Em hãy tính xem mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi vào lớp 10; và có bao nhiêu học sinh thi đậu?

**Câu 6.** Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30 – 4 . Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia . Để kích thích mọi người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour là bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt là lớn nhất.

**Câu 7.** Để tạo một mô hình kim tự tháp (hình chóp tứ giác đều) từ tấm bìa, bạn Hạ cắt theo hình bên (ở giữa là hình vuông cạnh  $4dm$ , các tam giác bên ngoài là tam giác cân có chiều cao  $3dm$ ) rồi gấp 4 tam giác lại chung đỉnh. Hãy tính thể tích của mô hình được tạo thành ở trên (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)



**Câu 8.** Từ 1 điểm  $A$  ở ngoài đường tròn tâm  $O$ , vẽ 2 tiếp tuyến  $AB, AC$  với ( $B, C$  là hai tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $OA$  và  $BC$ .

- Chứng minh Tứ giác  $OBAC$  nội tiếp và  $H$  là trung điểm của  $BC$ .
- Trên cung lớn  $BC$  của ( $O$ ) lấy điểm  $D$ . Qua  $H$  vẽ dây cung  $DE$  của ( $O$ ).
- Chứng minh:  $BD \cdot BE = CD \cdot CE$
- Tia  $AE$  cắt ( $O$ ) tại  $K$ . Chứng minh tứ giác  $BKDC$  là hình thang cân.

----HẾT----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1. (1,5 điểm).** Cho Parabol  $(P): y = -\frac{x^2}{4}$

a. Vẽ  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

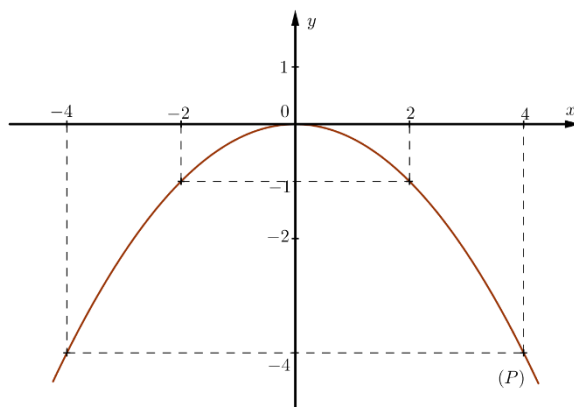
b. Tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d): y = \frac{1}{2}x - 2$  bằng phép toán.

### Lời giải

a) Vẽ  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

BGT:

$x$	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4



b) Tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$ :

$$\Leftrightarrow -\frac{x^2}{4} = \frac{1}{2}x - 2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 = 2x - 8$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 2x + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Thay  $x = 2$  vào  $y = -\frac{x^2}{4}$ , ta được:  $y = -\frac{2^2}{4} = -1$ .

Thay  $x = -4$  vào  $y = -\frac{x^2}{4}$ , ta được:  $y = -\frac{(-4)^2}{4} = -4$ .

Vậy  $(2; -1)$ ,  $(-4; -4)$  là hai giao điểm cần tìm.

**Câu 2. (1 điểm)** Cho phương trình:  $4x^2 - \frac{x}{2} = 1$ .

Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức sau:  $T = (3x_1 - 2)^3 (3x_2 - 2)^3$ .

### Lời giải

$$\text{Ta có: } 4x^2 - \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow 4x^2 - \frac{x}{2} - 1 = 0$$

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = \frac{65}{4} > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{-\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } T = (3x_1 - 2)^3 (3x_2 - 2)^3$$

$$T = [(3x_1 - 2)(3x_2 - 2)]^3$$

$$T = (9x_1x_2 - 6x_1 - 6x_2 + 4)^3$$

$$T = [9x_1x_2 - 6(x_1 + x_2) + 4]^3$$

$$T = \left[9 \cdot \frac{-1}{4} - 6 \cdot \frac{1}{8} + 4\right]^3$$

$$T = 1$$

**Câu 3. (1 điểm)** Một xí nghiệp cần bán thanh lý sản phẩm. Số sản phẩm còn lại sau ngày bán được xác định bởi hàm số:  $y = ax + b$  có đồ thị như sau:

a) Hãy dựa vào đồ thị hãy xác định  $a, b$  và hàm số  $y$ .

b) Xí nghiệp cần bao nhiêu ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý?

#### Lời giải

a) Hãy dựa vào đồ thị xác định  $a, b$  và hàm số  $y$ .

Theo đề bài, ta có:

$$\text{Với } \begin{cases} x = 0 \\ y = 1410 \end{cases} \Rightarrow 1410 = 0 \cdot a + b \quad (1).$$

$$\text{Với } \begin{cases} x = 17 \\ y = 900 \end{cases} \Rightarrow 900 = 17 \cdot a + b \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 0a + b = 1410 \\ 17a + b = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -30 \\ b = 1410 \end{cases}.$$

Vậy:  $a = -30, b = 1410$  và  $y = -30x + 1410$ .

b) Xí nghiệp cần bao nhiêu ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý?

Thay  $y = 0$  vào  $y = -30x + 1410$ , ta có:

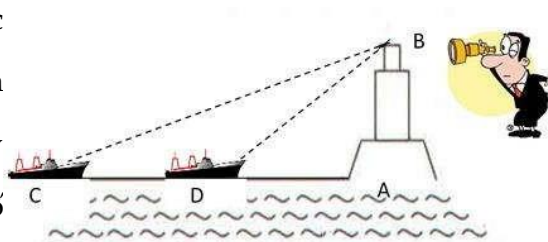
$$0 = -30x + 1410$$

$$\Leftrightarrow 30x = 1410$$

$$\Leftrightarrow x = 47$$

Vậy cần 47 ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý.

**Câu 4.** (0,75 điểm). Từ đài quan sát cao 15m (tính từ mực nước biển), bạn An có thể nhìn thấy hai chiếc thuyền dưới góc hạ  $40^\circ$  và  $10^\circ$  so với phương ngang. Hãy tính khoảng cách 2 chiếc thuyền (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)? Điều kiện lý tưởng: vị trí 2 chiếc thuyền và vị trí đài quan sát thẳng hàng. (1 điểm).



**Lời giải**

Ta có  $CD = CA - DA$

$$CD = AB \tan CBA - AB \tan DBA$$

$$CD = 15 \cdot (\tan 40^\circ - \tan 10^\circ)$$

$$CD \approx 10m$$

Vậy khoảng cách 2 chiếc thuyền là 10m.

**Câu 5.** Năm học 2021-2022 vừa qua hai trường THCS trên địa bàn thành phố Thủ Đức có 210 học sinh thi đậu vào lớp 10 THPT, đạt tỉ lệ trúng tuyển 84%. Tính riêng thì trường A đậu 80% trường B đậu 90%. Em hãy tính xem mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi vào lớp 10; và có bao nhiêu học sinh thi đậu?

**Lời giải**

Gọi  $x$  là số học sinh thi đậu trường A ( $x \in N^*$ )

Gọi  $y$  là số học sinh thi đậu trường B ( $y \in N^*$ )

Vì hai trường THCS A và B có 210 học sinh thi đậu vào lớp 10 THPT nên ta có phương trình:

$$x + y = 210 \quad (1)$$

Vì trường A đậu 80% và trường B đậu 90%, cả hai trường đạt tỉ lệ trúng tuyển 84% nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{80\%} + \frac{y}{90\%} = \frac{210}{84\%} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 210 \\ \frac{x}{80\%} + \frac{y}{90\%} = \frac{210}{84\%} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 90 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy trường A có 120 học sinh, trường B có 90 học sinh

**Câu 6.** Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30 – 4 . Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia . Để kích thích mọi người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour là bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt là lớn nhất.

**Lời giải**

Cách 1: Gọi số lần giảm giá 100 000 đồng thì thu được doanh thu lớn nhất là  $x$  (lần)

$\Rightarrow$  Sau  $x$  lần giảm thì giá của tour là:

$$2\,000\,000 - 100\,000.x \text{ (đồng).}$$

Vì cứ sau 1 lần giảm thì có thêm 20 người tham gia nên sau  $x$  lần giảm thì có thêm  $20.x$  (người tham gia) nên tổng số người tham gia sau  $x$  lần giảm giá là:

$$150 + 20.x \text{ (người)}$$

Tổng doanh thu sau  $x$  lần giảm giá là:

$$S = (2\,000\,000 - 100\,000.x) \cdot (150 + 20.x) \text{ (đồng)}$$

$$S = 100\,000.10.(20 - x).(15 + 2x) \text{ (đồng)}$$

$$S = 1\,000\,000.(-2x^2 + 25x + 300) \text{ (đồng)}$$

$$\text{Xét } (-2x^2 + 25x + 300) = -2\left(x^2 - \frac{25}{2}x - 150\right)$$

$$= -2\left[\left(x^2 - 2 \cdot \frac{25}{4} \cdot x + \left(\frac{25}{4}\right)^2\right) - \left(\frac{25}{4}\right)^2 - 150\right]$$

$$= -2\left[\left(x - \frac{25}{4}\right)^2 - \frac{3025}{16}\right]$$

$$\text{Vi: } -2\left(x - \frac{25}{4}\right)^2 + 2 \cdot \frac{3025}{16} \leq \frac{3025}{8}$$

$$\Rightarrow 1\,000\,000 \cdot -2\left[\left(x - \frac{25}{4}\right)^2 - \frac{3025}{16}\right] \leq 1\,000\,000 \cdot \frac{3025}{8}$$

$$\Rightarrow 1\,000\,000 \cdot -\left[\left(x - \frac{15}{4}\right)^2 - \frac{3025}{16}\right] \leq 378\,125\,000$$

$$\Rightarrow S \leq 378\,125\,000$$

$$\Rightarrow S_{\max} = 378\,125\,000$$

$$\text{Khi đó } x = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ (lần)}$$

Vậy: Giá tour khi đó:  $2\,000\,000 - 100\,000 \cdot 6,25 = 1\,375\,000$  (đồng).

Cách 2. Gọi  $x$  (đồng) là giới hạn sau khi giảm

$\Rightarrow 2 - x$  là giá được giảm.

Khi đó, số người tham gia thêm là:  $\left(\frac{2-x}{0,1}\right) \cdot 20 = 400 - 200x$ .

Tổng số khách tham quan khi đó là:  $150 + 400 - 200x = 550 - 200x$ .

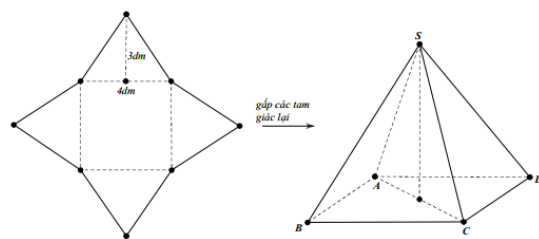
Tổng doanh thu khi đó là:  $(550 - 200x) \cdot x = -200x^2 + 550x$

$$= -2(100x^2 + 275x)$$

$$= -2 \left[ \left(10x - \frac{275}{20}\right)^2 \right] + \frac{3025}{8} \leq \frac{3025}{8}$$

Vậy để doanh thu đạt lớn nhất thì  $10x - \frac{275}{20} = 0 \Leftrightarrow x = 1,375$  (triệu đồng) = 1375000 (đồng)

**Câu 7.** Để tạo một mô hình kim tự tháp (hình chóp tứ giác đều) từ tấm bìa, bạn Hạ cắt theo hình bên (ở giữa là hình vuông cạnh  $4dm$ , các tam giác bên ngoài là tam giác cân có chiều cao  $3dm$ ) rồi gấp 4 tam giác lại chung đỉnh. Hãy tính thể tích của mô hình được tạo thành ở trên (làm tròn đến 1 chữ số thập phân).



**Lời giải**

Cạnh của hình chóp đều:  $SA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5dm$ .

Đường cao của hình chóp đều:  $SO^2 = SA^2 - AO^2 = 5^2 - \frac{1}{2}\sqrt{4^2 + 4^2} = 25 - 2\sqrt{2}dm$ .

Vậy: Thể tích hình chóp đều là:  $\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot (25 - 2\sqrt{2}) \approx 118,2dm^3$ .

**Câu 9.** Từ 1 điểm  $A$  ở ngoài đường tròn tâm  $O$ , vẽ 2 tiếp tuyến  $AB, AC$  với  $(O)$  ( $B, C$  là hai tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $OA$  và  $BC$ .

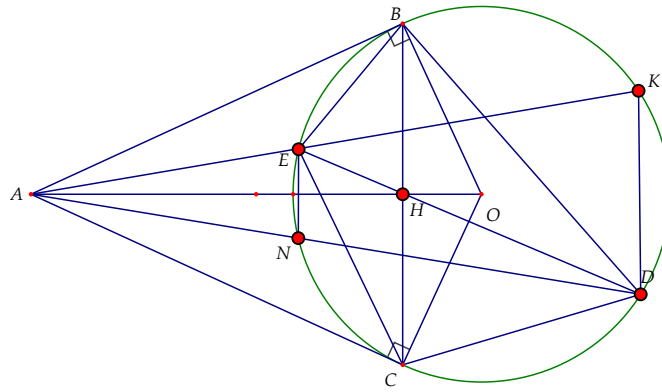
Chứng minh Tứ giác  $OBAC$  nội tiếp và  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

Trên cung lớn  $BC$  của  $(O)$  lấy điểm  $D$ . Qua  $H$  vẽ dây cung  $DE$  của  $(O)$ .

Chứng minh:  $BD \cdot BE = CD \cdot CE$

Tia  $AE$  cắt  $(O)$  tại  $K$ . Chứng minh tứ giác  $BKDC$  là hình thang cân.

## Lời giải



a) Chứng minh Tứ giác  $OBAC$  nội tiếp và  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

\*Ta có:  $\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác  $OBAC$  nội tiếp

$$* \begin{cases} AB = AC \text{ (gt)} \\ OB = OC (= R_{(O)}) \end{cases}$$

$\Rightarrow OA$  là đường trung trực của  $BC$ .

$\Rightarrow OA \perp BC$  tại  $H$  và  $H$  là trung điểm của  $BC$ .

b) Chứng minh:  $BD \cdot BE = CD \cdot CE$

$$\begin{cases} \Delta BHE \sim \Delta DHC \Rightarrow \frac{BE}{DC} = \frac{BH}{HD} \quad (1) \\ \Delta EHC \sim \Delta BHD \Rightarrow \frac{EC}{BD} = \frac{HC}{HD} \quad (2) \\ HC = HB \text{ (cmt)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{DC} = \frac{EC}{BD}$$

$$\Rightarrow BE \cdot BD = CD \cdot EC$$

c) Chứng minh tứ giác  $BKDC$  là hình thang cân.

Ta có:  $AE \cdot AK = AI \cdot AD (= AB^2)$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AI}{AK}$$

$$\Rightarrow KD \parallel EN$$

$$* BC \parallel EN (\perp OA)$$

$$\Rightarrow BC \parallel KD$$

$$\Rightarrow \begin{cases} KD \parallel BC \\ BKDC \text{ nội tiếp} \end{cases} \Rightarrow BKDC \text{ là hình thang cân.}$$

----HẾT----



