**DẠNG TOÁN 15: XÁC ĐỊNH VECTO PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẲNG.**

**KIẾN THỨC CẦN NHỚ: Xác định vecto pháp tuyến của phương trình mặt phẳng.**

**⬩ P**hương trình tổng quát của mặt phẳng  trong không gian có dạng:  với 

**⬩** Nếu phương trình mặt phẳng  có dạng  thì một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là .

**⬩** Nếu mặt phẳng  vuông góc với giá của vectơ  thì vectơ  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng .

**⬩** Nếu mặt phẳng  song song hoặc chứa giá của hai vectơ không cùng phương  thì vectơ  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng .

**⬩** Nếu mặt phẳng đi qua điểm  và nhận  là một vectơ pháp tuyến thì phương trình của mặt phẳng là: **.**

**BÀI TẬP MẪU:**

**(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020)** Trong không gian , cho mặt phẳng . Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Phân tích hướng dẫn giải***

**1. DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán nhận biết vecto pháp tuyến của mặt phẳng có phương trình cho trước

**2. HƯỚNG GIẢI**:

**B1:** Xác định các hệ số  trong phương trình dạng tổng quát  của mặt phẳng .

**B2:**  Khi đó một vectơ pháp tuyến của  là .

**Từ đó ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:**

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình mặt phẳng  có dạng: với .

Suy ra  có  là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng .

***Bài tập tương tự và phát triển:***

1. Trong không gian , cho mặt phẳng . Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

 có vectơ pháp tuyến là  nên  cũng là vectơ pháp tuyến.

1. Trong không gian với hệ toạ độ , cho mặt phẳng . Vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng  ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .**Lời giải**

**Chọn B**

Vectơ có giá vuông góc với mặt phẳng  vì là một vectơ pháp tuyến của .

1. Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt phẳng :. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có : có một vectơ pháp tuyến .

1. Toạ độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  đi qua ba điểm , ,  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  có 1 vectơ pháp tuyến là 

Nên cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng 

1. Trong không gian , cho ba điểm ,  và . Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có , , 

 có một vectơ pháp tuyến là .

1. Trong không gian với hệ tọa độ , cho hai điểm ,. Mặt phẳng  đi qua hai điểm , và song song với trục  có vectơ pháp tuyến . Khi đó tỉ số  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

;  là vectơ đơn vị của trục .

Vì  đi qua hai điểm , và song song với trục  nên  là một vectơ pháp tuyến của . Do đó .

1. Cho hai điểm  và  biết  là hình chiếu vuông góc của lên mặt phẳng . Khi đó mặt phẳng có một véctơ pháp tuyến là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do  là hình chiếu vuông góc của lên mặt phẳng nên mặt phẳng vuông góc với véctơ .

Chọn một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng là .

1. Trong không gian phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm và có véc tơ pháp tyến 

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

**Lời** **giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng đi qua điểm và có véc tơ pháp tuyến có phương trình: 

1. Trong không gian , cho hai điểm , . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.

**A.**. **B. **. **C. **. **D.**.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: là một VTPT của mặt phẳng trung trực đoạn thẳng .

Gọi  là trung điểm của .

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  đi qua điểm  và có VTPT  nên có phương trình là:.

1. Trong không gianvới hệ tọa độ  phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng  đi qua  và nhận  làm vec tơ pháp tuyến nên phương trình mặt phẳng  là 

1. Trong không gian  gọi  là mặt phẳng đi qua điểm  và vuông góc với hai mặt phẳng Mặt phẳng  tạo với các trục tọa độ  một tứ diện có thể tích bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời** **giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng có véc tơ pháp tuyến là 

Mặt phẳng có véc tơ pháp tuyến là 

Vì nên và cắt nhau.

Do mặt phẳng vuông góc với cả và nên chứa hoặc song song với giá của hai vectơ không cùng phương và . Vậy mặt phẳng có một véc tơ pháp tuyến là



mà  đi qua điểm  nên  có phương trình:  hay 

Suy ra  cắt các trục tọa độ  lần lượt tại 

Từ đó thể tích tứ diện là 

1. Trong không gian , mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**  .

**Lời giải**

**Chọn C**

Trục  có một VTCP là , nếu một mặt phẳng song song với trục  thì VTPT  của mặt phẳng đó phải vuông góc với véctơ , tức là  với  .

Cả hai mặt phẳng  cùng thỏa điều kiện trên, mặt khác, vì  và  nên mặt phẳng  chứa trục  (loại), mặt phẳng  song song trục  (nhận).

1. Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho hai mặt phẳng  và . Tìm  để  song song với .

**A.** Không tồn tại . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng  có VTPT là  và 

Mặt phẳng  có VTPT là .

Để  thì ,  cùng phương và   không tồn tại .

Vậy không tồn tại  để .

1. Trong không gian với hệ trục , cho hai mặt phẳng , . Tìm giá trị của  để hai mặt phẳng  song song với nhau.

**A. **. **B.** . **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hai mặt phẳng  song song với nhau  sao cho (\*).

với , .

Xét  thoả hệ điều kiện (\*).

1. Trong không gian  cho hai mặt phẳng , . Tìm  để  và  vuông góc nhau.

**A.** . **B.** . **C. **. **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Mặt phẳng  có một VTPT là .

Mặt phẳng  có một VTPT là .

 

1. Trong không gian , cho hai điểm ,. Xét mặt phẳng ,  là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của  để mặt phẳng  vuông góc với đường thẳng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn B**

Ta có:  , vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  .

Để  thì  cùng phương với 

1. Trong không gian , cho ba mặt phẳng ; ; . Tìm  để ba mặt phẳng đó đôi một vuông góc.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn A**

Ta có: . Để ba mặt phẳng này đôi một

vuông góc thi: 

1. Trong không gian với hệ trục tọa độ  cho hai mặt phẳng  và  tương ứng có phương trình là  và , với  là tham số thực. Tìm  để mặt phẳng  song song tới mặt phẳng  và khi đó tính khoảng cách  giữa hai mặt phẳng  và .

**A.**  và . **B.**  và .

**C.**  và . **D.**  và .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng  và  có vectơ pháp tuyến lần lượt là  và .

Để  thì  cùng phương , tức là .

Chọn . Khi đó: .

1. Trong không gian  cho mặt phẳng  và điểm . Tìm tọa độ điểm  thuộc trục  sao cho độ dài đoạn hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng  lên  bằng .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời** **giải**

**Chọn C**

Gọi   và 

Gọi  là góc giữa đường thẳng  và, ta có:

Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên 





1. Trong không gian cho mặt phẳng  và hai điểm , Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên . Tính độ dài đoạn thẳng .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời** **giải**

**Chọn D**

Ta có : , 

Vậy 